# •激光技术•

# 均匀加宽激光器的时空混沌行为

高 艳,颜 哲,荣婷婷

(辽宁师范大学 物理与电子技术学院,辽宁 大连 116029)

摘 要:对均匀加宽激光器的动力学方程进行了修正。考虑光场随空间演化的效应,得到修正后的均匀加宽激光器的动力学方程。进一步计算系统的最大Lyapunov指数随参量的演化关系,发现存在Lyapunov指数大于零的参数区域。在此区域内,系统呈现丰富的时空混沌行为。

关键词:时空混沌;激光;Lvapunov指数

中图分类号:0415.5

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2016)-05-0005-03

# Spatiotemporal Chaos Behavior of Homogeneously Broadened Laser

GAO Yan, YAN Zhe, RONG Ting-ting

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

**Abstract:** The dynamic equation of the homogeneously broadened laser is modified. The dynamic equation of the modified homogeneously broadened laser is obtained by considering the effect of the spatial evolution of the optical field. The evolution with the parameter of the maximum Lyapunov exponent of the system is calculated. And the parameter region of the Lyapunov exponent greater than zero is found. In this region, the system shows rich spatiotemporal chaos behaviors.

Key words: spatiotemporal chaos; laser; Lyapunov exponent

伴随着激光器的诞生,人们在实验上观察到激光器输出存在尖峰效应以及类似随机噪声现象,即激光器混沌现象。近年来,随着混沌理论研究的不断深入,人们逐渐意识到混沌可以被广泛地应用到各个领域中,而在光电领域的应用尤为突出。例如,利用混沌控制技术,消除激光器的混沌,实现对周期状态,尤其是高周期态的稳定控制,如激光加工(切割)与激光测距等。另外,以光学混沌作为信息载体,通过适当编码、解码过程进行保密通信。尤其是利用混沌对初始条件极其敏感的特性,将微弱信号加载到初始条件上,通过系统吸引子的变化,探测出被测信号的微小变化,达到利用激光混沌进行弱信号检测的目的。由此可见,研究激光混

沌具有重要的实际意义。鉴于激光混沌的广泛应用,迄今,它已经成为光学领域研究的重要课题<sup>[14]</sup>。

能够产生混沌信号的激光器主要有NH,激光器、Nd:YAG激光器、CO2激光器、He-Ne激光器以及半导体激光器等[5-9]。基于激光器的动力学方程,运用稳定性理论可以判定激光系统的动力学行为。值得注意的是,在理论分析的过程中,一些合理的近似可能导致一些动力学行为的丢失。基于此,对均匀加宽激光器的动力学方程进行了修正。考虑光场随空间演化的效应,得到修正后的均匀加宽激光器的动力学方程。进一步计算系统的最大 Lyapunov 指数随参量的演化关系,发现存在 Lyapunov 指数大于零的参数区域。在此区域内,系统呈现丰

富的时空混沌行为。

## 1 激光器动力学方程的修正

以单模均匀加宽NH<sub>3</sub>激光器来说明激光混沌的产生机理,其实验装置如图1所示。

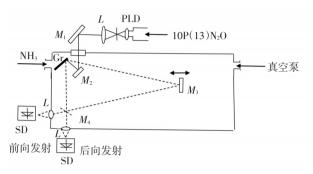


图1 NH、激光器的结构

图1采用三面反射镜构成环形腔,而衍射光栅采用它的一级耦合泵浦光。将泵浦光引入光学谐振腔,用它的零级衍射做反射镜。用N<sub>2</sub>O激光器的P(13)支谱线的激光做泵浦源。通过空间滤波器和小孔组合,改变泵浦光功率。在泵浦光的作用下,NH<sub>3</sub>分子的能级之间形成粒子数反转分布,从而产生激光。描述该激光器的动力学方程为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases}
\frac{dE'}{d\tau} = -\alpha P' - \gamma_c E' \\
\frac{dP'}{d\tau} = -\frac{\mu}{\hbar} E' D' - \gamma_\perp P' \\
\frac{dD'}{d\tau} = \frac{\mu}{\hbar} E' P' - \gamma_{\Sigma} (D' - D_0)
\end{cases} \tag{1}$$

