

·测试、试验与仿真·

非稳腔中不同小信号增益系数的光场模式模拟计算

张春龙¹, 龙超^{1,2}, 王建华¹, 黄兵¹

(1. 西北核技术研究所, 西安 710024; 2. 国防科技大学 光电科学与工程学院, 长沙, 410073)

摘要: 利用角谱传播理论和薄层增益近似的方法, 针对不同小信号增益系数的增益介质, 在MATLAB平台上计算了正支虚共焦非稳腔的光场模式, 分别得到了高斯型、沿 x 方向高斯型、沿 x 方向偏光轴高斯型的光场的相位分布和振幅分布。计算结果表明, 增益介质的小信号增益系数的分布对光场的强度分布有决定性的影响。

关键词: 非稳腔; 角谱传播; 薄层增益近似; 小信号增益系数; 光场模式

中图分类号: O484.5

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2016)-02-0081-06

Numerical Simulation of Optical Field Mode under Different Small Signal Gain in Unstable Resonator

ZHANG Chun-long¹, LONG Chao^{1,2}, WANG Jian-hua¹, HUANG Bing¹

(1. North West Nuclear Technology Institute, Xi'an 710024, China

2. College of Opto-electric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Using angular spectrum propagation theory and thin gain approximation method, for the gain medium with different small signal gain coefficient, the positive branch confocal unstable resonator optical field mode is calculated on MATLAB platform. The phase and amplitude distribution of optical fields such as Gaussian type, Gaussian type along X direction and polarizing axis Gaussian type along X direction are obtained. Calculation results show that the distribution of the small signal gain coefficient of the gain medium has a decisive influence on the intensity distribution of the optical field.

Key words: unstable resonator; angular spectrum propagation; thin layer gain approximation; small signal gain coefficient; optical field mode

非稳腔以其较大的膜体积和较好的横膜鉴别能力而在高功率激光器广泛使用, 如HF/DF激光器、二氧化碳激光器、COIL激光器等。谐振腔的光场模式计算方法较多, 早在1961年, Fox和Li提出了基于衍射积分公式的迭代计算光场模式的算法^[1], 原则上可以计算任何类型谐振腔的光场模式, 但对于菲涅尔数很大的谐振腔, 该计算方法需要耗费很长的时间才能完成计算。20世纪70年代快速傅里叶变换方法(FFT算法)被提出^[2], 该方法广泛应用于光束传输以及谐振腔的模式计算, 取得了比较理想的效果^[3]。采用以快速傅里叶变换为基础的角谱传

播理论, 对增益介质采用薄层处理, 计算了小信号增益系数为高斯型、沿 x 方向高斯型、沿 x 方向偏光轴高斯型的三种不同类型增益介质的光场相位分布和振幅分布。

1 理论计算模型

光的传播模型在空域内主要算法有以Fox-Li计算方法为代表算法及其派生算法, 这种算法对于菲涅尔数较大的谐振腔计算速度相对较慢。在频域内, 以快速傅里叶变换为基础的角谱法, 在计算菲

涅尔数较大的谐振腔内光的传播时,相比 Fox-Li 算法,表现出明显的速度优势。在频域内计算光的传播时,利用傅里叶变换将空域函数转换为对应的频域函数后,乘以对应距离的传递函数,再对频域函数作傅里叶逆变换,可得到光场经相应距离传播后的分布。设 $U_0(x,y,0)$ 为衍射屏上的复振幅; $U(x,y,z)$ 为观察屏上的复振幅,在频域中对应的频谱函数分别为 $G_0(f_x,f_y)$ 和 $G_z(f_x,f_y)$,即满足以下关系^[4]

$$G_0(f_x,f_y) = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} U_0(x,y,0) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1)$$

$$G_z(f_x,f_y) = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} U(x,y,z) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2)$$

利用傅里叶逆变换,可求得 $U(x,y,z)$,并将其代入亥姆霍兹方程可得

$$G_z(f_x,f_y) = G_0(f_x,f_y) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right] \quad (3)$$

式(3)即为衍射屏与观察屏频域内的变换关系。式(3)中 $1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2 < 0$ 的分量将随着 z 的增大按指数规律急剧衰减, $1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2 > 0$ 的分量能够到达观察屏,因此光波的传递在频域可以描述成一个半径为 $1/\lambda$ 的理想低通滤波器,该滤波器的传递函数为

$$H(f_x,f_y) = \begin{cases} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right] & \sqrt{f_x^2 + f_y^2} < \frac{1}{\lambda} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

