

·信号与信息处理·

基于二维连续小波变换的干涉条纹图相位的提取

杨海梅, 赵 龙, 王庆娥, 杨 松, 张 骏

(烟台大学 光电信息科学技术学院, 山东 烟台 264005)

摘 要:在光学测量领域中,干涉法具有极其重要的意义。针对干涉条纹图相位的提取,提出了一种基于二维连续小波变换的干涉条纹图相位提取的新方法。在文中提出的算法中,为了降低计算时间,在计算过程中引入快速傅里叶变换,并提出将传统二维连续小波变换中的连续的尺度因子和旋转角用离散的尺度因子和旋转角代替,这样就解决了二维连续小波变换算法计算耗时的问题。通过仿真和实验发现,该方法可以快速准确的提取出干涉条纹图的相位,对于有缺陷的干涉条纹图,可以实现缺陷的修复并获得其相位图,并收到了比较不错的效果。

关键词:二维连续小波变换;干涉条纹图;相位提取

中图分类号: TH741.3

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2016)-04-0042-04

Phase Extraction of Fringe Pattern Based on Two-dimensional Continuous Wavelet Transform

YANG Hai-mei, ZHAO Long, WANG Qing-e, YANG Song, ZHANG Jun

(Institute of Science and Technology for Opto-electronic Information, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: In the field of optical measurement, interferometry has extremely important significance. For phase extraction of fringe pattern, a new algorithm based on two-dimensional continuous wavelet is proposed. For reducing calculation time, the fast Fourier transform is adopted to the process and discrete scale factors and rotation angles are chosen instead of continuous scale factors and rotation angles used in traditional two-dimensional continuous wavelet transform. So the long calculation time issue for two-dimensional continuous wavelet transform algorithm is resolved. Simulations and experiments show that the phases of fringe patterns can be extracted fast and accurately with the algorithm. For the fringe patterns with defects, image inpainting can be realized and the phase patterns can be obtained. And a good effect is obtained.

Key words: two-dimensional continuous wavelet transform; fringe pattern; phase extraction

干涉条纹图相位的提取在现代干涉测量中具有非常重要的意义。在不同的条件要求下,提取相位的算法也不尽相同。当前,常用的提取相位的方法主要是相移法、傅里叶变换法和小波变换法。相移法是比较常用的一种算法,该方法需要多幅不同相位的条纹图并且保持机械的稳定性,这就限制了相移法只适用于静态或准静态干涉测量,在实验应用中具有一定的局限性^[1]。傅里叶变换法虽然只需

要一幅干涉条纹图,但是通常需要加载波,在载波频率不确定的情况下,则不能准确提取干涉条纹图的相位^[2]。小波变换是近几年来新兴的一种算法,成为人们研究的一个热点,该算法的强大之处就在于它能够提供一个随频率改变的“时间-频率”窗口,即具有多尺度缩放能力,它可以通过变换充分突出问题某些方面的特征,该方法能够有效的提取出干涉条纹图的相位^[3],具有非常重要的意义。

收稿日期: 2016-07-13

作者简介: 杨海梅(1990-),女,硕士研究生,现就读烟台大学光电信息科学技术学院。

提出一种基于二维连续小波变换的提取干涉条纹图相位信息的新算法,对传统的二维连续小波变换算法中尺度因子和旋转角的选择做了改进,并对于小波系数的计算提出了一种简单的方法。提出的新算法只需要一幅干涉条纹图,可以很好的抑制干涉条纹图中的噪声,而且对有缺陷的干涉条纹图进行相位提取时,可以把有缺陷的地方修复,获得其完整相位图,这体现了该算法的优越性,仿真模拟和实验表明了该算法的有效性。

1 基本原理

干涉条纹图的表达式可以表示如下

$$I(x) = I_b(x) + I_a(x) \cos[\varphi(x)] \quad (1)$$

其中, x 是像素坐标; I 是干涉图条纹图的强度; I_b 是背景强度; I_a 是调制强度; φ 是待求相位。

待分析的干涉条纹图的二维连续小波变换可定义如下

$$W(b, s, \theta) = s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cdot \psi_{b, s, \theta}^*(x) d^2 x = s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cdot \psi^*[s^{-1} r_{-\theta}(x-b)] d^2 x \quad (2)$$

