·信号与信息处理·

PCA与K-SVD联合滤波方法的研究

谷 雨,秦丽娟,蒋磊磊

(沈阳理工大学信息科学与工程学院,沈阳 110159)

摘 要:针对早期的滤波方法,如线性的有高斯滤波、均值滤波、方框滤波等和非线性的如中值滤波、开闭运算等传统滤波方 法是在像素级进行行列式的循环运算,运算繁琐,数据亢余和不能有效压缩图像进行数字化传播的缺点,提出一种基于PCA主成 分图像融合后的K-SVD滤波方法的研究,有效弥补了单一K-SVD对椒盐噪声起不到良好滤波的缺点。首先对源图像进行多次 的观测得到N幅含噪图像(既含有高斯噪声也含有椒盐噪声,都是加性噪声)。再对N幅含噪图像进行PCA主成分提取融合后进 行K-SVD滤波(如果先进行K-SVD滤波的话会造成多幅图像的K-SVD的滤波,导致效率低且运算度冗余N倍)。这样有效消除了 高斯噪声的干扰,还解决了K-SVD对椒盐噪声不敏感的缺陷,完成了在图像特征级数据去噪的研究。

关键词:PCA融合;K-SVD滤波;特征级图像去噪

中图分类号:TP391.4 文献标识码:A 文章编号:1673-1255(2016)-04-0031-06

Research on Combined Filtering Method of PCA and K-SVD

GU Yu, QIN Li-juan, JIANG Lei-lei

(School of Information Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: For early filtering method, such as linear and nonlinear filtering, linear filtering includes Gaussian, mean and box filtering, nonlinear filtering includes median filtering and closed operation, which are determinant cycle operation at pixel level. According to the disadvantages of the traditional filtering methods mentioned of complicated calculation, data redundancy and image cannot be compressed effectively to perform digital transmission, a K-SVD filtering method based on principal component analysis (PCA) image fusion is proposed. And the disadvantages of single K-SVD such as without better filtering effect on salt and pepper noise is compensated effectively. N frames of images with noise are obtained through observing the source image many times, which have Gaussian and salt and pepper noise, both are additive noise. K-SVD filtering is performed after PCA extracting and fusing to N frames of images with noise. If K-SVD filtering is performed before PCA, the K-SVD filtering of multi-frame images is produced, which will lead to low efficiency and N times of calculation redundancy. So Gaussian noise interference is eliminated effectively and the disadvantage of being not sensitive to salt and pepper noise of K-SVD is resolved. And the research on data denosing at image feature level is finished.

Key words: principal component analysis (PCA) fusion; K-SVD filtering; feature level image denoising

图像信息在形成、发出、传输、接收的过程中, 由于信息通过的传输介质和设备的实际性能的限制,不可避免的存在着内部干扰和外部干扰,由此 会产生各式各样的干扰噪声^[1-2]。为了防止噪声的 干扰影响使得图像信号信息失真,各类滤波方式应运而生^[3]。

含噪声图像的滤波处理是图像处理的一种基 本而且重要的技能需求。利用滤波技术可以从复

收稿日期:2016-08-11

作者简介:谷雨(1992-),男,硕士研究生,主要研究方向为数字图像处理;秦丽娟(1978-),女,博士,副教授,主要研究方向为计算机视觉智能计算、虚拟实现系统、机器人控制理论等;蒋磊磊(1990-),男,硕士研究生,主要研究方向为自适应信号处理.