其中,E'、P'、D'分别代表电场强度、宏观电极化强度和反转粒子数密度。并且,用参量 $\gamma_c$ 代表激光器腔内光场的衰减速率; $\gamma_L$ 表示宏观极化强度的迟豫速率; $\gamma_z$ 表示原子能级上粒子数衰减速率。 $D_o$ 表示激光器的激发源非相干激发产生原子能级上粒子数的稳定值。参量 $\alpha$ 则由下列关系式表示

$$\alpha = \frac{N'\mu\omega_c}{2\varepsilon_c} \tag{2}$$

其中, N 为工作物质的原子数密度;  $\mu$  是工作物质原子跃迁电偶极矩的模数;  $\omega_c$  为谐振腔的共振频率;  $\varepsilon_0$  为真空中的介电常数。

当式(1)左端为零时, E', P', D'将不随时间变化。此时,可以确定其稳态解 $E_s, P_s, D_s$ 为下列形式

$$\begin{cases} P_{s} = -\frac{\gamma_{e}}{\alpha} E_{s} \\ E_{s} = \frac{\hbar}{\mu} \left[ \gamma_{s} \gamma_{\perp} \left( \frac{D_{o}}{D_{s}} - 1 \right) \right]^{1/2} \\ D_{s} = \frac{\gamma_{\perp} \gamma_{e} \hbar}{\mu \alpha} \end{cases}$$
(3)

作标度变换 
$$\delta = \frac{D_0}{D_s} - 1 = c - 1$$
 ,  $c = \frac{D_0}{D_s}$  ,  $\sigma = \frac{\gamma_c}{\gamma_\perp}$  , 
$$b = \frac{\gamma_\Sigma}{\gamma_\perp} \quad , \quad t = \gamma_\perp \tau \quad , \quad E = \sqrt{b\delta} \, \frac{E^{'}}{E_s} \quad , \quad P = \sqrt{b\delta} \, \frac{P^{'}}{P_s} \quad ,$$
 
$$D = \frac{D_0 - D^{'}}{D_s} \quad .$$

在这种变换下,并利用式(3)、式(1)可以变换 为下列形式

$$\begin{cases} \frac{dE(t)}{dt} = \sigma(P(t) - E(t)) \\ \frac{dP(t)}{dt} = (c - D(t))E(t) - P(t) \\ \frac{dD(t)}{dt} = E(t)P(t) - bD(t) \end{cases}$$
(4)

当方程中的参量为  $\sigma$  = 10 , b = 8/3 , c > 24.74 , 系统处于混沌态。

值得注意的是,方程(4)略去了光场的空间变化,即其中的状态变量仅随时间变化。实际上,光场随空间变化的效应是存在的。在这种情况下,方程(4)中的状态变量应该是时间和空间的函数。考虑到光场随空间变化的效应,在方程(4)中加入了光场的空间扩散项,将方程(4)修正为

$$\begin{cases}
\frac{dE(r,t)}{dt} = \sigma(P(r,t) - E(r,t)) + d\nabla^2 E(r,t) \\
\frac{dP(r,t)}{dt} = (c - D(r,t))E(r,t) - P(r,t) \\
\frac{dD(r,t)}{dt} = E(r,t)P(r,t) - bD(r,t)
\end{cases} \tag{5}$$

其中, t 仍表示时间; r 表示空间坐标; d 为空间扩散系数,  $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2$ 。