其中, $W(b, s, \theta)$ 是小波系数; s 是尺度因子; θ 是旋转角; $*$ 是复共轭算符; $r_{-\theta}$ 是 2×2 与 θ 有关的一个如下矩阵

$$r_{-\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

ψ 是小波函数,选择不同小波,计算过程以及求解条件就不相同,为了能通过小波脊直接计算相位,选择 Morlet 小波作为母小波,为了使处理过程更为简单,对 Morlet 小波进行改进,改进后表达式如下

$$\psi(x) = \exp\left(-\frac{|x|^2}{2\sigma^2} + i2\pi x\right) \quad (4)$$

其中, σ 是标准误差,用来控制小波函数的宽度。

在空间频域内,应用二维连续小波变换对干涉条纹图进行相位提取的过程中,为了保证计算的准确性,尺度因子 s 要覆盖所有条纹的周期,这就要求增量 Δs 非常小,同时, $\Delta \theta$ 也要求非常小,也就是说参数 s 和 θ 都是连续的,要覆盖整个频谱面,这正是二维连续小波变换比其他算法需要更长时间的原因。除此之外,在计算过程中的卷积计算也是很耗时的^[4-5]。为了解决耗时长的问题,文中引入快速傅里叶变换来进行卷积计算,但是仍然很费时,为了进一步缩短计算时间,提出用少数离散参数代

替大量连续参数的方法来减少计算时间。选择合适的尺度因子 s 和旋转角 θ 对于更加快速准确的获取干涉条纹图的相位是非常有必要的。

对于尺度因子的选择,为了能覆盖整个频谱面,任意两个相邻的尺度因子 s_i 和 s_{i+1} 应该满足如下表达式

$$q = \frac{s_{i+1}}{s_i} = \frac{2\pi + (\sqrt{2}/2\sigma)}{2\pi - (\sqrt{2}/2\sigma)} \quad (5)$$

假设条纹周期大约是从 λ_1 到 λ_h , 这要求 λ_1 不大于条纹真实的最小周期, λ_h 不小于条纹真实的最大周期,理想的最小尺度因子 $s_1 = \lambda_1 [1 + (2)^{1/2}/4\pi\sigma]$, 理想的最大尺度因子 $s_h = \lambda_h [1 - (2)^{1/2}/4\pi\sigma]$ 。在尺度因子的实际选择中,有两种方式,一种是从 s_1 开始,即 $s = \{s_1, qs_1, q^2s_1, \dots\}$, 另外一种是从 s_h 开始,即 $s = \{\dots q^{-2}, s_h, q^{-1}s_h, s_h\}$ 。

对于旋转角,增量 $\Delta \theta$ 满足如下表达式

$$\Delta \theta = 2 \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{4\pi\sigma}\right) \quad (6)$$

这样,选择出合适的尺度因子和旋转角,就能在频谱面内形成一个完整了覆盖面。可以看出,当 σ 给定时,尺度因子和旋转角也就确定了。当 $\sigma = 0.3376$, $q = 2.0$, $\Delta \theta = 0.6797$, $\sigma = 0.5$ 时, $q = 1.5809$, $\Delta \theta = 0.4540$ 。当 $\sigma = 1$, $q = 1.2536$, $\Delta \theta = 0.2256$ 。在实验应用中, σ 值的选取要根据条纹的实际情况而定,因为不同的 σ 会改变时间-频率分析窗的分辨率。

小波系数的计算表达式已经由式(2)给出,但是实际在计算小波系数的过程中也是非常浪费时间的,为了减少小波变换的计算时间,提出一种简单的算法如下。

首先,定义

$$T = (T_x, T_y) = s^{-1} r_{-\theta}(x-b) \quad (7)$$

根据矩阵表达式(3),可以得出

$$T_x = s^{-1}[(x-b_x)\cos\theta + (y-b_y)\sin\theta] \quad (8)$$

$$T_y = s^{-1}[-(x-b_x)\sin\theta + (y-b_y)\cos\theta]$$

表达式(4)变为

$$\psi(T) = \exp\left(-\frac{|T|^2}{2\sigma^2} + i2\pi T_x\right) \quad (9)$$

因此

$$\begin{aligned} \psi^*(T) &= \exp\left(-\frac{|T|^2}{2\sigma^2} + i2\pi T_x\right) = \\ &= \exp\left[-\frac{s^{-2}}{2\sigma^2}[(x-b_x)^2 + (y-b_y)^2] + \right. \\ & \left. i2\pi s^{-1}[(b_x-x)\cos\theta + (b_y-y)\sin\theta]\right] = \end{aligned}$$

$$\zeta(b-x) \quad (10)$$

其中

$$\zeta(x) = \exp\left[-\frac{s^{-2}}{2\sigma^2}(x^2 + y^2) + i2\pi s^{-1}(x \cos \theta + y \sin \theta)\right] \quad (11)$$

