·光电系统·

多系统驱动NH_3激光器的反同步控制

常 欢,李 钢,王时野,杨 怡

(辽宁师范大学物理与电子技术学院,辽宁 大连 116029)

摘 要:研究了多系统驱动NH_3激光器的反同步控制问题。基于Lyapunov稳定性定理,通过构造Lyapunov函数,实现了受激喇曼散射激光器系统和Rossler系统为驱动系统,NH_3激光器系统为响应系统的信号反同步,并通过数值仿真验证了反同步原理的正确性。仿真结果表明,在反同步控制器的作用下,系统可以达到完全反同步。这种反同步控制器可以应用到任意的混沌系统,因此,具有一定的普适性。

关键词:反同步;激光系统;数值仿真

中图分类号:O415.5 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-1255(2014)-05-0011-04

Anti-synchronization Control of NH_3 Laser Driven by Multi-system

CHANG Huan, LI Gang, WANG Shi-ye, YANG Yi

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The anti-synchronization control problem of NH_3 laser driven by multi-system is researched. Based on Lyapunov stability theory, through constructing Lyapunov function, the signal anti-synchronization is realized in which stimulated Raman scattering laser and Rossler system are taken as a driving system and NH_3 laser system is taken as a response system. The correctness of anti-synchronization principle is verified by numerical simulation. Simulation results show that anti-synchronization is realized completely under the anti-synchronization controller. The controller has certain adaptability which can be used in any chaos systems.

Key words: anti-synchronization; laser system; numerical simulation

在激光领域,激光信号的反同步是一个有趣的现象。通常情况下,反同步是指在控制器的作用下,响应系统的状态变量与驱动系统的状态变量幅度相同,但符号相反的现象[1-5],它在各个领域都有广泛的应用。在保密通信中,人们发现当驱动系统只有一个时,这种通信系统相对容易被攻击或解码[6-7]。解决的方法是将驱动系统分成两个或两个以上驱动系统,可以极大地提高抗破译能力。这种两个或两个以上的驱动系统和响应系统之间的同步称之为组合同步[8-12]。目前,已分别研究了反同步与组合同步问题,但研究三个及以上系统的组合反同步问题并不多见,仍然具有挑战性[13-17]。

文中基于Lyapunov稳定性定理,通过构造Lyapunov函数,实现了受激喇曼散射激光器系统和Rossler系统为驱动系统,NH_3激光器系统为响应系统的信号反同步,并通过数值仿真验证了组合反同步原理的正确性。

1 同步原理

受激喇曼散射激光器系统、Rossler系统和NH_3激光器系统是三个不同的混沌系统。受激喇曼散射激光器系统的动力学方程描述为

收稿日期:2014-09-26

基金项目:辽宁省理论物理重点学科项目资助(905061)

作者简介:常欢(1989-),女,硕士研究生,从事非线性理论研究.

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-a_1x_1-9(x_1+x_3)x_2^2\\ \dot{x}_2=-b_1x_2+5(x_1^2-x_3^2)x_2\\ \dot{x}_3=-c_1x_3+(x_1+x_3)x_2^2\end{cases} \tag{1}$$

其中，a_1 b_1 c_1 是常数；当 $a_1=-1,b_1=2.06,c_1=1.0$ 时，系统(1)具有混沌行为。

Rossler系统的动力学方程为

$$\begin{cases}\dot{y}_1=-y_2-y_3\\ \dot{y}_2=a_2y_2+y_1\\ \dot{y}_3=-c_2y_3+y_1y_3+b_2\end{cases} \tag{2}$$

其中，a_2 b_2 c_2 是常数；当 $a_2=0.2,\ b_2=0.2,c_2=5.7$ 时，系统(2)具有混沌行为。

NH_3激光器系统的状态方程由下式给出

$$\begin{cases}\dot{z}_1=-a_3(z_1-z_2)\\ \dot{z}_2=b_3z_1-z_2-z_1z_3\\ \dot{z}_3=-c_3z_3+z_1z_2\end{cases} \tag{3}$$

其中，a_3 b_3 c_3 是常数；当 $a_3=1.425\,3$ $b_3=40$ $c_3=0.277\,8$ 时，系统(3)处于混沌状态。

假设受激喇曼散射激光器系统和Rossler系统作为驱动系统，NH_3激光器系统作为响应系统，将NH_3激光器系统变形如下式[18]

$$\begin{cases}\dot{z}_1=-a_3(z_1-z_2)+u_1\\ \dot{z}_2=b_3z_1-z_2-z_1z_3+u_2\\ \dot{z}_3=-c_3z_3+z_1z_2+u_3\end{cases} \tag{4}$$