基于稳定性理论可以判定系统的动力学行为。其中,计算系统的Lyapunov指数来判定系统的动力学行为是常用的有效方法之一。这里,数值计算了修正后的方程(5)的最大Lyapunov指数。取参量 $\sigma=10$ , b=8/3, 空间扩散系数d=0.01, 作出系统的最大Lyapunov指数随参量c的演化关系如图2所示。图2显示最大Lyapunov指数既存在大于零的区域,也存在小于零的区域。在参量c=28处所对应的最大Lyapunov指数大于零,表明在该参量下系统处于时空混沌态。此时系统状态变量的时空演化如图3~图5所示。

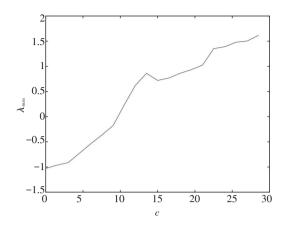


图 2 最大Lyapunov 指数随参量 c 的演化

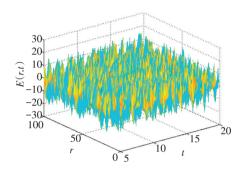


图 3 状态变量 E(r,t) 的时空演化

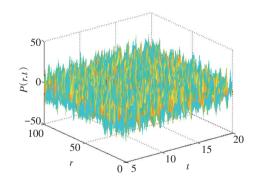


图 4 状态变量 P(r,t) 的时空演化

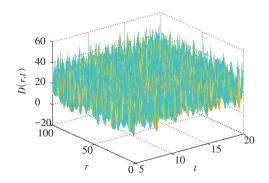


图 5 状态变量 D(r,t) 的时空演化

由图3~图5可以看出,方程中的状态变量随时

同和空间的演化虽然呈现随机的行为,但它们又是有界的。并且改变初始值,重复模拟图3~图5,即状态变量随时间和空间的演化,发现演化规律完全不同,但仍保持随机有界特征,说明系统对初始条件的微小变化具有高度的敏感依赖性。激光混沌的这些特性在实际中的应用是非常广泛的,例如,利用其进行信息通信;利用多个激光器进行远程通信时中继信号的同步转换和逐级放大以及利用激光混沌及其特性进行图像加密等。因此,研究激光混沌及其特性具有重要的科学意义和广泛的应用价值。

## 2 结 论

对均匀加宽激光器的动力学方程进行了修正。首先考虑光场不仅随时间变化,也随空间变化的因素,对均匀加宽激光器的动力学方程进行修正。进一步依据稳定性理论,通过计算系统的最大Lyapunov指数确定系统的动力学行为。研究结果表明,修正后的激光器动力学方程的最大Lyapunov指数存在大于零和小于零的区域。在最大Lyapunov指数大于零的区域所对应的参数之下,系统可以呈现时空混沌行为。

#### 参考文献

- [1] 尹元昭.混沌同步和混沌保密通讯的实验研究[J]. 电子科学学报,1998,20(1): 93-96.
- [2] 孙军强,黄德修,易河清.基于半导体激光放大器增益 饱和的波长转换的小信号分析[J]. 物理学报,1997,46 (12):2369-2375.
- [3] 户永清.超混沌LC振荡电路的混合反馈同步与保密通信[J].通信技术,2010,43(10):113-116.
- [4] 冯秀琴, 姚治海, 田作林, 等. 简并光学参量振荡器的超混沌控制与周期态同步[J]. 物理学报, 2010, 59 (12): 8414-8419.
- [5] Roy R, Thornburg K S Jr. Experimental synchronization of chaotic lasers[J]. Phys Rev Lett, 1994, 72(13):2009-2012.
- [6] Uchida A, Higa K, Shiba T, et al. Generalized synchronization of chaos in He-Ne lasers[J]. Phys Rev E, 2003, 68 (1):016215-7.
- [7] Vicente R, Tang S, Mulet J, et al. Synchronization properties of two self-oscillating semiconductor lasers subject to delayed optoelectronic mutual coupling[J]. Phys Rev E,

  (下转第16页)

cations, 2015, 63(9):3363-3376.

16

[4] Jakubisin D, Buehrer R M. On the complexity-performance trade-off in code-aided frame synchronization[C]// IEEE, International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2014;364-368.