杂图形信号中提取出所需要的信号,抑制噪声信 号。图像的清晰度主要取决于图像的边缘、纹理 和细小特征是否清楚,特征之间的区域变换是否 平缓间。目前常见的线性滤波方式有方框滤波方法 (box filter)、均值滤波方法^[5]、高斯滤波方法(gaussian filter)¹⁶等方式。而均值滤波和高斯滤波皆是在 方框滤波的基础之上演化得来的,其中的均值滤波 便是方框滤波归一化的一种特殊滤波形式。其中, 归一化就是把要处理的量都缩放到一个范围之内, 常用的如(0,1),以便统一处理和直观量化。而非 归一化的方框滤波用于计算每个像素领域内的积 分特性,如密集光流算法(DOFA)中用到的图像协 方差矩阵。而第三种 Gaussian 滤波方式也用到了 核,根据权重的不同在核框内像素进行卷积以得出 新像素点的像素值。这些传统的线性滤波方法虽 然能有效的平滑噪声点,但是在滤去噪声点的同时 也使得边缘变得平滑模糊,并目滤波效率越好,模 糊代价越高。而诸如传统的非线性滤波的方法中 值滤波得到的像素点与核内各个像素点都无相关 性,虽然能有效的保留边缘的特征,但面对正态分 布的Gaussian噪声就显得无力,开闭预算虽然是一 种非线性滤波方式,但其独特的腐蚀和膨胀性也使 得在滤波的同时损坏了图像的边缘特性。

目前,一种新兴起的"字典训练法"受到了极大的推崇^[7],其核心思想就是模板训练过程,通过多次的迭代运算找到最佳的值。此算法首先是由Aharon、Elad等人提出的,称之为K-SVD图像去噪方法, 能有效的抑制加性的高斯白噪声,对纹理和边缘保 留的很好,而且有很强的适应性。但是,面对不是 正态分布的椒盐噪声就没有传统滤波的效果好,为 此先进行多幅图像的主成分^[8](PCA)融合运算,提 取出主成分特征值最高的那幅图进行其后的 K-SVD运算,通过对单一K-SVD去噪的比对分析, 证明了 PCA—K-SVD 图像去噪方法的优势和可 靠性。

1 PCA图像融合

PCA图像融合方法是基于主成分分析的一种 图像融合方法,能把高维的特征函数降维进行图像 的分解与重构,优势在于高维降到了低维,省去了 复杂的计算,例如2N维降到N维的话进行一次迭代 运算就减少了4N°次乘法运算和(3N² - 2N)次加法 运算。如维度降到了院线的1/k,则迭代运算量减少了,有下式

$$\sum \approx (k^n - 1)N^n$$

$$\prod = (k^n - 1)N^n$$
(1)

其中,上式为加运算,下式为积运算。

1.1 PCA图像融合简述

假设有 N 幅同样大小的图像,这组图像同一坐标点 f(x,y)可以用一个 N 维向量来表示,有下式

$$f(x,y) = (x_1, x_2, x_3 \cdots x_n)^T$$
⁽²⁾

其中,向量的每个值代表第i幅图像所对应的 f(x,y)灰度值。假设图像是 $W \times H$ 的配准图像,则这 样的f(x,y)点共有WH个,组成一个 $n \times WH$ 的矩阵, 如下式

$$F(x,y) = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & x_{31} & \cdots & x_{wh1} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} & \cdots & x_{wh2} \\ x_{13} & x_{23} & x_{33} & \cdots & x_{wh3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & \cdots & x_{whn} \end{bmatrix}$$
(3)

其中,矩阵中列向量代表多幅图中同一点的像素 值,行向量代表一幅图中所有点的向量值,其中每 一行行向量可以组成一个输入的源图像。总体的 均值定义为

$$m_x = E\{x\}\tag{4}$$

总体的方差矩阵定义为

$$C_{x} = E\left\{ (x - m_{x})(x - m_{x})^{T} \right\}$$
(5)

可知因为 $(x - m_x)$ 是一个 $N \times WH$ 的矩阵,他的转置 $(x - m_x)^T$ 则为 $WH \times N$ 的矩阵,轻易便得到 C_x 为 $N \times N$ 的矩阵,而且他是一个实对称矩阵,如果元素 x_i 和 x_j 无关,他们的协方差就为零,并且有 $c_{ij} = c_{ji} = 0$ 。当 N = 1 (源图像只有1幅)时候,所有的 定义都降为了一维向量。

