

·激光技术·

不同参量下单模激光系统的特性研究

程世红, 吕娜

(辽宁师范大学物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘要:单模激光 Lorenz 系统是一个典型的非线性模型, 其本身能够呈现极其复杂和丰富的动力学行为, 对其特性研究十分重要。在简介单模激光 Lorenz 系统模型, 其中包括模型的建立、动力学方程以及相应的系统特性等相关内容的基础上, 编制 MATLAB 程序, 利用计算机仿真模拟不同参量下单模激光 Lorenz 系统的相图。并结合仿真模拟的图像, 对单模激光系统在不同参量下的动力学行为进行简单的分析与讨论。结果表明, 当系统参数大于分支点处的取值时, 系统变为不稳定的, 从而进入混沌状态。

关键词:混沌; 单模激光 Lorenz 系统; 相图

中图分类号: O415.5

文章标识码: A

文章编号: 1673-1255(2014)-01-0001-03

Research on Characteristics of Single-mode Laser System with Different Parameters

CHENG Shi-hong, LV Na

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: Single-mode laser Lorenz system is a typical nonlinear model, which shows extremely complex and rich dynamic behaviors. It is very important to the research on characteristics. Based on a brief introduction of single-mode laser Lorenz system, which including model establishment, dynamic equations and relative system characteristics, the program is programmed by Matlab software and the phase maps of single-mode laser Lorenz system with different parameters is simulated by a computer. With simulated images, dynamic behaviors of the system are analyzed and discussed. The results show that when the parameter of the system is more than the value of a branch point, the system becomes unstable and thus enters into a chaotic state.

Key words: chaos; single-mode laser Lorenz system; phase map

近年来,非线性现象得到人们的普遍关注^[1-4]。光学中的非线性现象在激光器研制出后,就在实验上观察到。同时, Grazyuk 和 Oraevski 研究均匀加宽单模环形腔激光器的特性时,发现激光动力学方程存在随时间变化的随机解。Haken 在研究激光器的稳定性的基础上,建立了描述均匀加宽激光器的 Lorenz-Haken 方程,使激光混沌特性的研究得到了进一步发展。在此之后, Casperson 系统性地研究了非

均匀加宽激光器的不稳定性。Ikeda 建立了研究光学双稳态不稳定性 Ikeda 方程,证实了在光学双稳态系统中存在混沌^[5]。Gibbs 等人利用光电混合型光学双稳态系统进行了混沌观测^[6]。此后,出现了众多的关于光学双稳态混沌的研究结果。Arecchi 等人通过调制激光器光学腔内损耗,进行了 CO₂ 激光器产生混沌的实验观测。Weiss 等人利用 He-Ne 激光器进行了多种途径通向混沌的实验研究^[7]。Weiss 等人设计了

收稿日期: 2013-10-09

基金项目: 辽宁省理论物理重点学科项目资助(905061)

作者简介: 程世红(1966-),男,硕士,主要研究方向为光学理论研究。

NH₃激光器,证实了Haken的理论研究结果^[8]。迄今,非线性光学以及光学混沌已成为现代科技研究的热点。因此,对其研究具有重要的理论意义和实用价值。

均匀加宽单激光器的Maxwell-Block方程,通过变换可转化为Lorenz方程形式,即均匀加宽单激光器的Lorenz-Haken方程,亦称之为单模激光Lorenz系统。它能够呈现极其复杂和丰富的动力学行为。文中通过对该模型的数值模拟,分析可能出现的非线性效应。

1 不同参量下单模激光Lorenz系统的相图

利用Einstein的自发辐射系数、受激辐射和受激吸收系数,分别表示自发辐射几率、受激辐射和受激吸收几率,研究光和原子之间相互作用过程中能级上原子数的变化速率和光子数的变化速率构成的方程组,来说明激光器的特性^[9]。其中激光为经典电磁场,服从Maxwell方程组,工作物质原子的运动服从量子力学规律。

单模运转均匀加宽激光器的Maxwell-Block方程为^[10]

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = -\alpha P - \gamma_c E \\ \frac{dP}{dt} = -\frac{\mu}{\hbar} ED - \gamma_{\perp} P \\ \frac{dD}{dt} = \frac{\mu}{\hbar} EP - \gamma_{\parallel} (D - D_0) \end{cases} \quad (1)$$