光

- [5] Chen Z, Yuan J. A code-aided soft frame synchronization algorithm for quasi-cyclic LDPC coded system[C]// International Conference on Wireless Communications, Net-Working and Mobile Computing, IEEE, 2009:1-4.
- [6] Imad R, Houcke S. Theoretical analysis of a MAP based blind frame synchronizer[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(11):5472-5476.
- [7] Bastaki E, Tan H H, Shi Y, et al. Frame synchronization based on multiple frame observations[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9 (3):1097-1107.
- [8] Wymeersch H, Moeneclaey M. Iterative code-aided ML phase estimation and phase ambiguity resolution[J]. Eurasip Journal on Applied Signal Processing, 2005, 2005 (6):981-988.
- [9] Zhang H, Huang W, Wang Z, et al. Code-aided frame synchronization and phase ambiguity resolution[J]. IEEE

- Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (7):2747-2757.
- [10] Herzet C, Wymeersch H, Simoens F, et al. MAP-based code- aided hypothesis testing[J]. Wireless Communications IEEE Transactions, 2008, 7(8):2856-2860.
- [11] 易湘,岳鹏,刘增基,等.基于分集接收技术的相干大气激光通信系统性能分析[J]. 光电子·激光,2012,23(9): 1743-1748.
- [12] YAO Qing-han, DANG An-hong, REN Yong-xiong, et al. Theoretical and experimental studies of turbo product code with time diversity in free space optical communication[J]. Optics Express, 2010, 26(18):26978-26988.
- [13] Theodoros A Tsiftsis, Harilaos G Sandalidis, George K Karagiannidis. Optical wireless links with spatial diversity over strong atmospheric turbulence channels[J]. IEEE Transaction on Wireless Communication, 2009, 8 (2): 951-957.
- [14] NIU Ming-bo, CHENG Ju-lian, Jonathan F Holzman. Exact error rate analysis of equal gain and selection diversity for coherent free-space optical systems on strong turbulence channels[J]. Optics Express, 2010, 18(13):13915-13926.

#### (上接第7页)

2006, 73(4): 047201-4.

- [8] Rogister F, Roy R. Spatiotemporal chaos synchronization in a large array of locally coupled nonidentical lasers[J]. Laser Phys, 2005, 15(2):313-319.
- [9] Aviad Y, Reidler I, Kinze W, et al. Phase synchronization

in mutually coupled chaotic diode lasers[J]. Phys Rev E, 2008, 78(2):025204-4.

[10] Haken H. Analogy between higher instabilities in fluids and lasers[J]. Phys Lett A, 1975, 53(1):77-78.

## (上接第11页)

dium and low frequency underwater acoustic signals detecting with laser interferometry[J]. Journal of Optoelectronics & Laser, 2009, 20(9):1189-1192.

- [6] Anthony D Matthews, Lisa L Arrieta. Acoustic optic hybrid (AOH) sensor [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2000, 108(3):1089-1093.
- [7] CUI Gui-hua, LI Rong-fu, TIAN Zuo-xi. Study on laser-based remote sensing of underwater acoustic signals[J]. Ship and Marine Science & Technology, 2002, 24(1):46-50.
- [8] Antonelli Lynn, Blackmon Fletcher. Experimental demonstration of remote, passive acousto-optic sensing[J]. Jour-

- nal of the Acoustical Society of America, 2004, 116(6): 3393-3403.
- [9] QIN Hui-ping, ZHOU Tian-hua, ZHANG De-kun. Study on laser-based underwater acoustic signal detection technologies[J]. Infrared, 2005, 26(8):25-28.
- [10] ZHANG Xiao-lin, TANG Wen-yan, DUAN Hai-peng. Under-water acoustic signals detecting with laser interferometry[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2009, 35(1): 53-56
- [11] ZHANG Xiao-lin, TANG Wen-yan, SUN He-yi. Laser interferometry of underwater acoustic signals[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(4):809-815.