因此,在频域内光的传播可以通过衍射屏频域函数与传递函数的相乘完成计算,相对空域衍射传播计算较为简便。角谱传播理论与衍射传播理论虽然采用了不同的方法,但两种方法对衍射场给出了完全相同结果^[5]。

在应用传递函数计算光场传播时,考虑到抽样定理的限制,则传递函数频率间隔 Δf_x 及最大频率 $f_{x \max}$ 为 $\Delta f_x = \frac{1}{2a}$, $f_{x \max} = \frac{1}{2\Delta x}$,其中, a 为衍射场沿 x 方向的宽度。为了提高计算的精度,通常限制 f_x 一个步长产生的相位变化小于或等于 $\pi/6$,即在一个相位周期内取 12 个采样点,即式(4)指数部分关于 f_x 的微分满足下面关系

$$|2\pi z \lambda f_x \Delta f_x| \leq \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

式中, z 为传播距离; λ 为波长。

将传递函数频率间隔 Δf_x 及最大频率 $f_{x \max}$ 代入上式化简,可得

$$z \leq \frac{a\Delta x}{3\lambda} \quad (6)$$

上式限制了利用传递函数计算的光场传播时的最大计算距离,对于腔长较长的谐振腔,如图 1 在腔内划分若干个站点,使相邻站点间距满足式(6)要求,并分别用各段的传递函数计算站点之间光场传播。

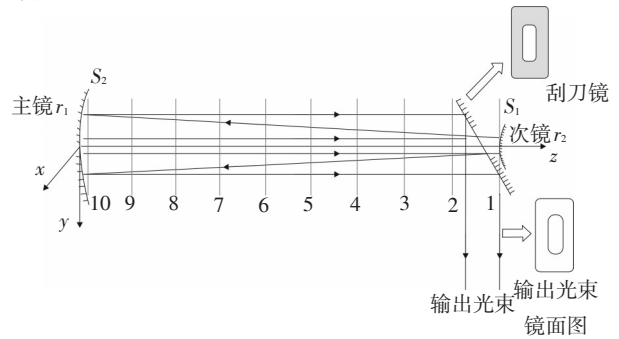


图1 非稳腔站点设置示意图

在有源腔中,增益介质对光场的作用可用增益透过率 $t(x,y)$ 表示为^[6]

$$t(x,y) = \exp\left\{\left[g(x,y)/2 + ik\Delta n(x,y)\right]\Delta z\right\} \quad (7)$$

式中, Δz 为增益区域沿着光轴方向的长度; $g(x,y)$ 为该 Δz 距离内的平均增益系数; Δn 为该 Δz 距离内折射率的平均变换率。

$g(x,y)$ 是衡量增益介质对光的放大能力的因子^[7-8],如式(8)所示,是激光器工作的重要参数之一。 Δn 在均匀增益介质中常处理为常数,因此该项可以忽略。

$$g(x,y) = g_0(x,y) / \sqrt{1 + I/I_s} \quad (8)$$

式中, $g_0(x,y)$ 为小信号增益系数; I 为当前薄层增益处的光强; I_s 为饱和光强。

当光场通过该增益介质后,光场由原来的 u_{i0} 变为 u_{i1} ,可表示为

$$u_{i1} = u_{i0}(x,y)t(x,y) \quad (9)$$

结合图 1 中的站点设置,可将增益介质的透过率可以施加在站点上,即将每段增益介质视为薄层,并在站点处施加在光场上。

经过腔镜反射的光场复振幅为腔镜的相位变换函数与光场的复振幅的乘积,将镜面的相位变换函数记为

$$pr(x,y) = \exp(2ikh_1 - ik\frac{x_1^2 + y_1^2}{2f_1}) \quad (10)$$

式中, k 为波数; Δs 为光场差; h_1 为腔镜最大厚度, 在计算中由于 h_1 为常数, 故该项常忽略。

对光场 $U_0(x, y)$ 的相位变换后的光场 $U_1(x, y)$ 可以记为

$$U_1(x, y) = U_0(x, y)pr(x, y) \quad (11)$$

相位变换函数是以镜面空间位置 (x, y) 为自变量, 且对空间位置较敏感, 因此在离散时, 文中取一个步长产生的相位变化小于或等于 $\pi/6$, 即式(10)中指数部分的虚部关于 x 或 y 的微分小于或等于 $\pi/6$, 可得