根据式(8)和式(10),小波变换表达式(2)可化简为

$$W(b,s,\theta) = s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cdot \psi^s(T) d^2x = s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cdot \zeta(b-x) d^2x \quad (12)$$

为了加快卷积计算过程,引入了快速傅里叶变换,则

$$W(b,s,\theta) = s^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cdot \zeta(b-x) d^2x = s^{-n} I(x) * \zeta(x) = s^{-n} F^{-1}\{F[I(x)] \cdot F[\zeta(x)]\} \quad (13)$$

通过式(13)计算出每一个像素在一系列相应参数对 (s, θ) 下的小波系数,通过比较对应像素的小波系数的模,找出像素模最大的小波系数,即小波脊^[6-7],表达式如下

$$W(b)_{\text{ridge}} = W(b, s_{\text{ridge}}, \theta_{\text{ridge}}) \quad (14)$$

其中

$$(s_{\text{ridge}}, \theta_{\text{ridge}}) = \arg \max_{\substack{s \in K^2 \\ \theta \in (0, 2\pi)}} \{|W(b,s,\theta)|\} \quad (15)$$

最后,计算得到相位如下

$$\phi(b) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[W(b)_{\text{ridge}}]}{\text{Re}[W(b)_{\text{ridge}}]} \right\} \quad (16)$$

其中,Im是取复数虚部;Re是取复数实部。

2 仿真与实验

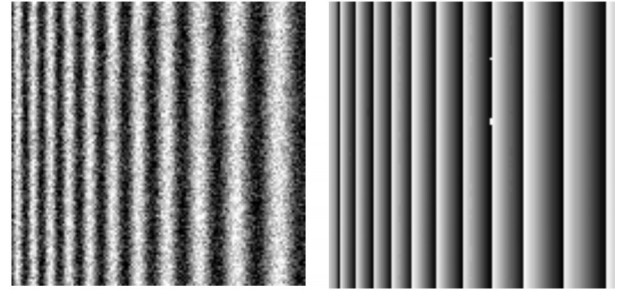
2.1 仿真模拟

为了验证该算法的有效性,通过计算机模拟了图1a,图2a两幅条纹图,并加入噪声。提取相位结果分别如图1b,图2b所示。

图1a模拟的条纹图相位分布为 $\phi(x) = 2\pi/N[f_0 + \frac{f_1 - f_0}{2(N-1)}x]x + \phi_0$,其中,图像大小 $N=512$,起始频率 $f_0=20\text{ Hz}$,截止频率 $f_1=2\text{ Hz}$,初相位 $\phi_0=\pi$ 。处理结果如图1b。

图2a模拟的四峰干涉条纹图相位分布 $\phi(x,y) = \frac{2\pi}{N}f_c x + Cp(x,y) + \phi_0$,其中 $p(x,y) = 3(1-x)^2 \cdot$

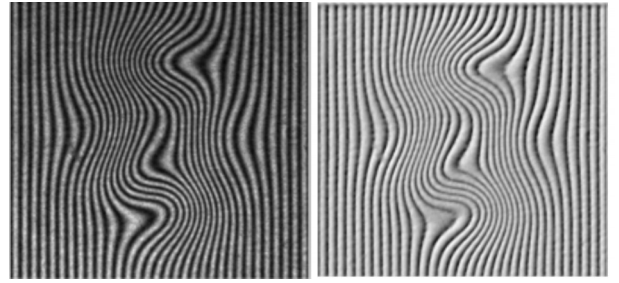
$\exp[-x^2 - (y+1)^2] - 10(\frac{x}{5} - x^3 - y^5)\exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3}\exp \cdot [-x(x+1)^2 - y^2]$, $N=512$, $C=3$, $f_c=30\text{ Hz}$, $\phi_c=\pi$ 。处理结果如图2b。



(a)模拟干涉图

(b)相位图

图1 计算机模拟干涉图和获得的相位图



(a)模拟干涉条纹图

(b)相位图

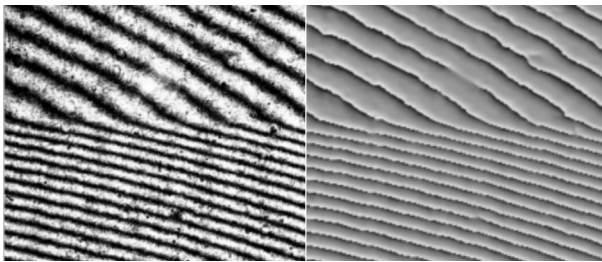
图2 计算机模拟干涉图和获得的相位图

通过计算机仿真模拟结果可以看出,该算法能够快速准确的获得干涉条纹图的相位图,并且对于干涉条纹图中的噪声可以有效的抑制,获得不错的分辨率。从图1可以看出,该算法对干涉条纹图可以有效获取其相位图,从图2可以看出,即使对于条纹方向突变较大的地方,仍然可以准确获取其相位图,获得比较不错的效果,证明了该算法的可行性。