如果对随机总体中取样的K向量,均值向量可 以通过使用常见的求平均值表达式由样本来近似 得到,如下式

$$n_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x_k \tag{6}$$

同样,通过扩展乘积 $(x-m_x)(x-m_x)^{T}$ 并联立式 (4)和式(6),可以求得协方差矩阵用下面的等式表 达出来

$$C_{x} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x_{k} x_{k}^{T} - m_{x} m_{x}^{T}$$
(7)

1.2 PCA图像融合方法

因为 C_x 总是实对称的,找到一组n个标准正交特征向量总是可能的。令 e_i 和 λ_i ,i=1,2,...,n为特征向量对应的 C_x 的特征值,以降序排布使 $\lambda_j \ge \lambda_{j+1}$,j=1,2,...,n-1。令A为一个由 C_x 的特征向量组合而成的矩阵,并进行排序,使A的第一行为对应最大特征值的特征向量,相应的最后一行为最小特征值对应的特征向量。那么将A作为映射向量从x到y的变换公式如下

$$y = A(x - m_x) \tag{8}$$

且可得

$$m_{y} = E\{y\} = 0 \tag{9}$$

y向量的协方差矩阵可以由A和 C_x 用下列式子表达

$$C_{y} = A C_{x} A^{T} \tag{10}$$

其中,*C*,而且是一个对角矩阵,其对角线上的元素 就是*C*,的特征值,如下式

$$C_{y} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & & 0 \\ & \lambda_{2} & \\ 0 & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_{n} \end{bmatrix}$$
(11)

x的重构方法如下

$$x = A^T y + m_x \tag{12}$$

如果不使用全部的 C_x 特征向量,只提取出其中的k个特征向量作为 $k \times n$ 的转换矩阵 A_k^T ,那么得到的向量组 $y \neq k$ 维的,也就是一个 $k \times WH$ 的矩阵,那么这时候的原向量重构方法则如下

$$x = A_k^T y + m_x \tag{13}$$

取5幅图像作为待融合图像,其中提取最大的 那个特征值作为1×5维的转换矩阵,其中重构后的 图像在保持原有图像信息的同时极大的去除了椒 盐噪声。

1.3 PCA图像融合效果

取了5幅含噪图进行了PCA主成分融合,如图 1所示。



图 1a~图 1e为5幅既含有高斯噪声又含有椒盐 噪声的源图像,图 1f为5幅图像经过 PCA 融合后得 出的去噪图像,源图像(N)数量越多,融合后的图像 的椒盐噪声越趋于零值,但耗时越久,计算量越复 杂,所以在这里取 N=5。表1为 PCA 融合信噪比。

表1 PCA融合信噪比

图像序号	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
SNR/dB	19.312	19.673	18.991	19.084	19.191	20.160

由表1可得,PCA融合后的图像信噪比要高于 单独观测图像的信噪比。

2 K-SVD滤波

K-SVD滤波算法¹⁹是以K-均值为基础的,加以 SVD算法奇异值分解为工具的一种图像去噪方法, 是Aharon、Elad等人提出的,他对高斯白噪声有着 非常好的抑制效果。

2.1 K-均值

K均值算法就是求一个聚类分配¹⁰的问题,他 是将各个聚类子集内所有元素的均值作为该类的 聚类代表点。K均值算法的主要思想就是通过多次 的迭代把待分配数据划为不同的类别,从而使每个 聚类内紧凑,且与其他聚类间独立,对连续的类有 着很好的处理效果。K均值问题要解决的是一个包 括K个代码的码本,根据最近领域分配法则,对包含 N个信号的信号集进行在K个码本中分类,N远大 于K。令 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_k]$ 为码本,当码本C给定 时,每个信号用最近的一个码表示,如下式

$$y_i \approx C x_i \tag{14}$$

其中, x_i = e_j 为自然基, 也就是这个向量除了第j个 值为1外, 其他数值均为0。并且j 满足下式

$$\forall k \neq j, \|y_i - Ce_j\|_2^2 \leq \|y_i - Ce_k\|_2^2$$

$$\text{ mBSBILE}$$

$$(15)$$

$$e_{i} = ||\gamma_{i} - Ce_{i}||_{2}^{2}$$
(16)

$$E^{2} = \sum_{i=1}^{K} e_{i}^{2} = ||Y - CX||_{F}^{2}$$
(17)