式中, E 、 D 、 P 分别为激光的电场强度、反转粒子数密度、宏观电极化强度; γ_c 表示光场的衰减速率; γ_{\perp} 表示宏观电极化强度的迟滞速率; γ_{\parallel} 是原子能级上粒子数衰减速率; D_0 是在激光没有出现时,由激光器的激发源非相干激发或其他手段产生原子能级上粒子数的稳定值;式中 α 的形式如下

$$\alpha = \frac{N\mu\omega_c}{2\varepsilon_0} \quad (2)$$

式中, N 为工作物质的原子数密度, μ 是工作物质原子跃迁电偶极矩的模数, ω_c 为腔的共振频率, ε_0 为介电系数。

为将其化为Lorenz方程形式,先求其定态解。令 E_s 、 P_s 、 D_s 分别为 E 、 P 、 D 的定态解,即

$$\begin{cases} -\alpha P_s - \gamma_c E_s = 0 \\ -\frac{\mu}{\hbar} E_s D_s - \gamma_{\perp} P_s = 0 \\ \frac{\mu}{\hbar} E_s P_s - \gamma_{\parallel} (D_s - D_0) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

由上式进行求解可以得到

$$\begin{cases} P_s = -\frac{\gamma_c}{\alpha} E_s \\ E_s = \frac{\hbar}{\mu} \left[\gamma_{\parallel} \gamma_{\perp} \left(\frac{D_0}{D_s} - 1 \right) \right]^{1/2} \\ D_s = \frac{\gamma_{\perp} \gamma_c}{\mu \alpha} \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{令 } \lambda = \frac{D_0}{D_s} - 1 = r - 1, \quad r = \frac{D_0}{D_s}, \quad \sigma = \frac{\gamma_c}{\gamma_{\perp}}, \quad b = \frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}},$$

$$\tau = \gamma_{\perp} t, \quad x = \sqrt{b\lambda} \frac{E}{E_s}, \quad y = \sqrt{b\lambda} \frac{P}{P_s}, \quad z = \frac{D - D_0}{D_s}, \text{ 考虑到}$$

式(4),就能得到下式的Lorenz-Haken方程

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dy}{d\tau} = rx - y - xz \\ \frac{dz}{d\tau} = xy - bz \end{cases} \quad (5)$$

方程组式(5)的定态解 (x_0, y_0, z_0) 由下式给出

$$\begin{cases} -\sigma x_0 + \sigma y_0 = 0 \\ rx_0 - y_0 - x_0 z_0 = 0 \\ x_0 y_0 - bz_0 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

为了进一步确定系统失稳后进入混沌态的分支点,对上面方程组进行线性稳定性分析。

设 x', y', z' 是定态解附近的小扰动,代入式(5)并且保留其线性项,得到扰动性方程组

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r - z_0 & -1 & -x_0 \\ y_0 & x_0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (7)$$

其本征行列式为

$$\begin{vmatrix} -\sigma - \omega & \sigma & 0 \\ r - z_0 & -1 - \omega & -x_0 \\ y_0 & x_0 & -b - \omega \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

$$\text{即 } \omega^3 + (\sigma + b + 1)\omega^2 + (r + \sigma)b\omega + 2b\sigma(r - 1) = 0 \quad (9)$$

根据稳定性理论,当上述三次方程中的一对复根变为纯虚数时,也就是本征值 $\omega = \pm i\lambda$ 的时候,恰恰就是系统进入混沌状态的分支点,现将 ω 代入上式中,并且令其中的实部和虚部分别相等,便得到

$$r_c = \sigma \frac{\sigma + b + 3}{\sigma - b - 1} \quad (10)$$

$$\sigma - b - 1 > 0 \quad (11)$$

式中, r_c 是一个分支点,当参数 r 取值大于分支点处的取值时,系统变为不稳定的,从而进入混沌状态。

下面编制MATLAB程序,利用计算机仿真模拟不同参量下激光Lorenz系统的相图。首先是 $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ 的相图1。