$$\frac{k2x}{R}\Delta x \leq \frac{\pi}{6} \quad (12)$$

$$\frac{k2y}{R}\Delta y \leq \frac{\pi}{6} \quad (13)$$

式中, R 为镜面的曲率半径; k 为波数; Δx 为 x 方向的取样步长; Δy 为 y 方向的取样步长。设镜面的半径为 a , 则 $x \leq a, y \leq a$ 则有以下式

$$P_r(x, y) = \begin{cases} 1 & -a/2 + r \leq x \leq a/2 - r, \\ \exp[-(x + a/2)^2/\tau] & -b/2 + r \leq x \leq b/2 - r \\ \exp[-(x - a/2)^2/\tau] & x \leq -a/2, |y| \leq b/2 - r \\ \exp[-(y - b/2)^2/\tau] & x \geq a/2, |y| \leq b/2 - r \\ \exp[-(y + b/2)^2/\tau] & y \geq b/2, |x| \leq a/2 - r \\ & y \leq -b/2, |x| \leq a/2 - r \\ \exp\{-(x - a/2 + r)^2 + (y - b/2 + r)^2 - r^2\}/\tau\} & a/2 - r \leq x \leq a/2 + q, \\ & b/2 - r \leq x \leq b/2 + q, \\ & (x - a/2 + r)^2 + (y - b/2 + r)^2 > r^2 \\ \exp\{-(x + a/2 - r)^2 + (y - b/2 + r)^2 - r^2\}/\tau\} & -a/2 - q \leq x \leq -a/2 + r, \\ & b/2 - r \leq x \leq b/2 + q, \\ & (x + a/2 - r)^2 + (y - b/2 + r)^2 > r^2 \\ \exp\{-(x + a/2 - r)^2 + (y + b/2 - r)^2 - r^2\}/\tau\} & -a/2 - q \leq x \leq -a/2 + r, \\ & -b/2 - q \leq x \leq -b/2 + r, \\ & (x + a/2 - r)^2 + (y + b/2 - r)^2 > r^2 \\ \exp\{-(x - a/2 + r)^2 + (y + b/2 - r)^2 - r^2\}/\tau\} & a/2 - r \leq x \leq a/2 + q, \\ & -b/2 - q \leq x \leq -b/2 + r, \\ & (x - a/2 + r)^2 + (y + b/2 - r)^2 > r^2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

式中, r 为圆角的半径; q 为衰减距离; a, b 为矩形光阑的宽度和长度。

设参考面上某点 (x, y) 的复振幅为 $u^q(x, y)$, 经过一次传输后 $u^{q+1}(x, y)$, 考虑两次传输后的相位复角的比值, 如式(18)所示。

$$\gamma(x, y) = \arg \left(\frac{u^q(x, y)}{u^{q+1}(x, y)} \right) \quad (18)$$

当光场达到波前自再现状态时, 则 $\gamma(x, y)$ 将趋

$$\Delta x \leq \frac{R\lambda}{24a} \quad (14)$$

$$\Delta y \leq \frac{R\lambda}{24a} \quad (15)$$

式(14)、式(15)限制镜面相位变换函数离散时的步长大小。

在实际的光束传输中, 一般会紧贴谐振腔腔镜安装光阑, 为了抑制计算中光阑边界跳变而引起的高频振荡^[9], 通常对光阑函数进行“软化”修正, 即光阑边界的透射率是按式(16)的规律衰减到零, 而非直接跳变到零。

$$t = \exp(-(x - x_a)^2/\tau) \quad (16)$$

式中, x_a 为矩形光阑的边沿所在位置; τ 为截断参数。

设计了圆角矩形软边光阑, 其光阑函数如式(17)所示。光阑函数对光场作用时, 直接将光阑函数与光场复振幅函数相乘即可。

近于常数。在判断时, 用 $\gamma(x, y)$ 的均方差 $\sigma(\gamma)$ 进行判断, 如式(19)所示。当均方差 $\sigma(\gamma)$ 小于某个设定的小量 ε_0 时, 可认为达到光场自再现状态。

$$\sigma(\gamma) = \left[\frac{1}{MN} \sum (\gamma(x, y) - \overline{\gamma(x, y)})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