要特别注意式(16)、式(17)中左边的 e_i和右边的向量 e_i并不是同一含义。则迭代的过程可以理解为两步,一是求系数编码,二是求码本。使满足下式

 $\min_{k} \{ \|Y - CX\|_{F}^{2} \} \ s, t \quad \forall i, x_{i} = e_{k}$ (18)

2.2 K-SVD算法

K-SVD思想^{III}是基于K均值算法衍变出来的, 就是用K个码本的线性组合来表示N个信号分量 y_i ,假设字典C和系数X都是固定的,要更新字典的 第k列 c_k ,领稀疏矩阵X中与 c_k 相乘的第k行记做 x_T^k ,则目标函数可以重写为

$$||Y - CX||_{F}^{2} = \left\| Y - \sum_{j=1}^{K} c_{j} x_{T}^{j} \right\|_{F}^{2} = \left\| \left(Y - \sum_{j \neq k} c_{j} x_{T}^{j} \right) - c_{k} x_{T}^{k} \right\|_{F}^{2} = \left\| E_{k}^{2} - c_{k} x_{T}^{k} \right\|_{F}^{2}$$
(19)

上式中,DX 被分解为K个秩为1的矩阵的和,假设 其中K-1项都是固定的,剩下的1列就是要处理更 新的第k个。矩阵 E_k^2 表示去掉原子 c_k 的成分在所 有N个样本中造成的方差。

如果在上一步就用 SVD 更新 c_k 和 x_T^k , SVD 能 找到距离 E_k^2 最近的秩为1的矩阵,但这样得到的系 数 x_T^k 不稀疏,换句话说, x_T^k 与更新 c_k 前的非零元所 处位置和值不一样。所以只保留系数中的非零值, 然后再进行 SVD 分解就不会出现这种现象了。所 以对 E_k^2 和 x_T^k 做变换, x_T^k 中只保留 x 中非零位置的, E_k^2 只保留 c_k 和 x_T^k 中非零位置乘积后的那些项。形 成 E_{kk}^2 ,将 E_{kk}^2 做 SVD 分解,更新 c_k 。

对于无噪声图像X受到加性噪声n影响形成Y, Y=X+n。假设字典C已知,设 R_{ij} 为重叠块提取操作 符,得 $X_{ij} = R_{ij}X$ 反向近似估计似然估计函数X,有下式

$$\hat{X} = \operatorname{argmin} \lambda \| X - Y \|_{2}^{2} + \sum_{ij} \| C x_{ij}^{\wedge} - R_{ij} X \|_{2}^{2}$$
(20)

从式(20)可以得到 \hat{X} 的解析表达式如下

$$\stackrel{\wedge}{X} = \left[\lambda I + \sum_{ij} R^{T}_{ij} R_{ij}\right]^{-1} \left[\lambda Y + \sum_{ij} R^{T}_{ij} C \stackrel{\wedge}{x_{ij}}\right]$$
(21)

其中,*I*是一个单位矩阵,其中模板*C*可以进行各种 变换,文中研究了三种,高斯模板,小波模板和 K-SVD模板。

3 PCA和K-SVD联合方法

该算法是在K-SVD的基础之上先进行5幅图像的PCA融合¹¹²¹以去除椒盐噪声对源图像的干扰,在融合图像的基础之上使用K-SVD图像去噪方法分别用三种不同的模板对同一融合图像进行去噪声,然后再在3幅经过不同模板训练去噪后的图像进行PCA融合取特征值最大的一个响亮进行源图像复原,经过3次的操作后能有较好的识别效果和滤波效果。图2是算法流程图。