2.2 实验

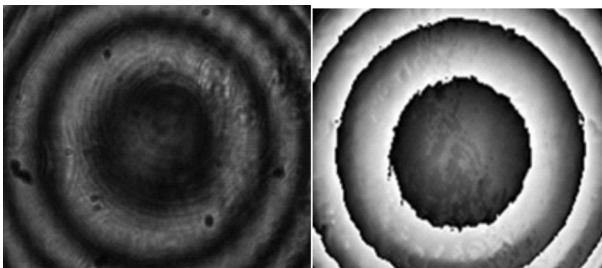
为了对文中的算法做进一步验证,通过实验得到如图3a,图4a两幅干涉条纹图,提取相位结果如图3b,图4b。

通过对实验获得的干涉条纹图处理结果可以看出,该算法也可以快速准确的获得实验干涉条纹图的相位图,有效的抑制了噪声,而且可以看出,对于图3、图4中有缺陷的地方,该算法可以实现修复,并获取其完整相位图,体现出该算法的优越性,再一次证明了该算法的可行性。



(a)实验干涉图 (b)相位图

图3 实验干涉条纹图和获得的相位图



(a)实验干涉图 (b)相位图

图4 实验干涉条纹图和获得的相位图

3 结论

提出了一种基于二维连续小波变换的条纹干涉图相位提取的新算法,为了解决传统二维连续小波变换计算耗时的问题,引入了快速傅里叶变换来进行卷积计算,为了更加快速的计算,提出选择合适的少量离散参数代替连续的参数进行计算的

方法。通过仿真模拟和实验结果可以看出,该算法可以快速准确的提取出干涉条纹图的相位,对有缺陷的干涉条纹图也可以提取其完整相位图,该算法具有一定的可行性和有效性。

参考文献

- [1] Creath K. Phase-shifting speckle interferometry[J]. *Appl Opt*, 1985;24(18):3053-8.
- [2] 单小琴,朱日宏,李建欣.基于二维傅里叶变换的单帧干涉图相位提取方法[J].*应用光学* 2013, 34(5): 802-808.
- [3] Ma J, Wang Z, Pan B, et al. Two-dimensional continuous wavelet transform for phase determination of complex interferograms[J]. *Appl Opt*, 2011,50:2425-2430.
- [4] Federico A, Kaufmann G H. Evaluation of the continuous wavelet transform method for the phase measurement of electronic speckle pattern interferometry fringes[J]. *Op. Eng.* 2002,41:3209-3216.
- [5] Ma J, Wang Z, Vo M, et al. Parameter discretization in two-dimensional continuous wavelet transform for fast fringe pattern analysis[J]. *Appl Opt*, 2011,50(34): 6399-408.
- [6] 李思坤,苏显渝,赵文静.小波变换轮廓术中用小波脊系数幅值引导相位展开的研究[J].*光学学报*,2008(4).
- [7] Liu H, Catwright A N, Basaran C. Moire interferogram phase extraction: a ridge detection algorithm for continuous wavelet transforms[J]. *Appl Opt*, 2004,43:850-857.

(上接第30页)

- [9] 扈佃海,吕续良,文刘强.一种改进的直方图均衡化图像增强算法[J].*光电技术应用*,2012,27(3):65-68.
- [10] 徐艳丽,谭剑.基于非线性反锐化掩膜的DR图像边缘增强[J].*中国医学物理学杂志*,2013,27(4):2013-2015.
- [11] 陈武凡.小波分析及其在图像处理中的应用[M].北京:

科学出版社,2002.

- [12] Dippel S, Stahl M, Wiemker R, et al. Multiscale contrast enhancement for radiographies: laplacian pyramid versus fast wavelet transform[J]. *IEEE Trans, Medical Imaging*, 2002, 21(4):343-353.

(上接第36页)

- [12] I Gede Pasek Suta Wijaya, Keiichi Uchimura, Gou Koutaki. Face recognition using holistic features and within class scatter-based PCA[C]. *GSTF Journal on Computing (JoC)*, 2013, 3(2):1-7.

- [13] Han-Jin Cho, Tae-Hyoung Park. Wavelet transform based image template matching for automatic component inspection[N]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, 50(9):1033-1039.