式中, $\overline{\gamma(x, y)}$ 为 $\gamma(x, y)$ 的均值; M, N 分别为参考面的行数和列数。

2 数值模拟及讨论

文中主要讨论正支虚共焦非稳腔,计算参数如表1所示。

表1 计算参数

名称	数值	单位
波长	3.8	μm
腔长	600	cm
主镜的半径 a_1	6	cm
次镜的半径 a_2	3	cm
主镜的曲率半径 R_1	2 200	cm
次镜的曲率半径 R_2	-1 000	cm
主镜的光阑宽	5	cm
主镜的光阑高	10	cm
次镜的光阑宽	2.27	cm
次镜的光阑高	4.55	cm

计算时,采用式(17)所示的光阑,分别计算当信号增益系数 $g_0(x,y)$ 在 $x-y$ 平面内为高斯型、 x 轴向高斯型、中心偏移光轴的高斯型分布型时的光场模式,选取图1中次镜前站点1为光场模式的观察面。

(1)在空腔计算时,即小信号增益系数为 $g_0(x,y)=0$

计算结果如图2、图3所示。

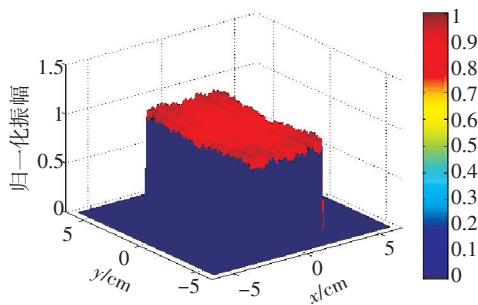


图2 无源腔归一化振幅分布

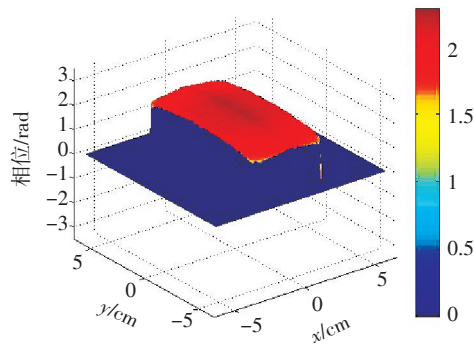


图3 无源腔相位分布

由图2、图3可知,空腔中光场强度分布基本均匀化,光场相位基本在同一数值,近似为平面波,将计算结果与文献[10]比较,计算结果基本一致,说明光场模式计算方法是正确的。

(2)对于增益介质具有中心对称性的工作物质,小信号增益系数可近似为高斯型,如(21)式所示。

$$g_0(x,y)=0.01 \exp(-(x^2+y^2)/10) \quad (21)$$

将小信号增益代入光场模式的计算程序中可得光场归一化复振幅、相位分布如图4、图5所示。

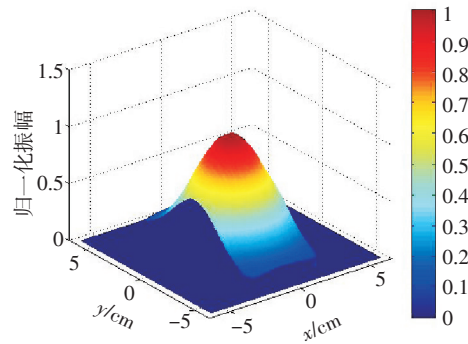


图4 小信号增益系数为高斯型时的归一化振幅分布

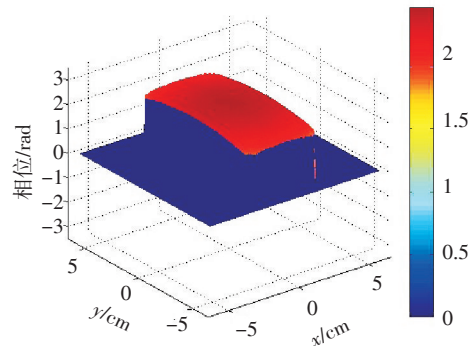


图5 小信号增益系数为高斯型时的光场相位分布

高斯型小信号增益系数,使得光强重新按照增益信号的线形重新分布,中心光场的振幅明显增强,在 x 方向由于镜面光阑的限制,光强在-2.5和2.5被截断;沿 y 方向光强按照高斯型衰减,在-5和5处被光阑截断。在参考面上,光场相位均值为2.25 rad,最大起伏为0.24 rad,可以认为是近似平面波。