图2 算法流程

(1)对5幅观测源图像进PCA融合并提取贡献 值最大的一个成分分类进行复原,得到抑制椒盐噪 声后的待处理图像。

(2)对经过PCA处理后的图像分别选用全局模

板、小波模板^[13]、KSVD模板进行相应的训练图像去 噪处理。

(3)以三种模板去噪后的图作为源图像重复第 一步的操作,得出结果。

3.1 全局模板的训练算法

全局模板算法如图3所示。



图3 全局模板算法

3.2 DCT模板的训练算法

DCT模板的训练算法如图4所示。



图4 小波模板算法

3.3 K-SVD模板的训练算法

K-SVD模板的训练算法如图5所示。



图5 K-SVD模板算法

图 3、图 4、图 5 中(a)为选取的训练字典,(b)为 无噪声图像,(c)为含噪图像,(d)为去噪后的图像, 可得选取的K-SVD模板要略优于前两种。

4 实验分析

选用待测库里的10幅图像进行10次的中值滤 波、高斯滤波,三种模板训练和PCA—K-SVD联合 训练法取每次训练的均值作为比较,结果如图6。



图6 六种滤波方式

图 6 为高斯滤波(5×5 模板),中值滤波(5×5 模 板),全局训练算法,小波训练算法,K-SVD训练算 法,PCA—K-SVD联合算法。

4.1 根据数据库样本做出曲线

根据10幅图像单个的平均信噪比(SNR)做出 高斯滤波,中值滤波和PCA—K-SVD(因为与其他3 种模板具有相似性所以其他三种曲线不单独做出) 曲线 N-SNR曲线。如图7所示。



图中的三个曲线显示了3种滤波方式的比较, 单一的线性如高斯滤波和单一的非线性如中值滤 波效果相差无几,但与训练算法加PCA融合提取后 的信噪比差距约4~5个dB,可以看出,使用PCA— K-SVD去噪方法有着良好的效果。

4.2 根据数据库样本做出表格

表2为6种滤波方式的比较结果。

滤波方式	信噪比/dB	运算时间/s
中值滤波	24.96	0.913
高斯滤波	25.27	1.002
全局模板训练	29.18	13.196
小波模板训练	28.80	14.186
K-SVD模板训练	29.30	32.176
PCA—K-SVD方法	30.90	59.913

表2 6种滤波方式比较

表2中显示了6种滤波去噪方式的对比,PCA— K-SVD效果最高但运算复杂度和运算时间远高于 其余5种方式,而且也可知模板训练进行的去噪方 式运算时间也远远大于单一去噪模型。

5 结 论

通过实验分析,新的去噪方法在去噪效果上优于 传统去噪方法和略优于新式模板训练去噪方法,大约 提升了1dB的SNR左右。不足的地方在于运算时间 又一次的增加,并且需要观测多幅含噪源图像,而且 随着源图像数目的增加运算量增大。但在需要良好 去噪的条件下,本方法有着提取高信噪比的优势。

参考文献

- [1] 韩晓微,范立南,李浚圣,等.一种基于脉冲噪声检测的
 图像均值滤波方法[J]. 计算机工程与应用,2004(27):
 102-104.
- [2] 张小义,陈东,韩晓广.基于线性和非线性混合滤波器
 的噪声抑制技术[J]. 计算机工程与设计,2004(25):
 1460-1462.
- [3] 容观澳.计算机图像处理[M]. 北京:清华大学出版社, 2000:1-100.
- [4] Petros M, Ronald W S, Muhammad A B. Mathematical morphology and its applications to image and signal processing[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 1996:1-32.
- [5] Hoill Jung, Kyung-Yong Chung. Mining-based associative image filtering using harmonic mean[J]. Cluster Computing, 2014, 17(3):767-774.
- [6] Geusebroek Jan-Mark, Smeulders Arnold W M, van de Weijer Joos. Fast anisotropic Gauss filtering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 12(8):38-43.
- [7] Shigeaki Sakurai, Kyoko Makino, Shigeru Matsumoto, et al. Applied Computational intelligence and soft computing [J]. IEEE, 2014, 8(3):2-31.
- [8] (美)冈萨雷斯.数字图像处理[M].北京:电子工业出版 社,2003:549-552.
- [9] Michal Aharon, Michael Elad, Alfred Bruckstein. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transations on Signal Processing, 2006, 54(11):4311-4322.
- [10] Torabi Mahmoud, Rosychuk Rhonda J. Spatial event cluster detection using an approximate normal distribution[J]. International Journal of Health Geographics, 2008(7):61.
- [11] Ron Rubinstein, Michael Elad. Learning sparse dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transations on Signal Processing, 2008, 1.