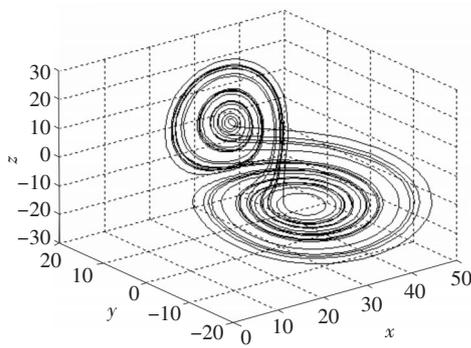


图1 Lorenz混沌系统的相图

这个三维相图,生成图像犹如一只蝴蝶,但是很不对称,左边的翅膀看起来小一些,更趋近于圆形,而右边的,就更大一些呈椭圆形。

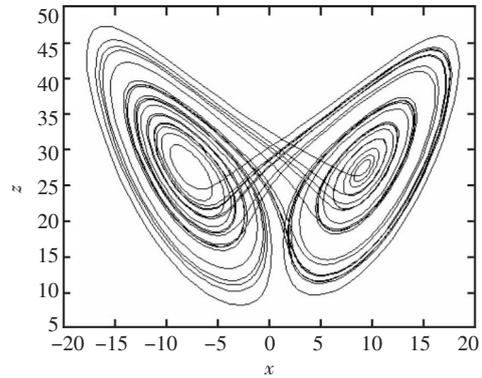


图4 Lorenz系统x-z平面上的投影图

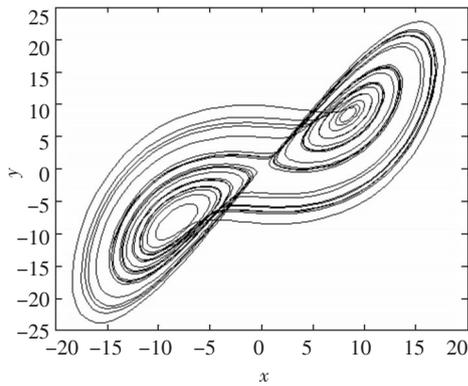


图2 Lorenz系统x-y平面上的投影图

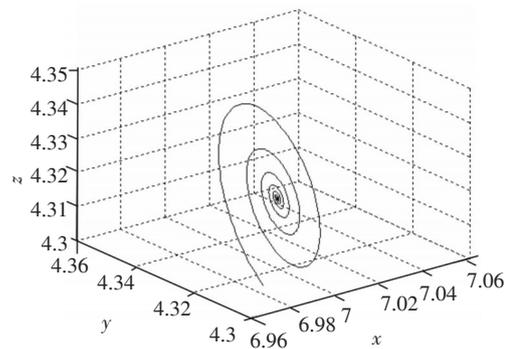


图5 Lorenz系统的相图

在这个相图中可以很明显地看出一个变化量下只有一个对应的解,也就是说当 $b=8$ 的时候是处于稳定状态的。整个图像呈现一个螺旋状的单线。也就是说 $b=8$ 的是处于小于分支点的区域内的。

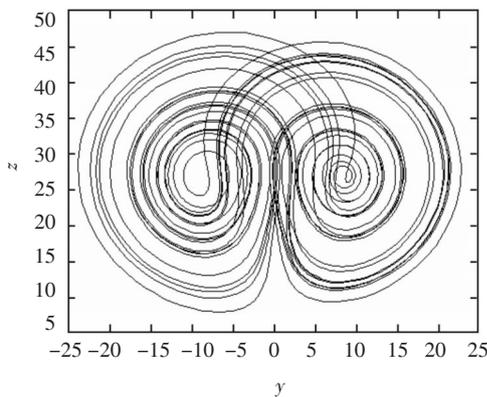


图3 Lorenz系统y-z平面上的投影图

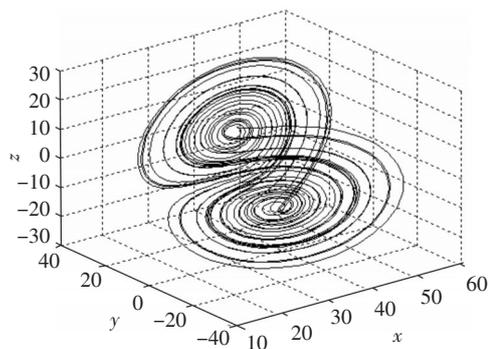


图6 Lorenz系统的相图

为更明显地看出其中的差异,给出投影到三个平面上的二维图2、图3和图4,这样可以更全面地了解混沌状态下Lorenz相图的图样和特性。

以上是进入混沌状态下的相图。假如 σ 和 b 不变,给出 $r=8$ 时的三维相图5。

下面再给出一个 $r=35$ 情况下的相图6。这个图从正面的角度去观察比 $r=28$ 的情况下的三维相图更对称一些。也就是说,在不同的参量下,方程的解是不同的,也许只有一个解,也许有两个,甚至更多直到无限 (下转第21页)