(3)对于化学激光器,如HF等激光器,其增益介质沿 x 轴方向高速流过光腔,可将小信号增益系数简化的处理为沿 x 方向高斯型的轴对称分布,如式(22)所示。

$$g_0(x, y) = 0.01 \exp(-x^2/10) \quad (22)$$

计算结果如图6、图7所示。

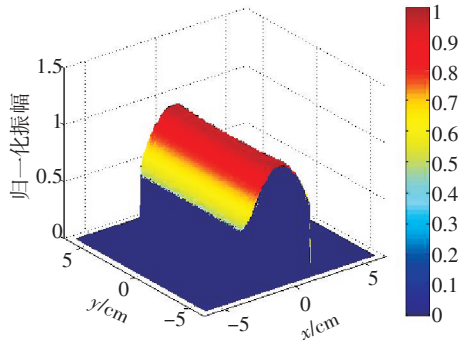


图6 小信号增益系数为沿x方向高斯型时的归一化振幅分布

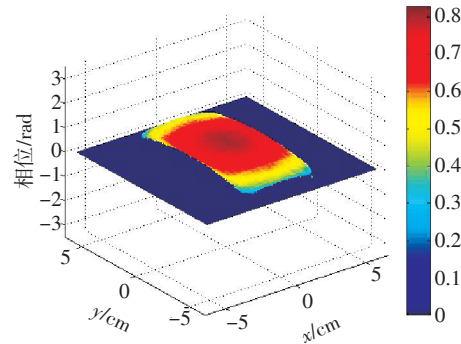


图7 小信号增益系数为沿x方向高斯型时的相位分布

与图4、图5相比,与小信号增益系数为高斯型的结果相比,归一化复振幅分布沿着y方向保持不变,而在x方向由中心向两边衰减,并在 $x=-2$ 和 $x=2.5$ 处被光阑截断。这是由于增益增加的小信号增益系数由中心对称变为x方向的轴对称所致。相位分布保持为近似平面。

(4)实际激光器工作中,增益介质中心与光轴总会存在一定的偏移,为了模拟这种情况,考虑光轴从增益介质的中心偏左0.3 cm的通过,则小信号增益系数可表示为

$$g_0(x, y) = 0.01 \exp(-(x+0.3)^2/10) \quad (23)$$

计算结果如图8、图9所示。

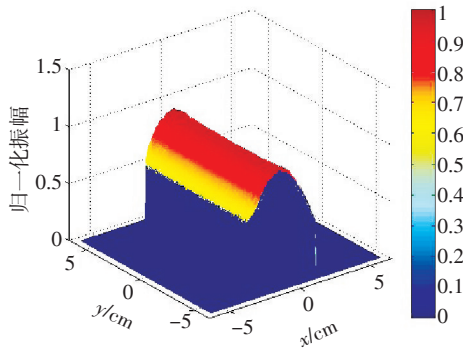


图8 小信号增益系数为沿x方向偏光轴时的归一化振幅分布

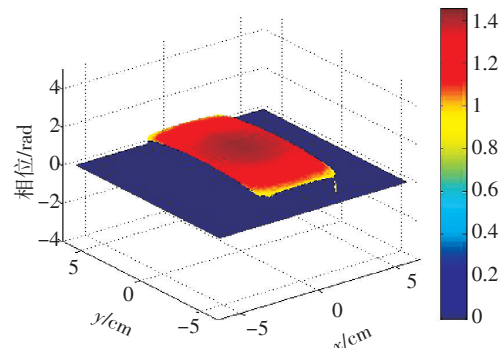


图9 小信号增益系数为沿x方向偏光轴时的光场相位分布

与图6、图7相比,归一化振幅在y方向保持不变,在x方向中心偏移至 $x=-0.3$ 处,这与小信号增益系数的中心重合。光场相位保持为近似平面。

分布。计算结果表明,增益介质的小信号增益系数的分布对光场的强度分布有决定性的影响。

3 结论

在MATLAB平台上利用角谱传播理论和薄层增益近似的方法,分别计算了谐振腔中增益介质小信号增益系数为高斯型、沿x方向高斯型、沿x方向偏光轴高斯型以及空腔时的光场振幅分布和相位