(下转第45页)



|头短丁砂含

图3 实验干涉条纹图和获得的相位图



(a)实验干涉图(b)相位图图4 实验干涉条纹图和获得的相位图

3 结 论

提出了一种基于二维连续小波变换的条纹干 涉图相位提取的新算法,为了解决传统二维连续小 波变换计算耗时长的问题,引入了快速傅里叶变换 来进行卷积计算,为了更加快速的计算,提出选择 合适的少量离散参数代替连续的参数进行计算的

(上接第30页)

- [9] 扈佃海,吕续良,文刘强.一种改进的直方图均衡化图 像增强算法[J]. 光电技术应用,2012,27(3):65-68.
- [10] 徐艳丽,谭剑.基于非线性反锐化掩膜的DR图像边缘 增强[J]. 中国医学物理学杂志,2013,27(4):2013-2015.
- [11] 陈武凡.小波分析及其在图像处理中的应用[M].北京:

(上接第36页)

[12] I Gede Pasek Suta Wijaya, Keiichi Uchimura, Gou Koutaki. Face recognition using holistic features and within class scatter-based PCA[C]. GSTF Journal on Computing (JoC), 2013, 3(2):1-7. 方法。通过仿真模拟和实验结果可以看出,该算法 可以快速准确的提取出干涉条纹图的相位,对有缺 陷的干涉条纹图也可以提取其完整相位图,该算法 具有一定的可行性和有效性。

参考文献

- Creath K. Phase-shifting speckle interferometry[J]. Apple Opt, 1985:24(18):3053-8.
- [2] 单小琴,朱日宏,李建欣.基于二维傅里叶变换的单帧 干涉图相位提取方法[J].应用光学2013,34(5): 802-808.
- [3] Ma J, Wang Z, Pan B, et al. Two-dimensional continuoua wavelet transform for phase determination of complex interferograms[J]. Appl Opt,2011,50:2425-2430.
- [4] Federico A, Kaufmann G H. Evaluation of the continuous wavelet transform method for the phase measurement of electronic speckle pattern interferometry fringes[J]. Op. Eng, 2002,41:3209-3216.
- [5] Ma J, Wang Z, Vo M, et al. Parameter discretization in two-dimensional continuous wavelet transform for fast fringe pattern analysis[J]. Appl Opt, 2011,50 (34): 6399-408.
- [6] 李思坤,苏显渝,赵文静.小波变换轮廓术中用小波脊 系数幅值引导相位展开的研究[J].光学学报,2008(4).
- [7] Liu H, Catwright A N, Basaran C. Moire interferogram phase extraction: a ridge detection algorithm for continuous wavelet transforms[J]. Appl Opt, 2004,43:850-857.

科学出版社,2002.

- [12] Dippel S, Stahl M, Wiemker R, et al. Multiscale contrast enhancement for radiographies: laplacian pyramid versus fast wavelet transform[J]. IEEE Trans, Medical Imaging, 2002,21(4):343-353.
- [13] Han-Jin Cho, Tae-Hyoung Park. Wavelet transform based image template matching for automatic component inspection[N]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 50 (9):1033-1039.