- [5] 宋牟平, 鲍翀, 裘超, 等. 结合布里渊光时域分析和光时域反射计的分布式光纤传感器[J]. 光学学报, 2010, 30(3): 650-654.
- [6] Kazuo Hotate, Zuyuan He. Synthesis of optical-coherence function and its applications in distributed and multiplexed optical sensing [J]. *J Lightwave Technology*, 2006, 24 (7): 2541-2557.
- [7] 沈颖, 王荣, 蒲涛. 基于高阶受激布里渊散射的高频微波信号产生技术[J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1571-1575.
- [8] Hill K O, Kawasaki B S, Johnson D C. CW Brillouin laser [J]. *Applied Physics Letters*, 1976, 28(10): 608-609.
- [9] 缪雪峰, 王天枢, 周雪芳, 等. 一种新颖可调谐的多波长布里渊掺铒光纤激光器[J]. 中国激光, 2012, 39(6): 0602010.
- [10] Al-Mansoori, M H, Ajiya, et al. L-band multi-wavelength BE-FL with amplified fiber loop mirror [J]. *Photonics Journal*, 2012, 4(2): 483-490.
- [11] 邢磊, 冯雪, 张磊, 等. 受激布里渊散射主被动混合调Q光纤激光器. 中国激光, 2008, 35(3): 338-342.
- [12] 湛鸿伟, 王小林, 杨春波, 等. 基于受激布里渊散射效应的4.5 W全光纤窄线宽双波长激光器[J]. 中国激光, 2010, 37(10): 2477-2481.
- [13] Abd Rahman Z Abd, Hitam, Al-Mansoori, et al. Multi-wavelength fiber laser with enhanced reverse-S-shaped feedback coupling assisted by out-of-cavity optical amplifier[J]. *Optics Express*, 2011, 19(22): 21238-21245.
- [14] Z Abd Rahman, S Hitam, M H Al-Mansoori, et al. Multi-wavelength fiber laser with enhanced reverse-S-shaped feedback coupling assisted by out-of-cavity optical amplifier [J]. *Optics Express*, 2011, 19 (22): 21238-21245.
- [15] 沈一春, 宋牟平, 章献民, 等. 单模光纤中受激布里渊散射阈值研究[J]. 中国激光, 2005, 4(32): 497-500.

(上接第3页)

个解。那么在不同的情况下所形成的相图也是截然不同的, 在小于分支点的情况下图像就会简单很多, 大于分支点就非常复杂。而且是先在图像的一只翅膀上绕着稳定态旋转, 然后跳跃到另一只翅膀上的另一个稳定态旋转, 然后再跃回第一只翅膀上, 就这样反复循环下去。但是, 仔细观察便会发现, 无论曲线怎么跳跃怎么旋转都是始终不会相交的; 另外, 在一只翅膀上环绕多少圈再跳跃到另一只翅膀上也是无规则的。这是混沌吸引子的特性。

2 结 论

简述了单模激光 Lorenz 系统模型。然后利用 Matlab 软件编制计算程序, 对单模激光系统模型进行仿真模拟。给出不同参量下激光系统的相图。并结合仿真模拟的图像, 展示参量变化对系统动力学行为的影响。研究表明, 当系统参数大于分支点处的取值时, 系统变为不稳定的, 从而进入混沌状态。在混沌区域, 不同参数值下的相图是不同的, 图形曲线犹如蝴蝶的翅膀, 先在一只翅膀上绕着稳定态旋转, 然后跳跃到另一只翅膀上绕着稳定态旋转, 反复循环不相交, 形成混沌吸引子。

参考文献

- [1] Tsimring L S, Rulkov N F, Larsen M L, et al. Repulsive synchronization in an array of phase oscillators[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(1): 14101-14104.
- [2] Li T Y, York J A. Period three implied chaos[J]. *Amer Math Monthly Dec*, 1975, 82(10): 985-992.
- [3] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. *J Atmos Sci*, 1963, 20(2): 130-141.
- [4] Feigenbaum M J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations[J]. *J Stat Phys*, 1978, 19(1): 25-52.
- [5] Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system[J]. *Opt Commun*, 1979, 30(2): 257-261.
- [6] Gibbs H M, Hopf F A, Kaplan D L, et al. Observation of chaos in optical bistability[J]. *Phys Rev Lett*, 1981, 46(7): 474-477.
- [7] Weiss C O, Godone A, Olafsson A. Routes to chaotic emission in a cw He-Ne laser[J]. *Phys Rev (A)*, 1983, 28(2): 892-895.
- [8] Weiss C O, Klische W, Ering P C, et al. Instabilities and chaos of a single mode NH₃ ring laser[J]. *Phys Rev Lett* 1985, 55(6): 405-408.
- [9] 沈柯. 光学中的混沌[M]. 沈阳: 东北师范大学出版社, 1999.
- [10] 张洪钧. 光学混沌[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1997.