其中，u_1 u_2 u_3 是设计的控制器。

定义误差状态变量为

$$\begin{cases}e_1=\gamma_1z_1+\alpha_1x_1+\beta_1y_1\\ e_2=\gamma_2z_2+\alpha_2x_2+\beta_2y_2\\ e_3=\gamma_3z_3+\alpha_3x_3+\beta_3y_3\end{cases} \tag{5}$$

则有以下误差系统

$$\begin{cases}\dot{e}_1=-a_3e_1+\dfrac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}e_2+f+\gamma_1u_1\\ \dot{e}_2=-e_2-\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}e_1e_3+\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)e_1+\\ \quad\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)e_3+g+\gamma_2u_2\\ \dot{e}_3=-c_3e_3+\dfrac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}e_1e_2-\dfrac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)e_1-\\ \quad\dfrac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)e_2+h+\gamma_3u_3\end{cases} \tag{6}$$

其中

$$f=a_3(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)-\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)-9\alpha_1(x_1+x_3)x_2^2-a_1\alpha_1x_1-\beta_1y_2-\beta_1y_3 \tag{7}$$

$$g=(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)-\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)+\gamma_2b_3z_1-b_1\alpha_2x_2+\beta_2a_2y_2+5\alpha_2(x_1^2-x_3^2)x_2+\beta_2y_1 \tag{8}$$

$$h=c_3(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)+\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)-c_1\alpha_3x_3+\alpha_3(x_1+x_3)x_2^2-c_2\beta_3y_3+\beta_3y_1y_3+\beta_3b_2 \tag{9}$$

设计控制器的形式如下

$$u_1=-\frac{1}{\gamma_1}f$$

$$u_2=-\frac{1}{\gamma_2}\left[\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_1-(a_3-1)v_2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)v_1+g\right]$$

$$u_3=-\frac{1}{\gamma_3}\begin{cases}(1-c_3)v_3+\dfrac{\gamma_3(a_3-1)}{\gamma_1^2a_3}v_1^2+\left(\dfrac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}-\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\right)\cdot\\ [v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)]v_2\cdot\dfrac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)v_1-\\ \dfrac{\gamma_3(a_3-1)}{\gamma_1^2a_3}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)v_1+h\end{cases} \tag{10}$$

其中，$v_1=e_1$；$v_2=e_2-\dfrac{\gamma_2(a_3-1)}{\gamma_1a_3}v_1$。

令 $v_1=e_1$，它对时间求导数为

$$\dot{v}_1=\dot{e}_1=-a_3e_1+\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}e_2+f+\gamma_1u_1=-a_3v_1+\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}e_2+f+\gamma_1u_1 \tag{11}$$

其中，把 $e_2=\alpha_1(v_1)$ 看作是一个虚拟的控制器，为了使 v_1 子系统稳定，可以定义第一部分Lyapunov函数为

$$V_1=\frac{1}{2}v_1^2 \tag{12}$$

则 $\dot{V}_1=v_1\dot{v}_1=$

$$v_1\left(\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}\alpha_1(v_1)-a_3v_1\right)+v_1(f+\gamma_1u_1) \tag{13}$$

为了使 $\dot{V}_1$ 负定，令 $\dfrac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}\alpha_1(v_1)-a_3v_1=-v_1$；$f+\gamma_1u_1=0$，则 $\alpha_1(v_1)=\dfrac{\gamma_2(a_3-1)}{\gamma_1a_3}v_1$；$u_1=-\dfrac{1}{\gamma_1}f$，所以 $\dot{V}_1=-v_1^2<0$。

由于 $\dot{V}_1$ 是负定的，所以 v_1 子系统是渐进稳定的。考虑到虚拟控制器 $\alpha_1(v_1)$ 是估计的，则 e_2 和 $\alpha_1(v_1)$ 的误差可以表示为 $v_2=e_2-\alpha_1(v_1)$，因此有

$$\dot{v}_1=-a_3e_1+\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}e_2+f+\gamma_1u_1=\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_2-v_1 \tag{14}$$

因为 $v_2=e_2-\alpha_1(v_1)$,所以将 v_2 对时间求导数得

$$\dot v_2=\dot e_2-\dot\alpha_1(v_1)=\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]e_3-\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_1-v_2 \tag{15}$$