参考文献

- [1] Fox A G, Li T. Resonant modes in a master interferometer [J]. Bell Syst Tech J, 1961,40(3):453-488.
- [2] Sziklas E A, Siegmen A E. Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain I: Hermite-Gaussian expansion [J]. Appl Opt, 1975, 14(8):1874-1889.
- [3] Sziklas E A, Siegmen A E. Mode calculations in unstable

- resonators with flowing saturable gain 2: fast Fourier transform method [J]. *Appl Opt*, 1975, 14(8):1874-1889.
- [4] (美)古德曼. 傅里叶光学导论[M]. 秦克诚, 刘培森, 陈家璧, 等译. 北京:电子工业出版社, 2011:40-45.
- [5] Sherman G C. Application of the convolution theorem to Rayleigh's integral formulas[J]. *Opt. Soc. Am.*, 1967, 57: 546.
- [6] Siegman A E, Sziklas E A. Mode calculations in unstable resonator with flowing saturable gain1: Hermite-Gaussian expansion[J]. *Appl Opt*, 1974, 13(12): 2775-2792.
- [7] 王泰春, 付汉清. COIL非稳腔实验的数值模拟[J]. *强激光与粒子束*, 2000, 12(s0):5-9.
- [8] Dubrov V D, Grishaev R V, Homenko M D, et al. Estimation of output beam characteristics of laser with unstable resonator and turbulent active medium[J]. *Laser Phys*, 2009, 19(5):1131-1135.
- [9] 张骁, 刘文. 基于亥姆霍兹方程的有源非稳腔模式计算方法[J]. *光电技术应用*, 2011, 26(3):1-3.
- [10] 牛志峰, 郭建增, 任晓明, 等. 大长宽比矩形有源非稳腔模式的数值模拟[J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(7): 1721-1725.

(上接第80页)

3 结论

相比传统利用应变片、光栅等测量方法, 文中提出的基于三维数字影像的非接触式旋翼桨叶运动参数测量方法, 具有测试环境要求低、测量参数多、测试量程大等优势。由图 7a 可知, 利用文中所提方法测得的不同状态下的总距与静态标定值非常吻合, 各状态下总距的平均值分别为 0.001° , 1.865° , 3.922° , 6.043° 。当然本次试验也存在一些不足, 由于桨叶的扭转、挥舞角、摆阵角等运动参数的测试结果还缺乏对比数据, 故只能做定性的趋势分析。如何设计对比试验, 对测量结果做进一步的定量分析。如何将所提方法更好地运用到全尺寸直升机旋翼桨叶运动参数的测量上, 都将是下一阶段研究工作的重点。

参考文献

- [1] 约翰逊, 如林. 直升机理论[M]. 北京:航空工业出版社, 1991.
- [2] Gaukroger D R, Hassal G J W. Measurement of vibratory displacement of a rotating blade[J]. *Vertica*, 1978, 2(2): 111-120.
- [3] Tourjansky N, Szechenyi E. The Measurement of Blade Deflections A New Implementation of the Strain Pattern Analysis[C]//Association Aeronautique et Astronautique de France, 1992.
- [4] Reinert H G, Pengel M K, Wall B G. Blade Deflection Measurement at the Low Noise ERATO Rotor [C]//26th European Rotorcraft Forum, 2000:104.
- [5] 李岩, 孟祥旺. 直升机旋翼挥舞、摆振的激光动态测试系统[J]. *光学技术*, 2001, 27(3):214-216.
- [6] 马颂德, 张正友. 计算机视觉: 计算理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社, 1998.
- [7] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11):1330-1334.
- [8] 唐正宗, 梁晋, 肖振中, 等. 用于三维变形测量的数字图像相关系统 [J]. *光学精密工程*, 2010, 18(10): 2244-2253.
- [8] WENG Ju-yang, Paul Cohen. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(10):965-980.
- [9] 潘兵, 谢惠民, 李艳杰. 用于物体表面形貌和变形测量的三维数字图像相关方法[J]. *试验力学*, 2007, 22(6): 556-567.
- [10] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, 3(4):323-344.
- [11] 孙涛, 梁晋, 郭翔, 等. 基于 DIC 的预应变下铜/铝复层板各向异性性能检测与研究[J]. *材料工程*, 2014(5): 78-85.