当 $-a_3v_2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)v_1+g+\gamma_2u_2=-\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_1-v_2$ 时,可以推导出 u_2 的表达式并可以得到 (v_1,v_2) 子系统如下

$$\begin{cases}\dot v_1=\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_2-v_1\\ \dot v_2=\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]e_3-\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_1-v_2\end{cases} \tag{16}$$

令 $e_3=\alpha_2(v_1,v_2)$,为了使 (v_1,v_2) 子系统稳定,可以定义第二部分Lyapunov函数为

$$V_2=V_1+\frac{1}{2}v_2^2 \tag{17}$$

则式(17)对时间的导数为

$$\dot V_2=\dot V_1+v_2\dot v_2=-v_1^2-v_2^2-\frac{\gamma_2v_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_3x_3+\beta_3y_3)\right]\alpha_2(v_1,v_2) \tag{18}$$

如果令 $\alpha_2(v_1,v_2)=0$,则 $\dot V_2=-v_1^2-v_2^2<0$,表明 (v_1,v_2) 子系统渐进稳定。同样的方法,假设 $v_3=e_3-\alpha_2(v_1,v_2)$,然后可以得到

$$\dot v_3=\dot e_3-\dot\alpha_2(v_1,v_2)=-v_3+\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]v_2 \tag{19}$$

$-c_3v_3+\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}v_1v_2+\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}\frac{\gamma_2(a_3-1)}{\gamma_1a_3}v_1^2-\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_2x_2+\beta_2y_2)v_1-\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)v_2-\frac{\gamma_3}{\gamma_1\gamma_2}(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\frac{\gamma_2(a_3-1)}{\gamma_1a_3}v_1+h+\gamma_3u_3=-v_3+\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]v_2$ 时,可以推导出 u_3 的表达式,并得到 (v_1,v_2,v_3) 子系统如下

$$\begin{cases}\dot v_1=\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_2-v_1\\ \dot v_2=\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]v_3-\frac{\gamma_1a_3}{\gamma_2}v_1-v_2\\ \dot v_3=-v_3+\frac{\gamma_2}{\gamma_1\gamma_3}\left[v_1-(\alpha_1x_1+\beta_1y_1)\right]v_2\end{cases} \tag{20}$$

定义第三部分Lyapunov函数为

$$V_3=V_2+\frac{1}{2}v_3^2 \tag{21}$$

则

$$\dot V_3=\dot V_2+v_3\dot v_3=-v_1^2-v_2^2-v_3^2 \tag{22}$$

由于 $\dot V_3<0$,由Lyapunov稳定性理论知 (v_1,v_2,v_3) 子系统是渐进稳定的。通过下面的定义:$v_1=e_1$;$v_2=e_2-\alpha_1(v_1)=e_2-\frac{\gamma_2(a_3-1)}{\gamma_1a_3}v_1$;$v_3=e_3-\alpha_2(v_1,v_2)=e_3$ 。当 $t\to\infty$ 时,$e_1\to0$;$e_2\to0$;$e_3\to0$,这意味着驱动系统和响应系统达到组合的反同步。

2 仿真结果

在这一部分中,通过给出的数值模拟来验证所提出方法的有效性。两个驱动系统受激喇曼散射激光器系统和Rossler系统的初值分别取为 $x_1(0)=1$;$x_2(0)=1$;$x_3(0)=1$;$y_1(0)=-6$;$y_2(0)=5$;$y_3(0)=-10$ 。其中两系统的参数分别为 $a_1=-1$;$b_1=2.06$;$c_1=1.0$;$a_2=0.2$;$b_2=0.2$;$c_2=0.2$ 。此时两驱动系统均处于混沌状态,则驱动系统的相图如图1、图2所示。响应系统的初值取为 $z_1(0)=2.0$;$z_2(0)=2.0$;$z_3(0)=2.0$ 。其中该系统的参数分别为 a_3 是Prantl数;b_3 是激光器的泵浦;c_3 是几何因子。当 $a_3=1.425\,3$;$b_3=40$;$c_3=0.277\,8$,系统(6)的混沌吸引子如图3所示。

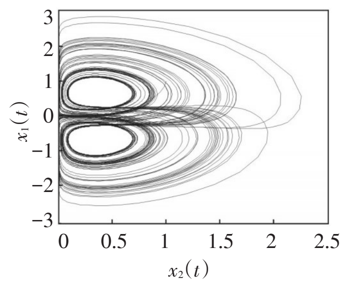

图1 受激喇曼散射激光器相图

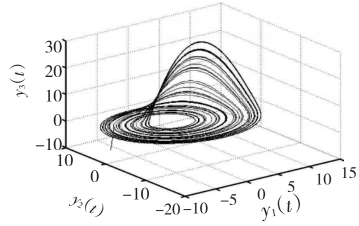

图2 Rossler系统相图

两个驱动系统与一个响应系统的组合反同步过程如图4所示。表明由于两个驱动系统和一个响应系统所取的初值不同,所以这三个混沌系统的状态变量曲线在初始阶段有明显的不同,并且两个驱动系统状态变量之和的曲线图和响应系统状态变量的曲线图随时间的变化总是关于状态变量为零

时对称。也就是说,响应系统中所有状态变量的轨迹与两个驱动系统所有状态变量之和的轨迹严格的相反。随着时间的无限延长,两个驱动系统状态变量之和的曲线图和响应系统的曲线图都会严格的关于状态变量为零时对称,不会有任何变化。同时,两系统状态变量的误差曲线如图5所示。

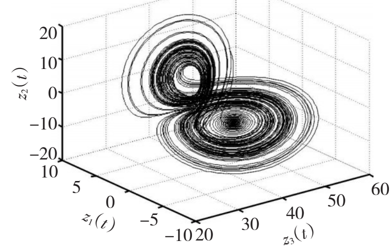

图3 NH_3激光器相图

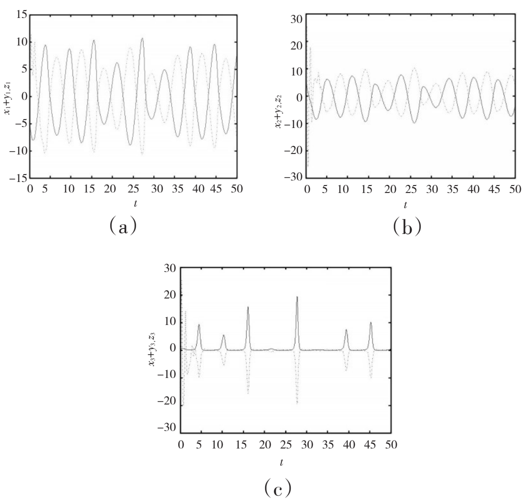

图4 驱动系统和响应系统的组合反同步过程

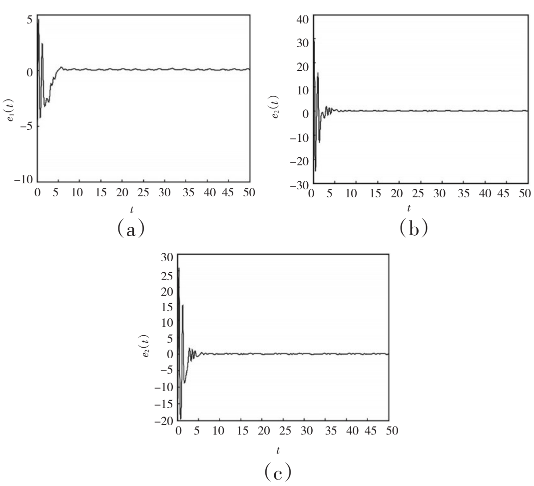

图5 驱动系统与响应系统状态变量误差曲线

从图5可以看出,因为受激喇曼散射激光器系统,Rossler系统作为驱动系统和NH_3激光器系统作为响应系统是三个异结构混沌系统,三个异结构的混沌系统所取的初值不同并且随时间的演化而具有不同的特性。所以,状态变量的误差 $e_i(t)$ 随时间的演化在初始阶段有明显的差异。但在选取适当的控制器,经过一个短暂的时间后,两个驱动系统和一个响应系统所有的状态变量之间的组合反同步误差曲线很快地并且稳定地收敛到零,不管怎么延长演化时间,驱动系统与响应系统的所有变量的组合反同步误差曲线都趋于零,即两个驱动系统和一个响应系统达到混沌组合反同步状态。

3 结 论

研究了受激喇曼散射激光器系统和Rossler系统为驱动系统,NH_3激光器系统为响应系统的反同步问题。研究结果表明,两个驱动系统的各变量之和随时间的演化曲线和响应系统的各变量随时间的演化曲线幅值相同,符号相反。在控制器的作用下,它们之间的误差变量在时间接近5 s时随时间的演化曲线趋于零,即这三个系统达到组合反同步状态。

参考文献

[1] Al-sawalha M M, Noorani M S M. Chaos reduced-order anti-synchronization of chaotic systems with fully unknown parameters[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2012, 17(4):1908-1920.

[2] Al-sawalha M M, Noorani M S M. Adaptive anti-synchronization of two identical and different hyperchaotic systems with uncertain parameters[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2010, 15(4):1036-1047.

[3] Liu S T, Liu P. Adaptive anti-synchronization of chaotic complex nonlinear systems with unknown parameters[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2011, 12(6):3046-3055.

[4] Mahmoud E E. Adaptive anti-lag synchronization of two identical or non-identical hyperchaotic complex nonlinear systems with uncertain parameters[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(3):1247-1266.

[5] Fu G Y ,Li Z S. Robust adaptive anti-synchronization of two different hyperchaotic systems with external uncertainties[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2011, 16(4):395-401.

(下转第51页)

cated on silicon and AlN submounts[J]. Microelectronics Reliability, 2012, 52:884-888.

[15] Chen Z Z, Liu P, Zhang G Y, et al. Junction temperature and reliability of high-power flip-chip light emitting diodes [J]. Materials Science in Semiconductor Processing, 2007, 10:206-210.

[16] LIN Cheng-chen, CHANG Lian-be, Jeng Ming Jer, et al. Fabrication and thermal analysis of flip-chip light-emitting diodes with different numbers of Au stub bumps [J]. Microelectronics Reliability, 2010, 50(5): 683-687.

[17] 周小丽,刘木清,钱勇,等. LED光通量测试系统的研究[J].光电子·激光,2008,19(6):728-730.

[18] Schubert E Fred. Light-Emitting Diodes[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2006:1-432.

(上接第14页)

[6] Kwon O M, Park J H, Lee S M. Secure communication based on chaotic synchronization via interval time-varying delay feedback control[J]. Nonlinear Dyn, 2011, 63(1-2): 239-252.

[7] Smaoui N, Karouma A, Zribi M. Secure communications based on the synchronization of the hyperchaotic Chen and the unified chaotic systems[J]. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul, 2011, 16(8):3279-3293.

[8] Luo R Z, Wang Y L, Deng S C. Combination synchronization of three classic chaotic systems using active backstepping design[J]. An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2011, 21(4):1054-1500.

[9] Luo R Z, Wang Y L. Active backstepping-based combination synchronization of three different chaotic systems[J]. Advanced Science, Engineering and Medicine, 2012, 4 (2):142-147.

[10] Wu Z Y, Fu X C. Combination synchronization of three different order nonlinear systems using active backstepping design[J]. Nonlinear Dyn, 2013, 73(3):1863-1872.

[11] Ojo K S, Njah A N, Olusola O I, et al. Generalized reduced-order hybrid combination synchronization of three Josephson junctions via backstepping technique[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 77(3):583-595.

[12] Sun J W, Shen Y, Zhang G D, et al. Combination combination synchronization among four identical or different chaotic systems[J]. Nonlinear Dyn, 2013, 73(3): 1211-1222.

[13] Qiang C N , Ren X M, Jing N. Robust anti-synchronization of uncertain chaotic systems based on multiple-kernel least squares support vector machine modeling[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2011, 12(44):1080-1088.

[14] Chen Y, Li M Y, Cheng Z F. Global anti-synchronization of master-slave chaotic modified Chua´s circuits coupled by linear feedback control[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2010, 52(3-4):567-573.

[15] Yang C C. Robust synchronization and anti-synchronization of identical Φ^6 oscillators via adaptive sliding mode control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(3): 501-509.

[16] Rehan M. Synchronization and anti-synchronization of chaotic oscillators under input saturation[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(10-11): 6829-6837.

[17] Hammami S, Benrejeb M, Feki M, et al. Feedback control design for Rössler and Chen chaotic systems anti-synchronization[J]. Physics Letters A, 2010, 374(28): 2835-2840.

[18] 祝金川. 相位共轭波振荡器时空混沌控制及NH_3激光器复杂网络混沌同步研究[D]. 大连:辽宁师范大学, 2011.

(上接第33页)

[6] 廖艳林. 亚波长金属/电介质双层光栅偏振片[J]. 中国科学技术大学学报, 2005, 35(5).

[7] 赵华君. 亚波长介质偏振分束光栅的衍射特性[J]. 强激光与粒子束, 2008, 20(10).

[8] 郭雷, 李晖晖. 图像融合[M]. 北京:电子工业出版社, 2008.

[9] 阮秋琦, 阮宇智. 数字图像处理[M]. 北京:电子工业出版社, 2010.

[10] 钟庆新, 夏利民. 一种基于双树复小波变换的图像融合方法[J]. 计算机工程及应用, 2008.

[11] 岳晋, 杨汝良 . 基于双密度双树复小波变换的图像融合研究[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(1).