·光电器件与材料·

# 双光栅干涉位移传感器原理及其误差分析

张金华,陈良洲,刘晓军

(华中科技大学机械学院仪器系,湖北 武汉 430074)

摘 要:双光栅干涉位移传感器拥有量程大、精度高等优点。文中详细阐述了传感器的测量原理,并对此理论原理进行ZE-MAX软件仿真。与此同时,基于角谱理论推导得到干涉场中的光强分布。结果表明,激光通过双光栅后可以得到三角函数分布 的干涉条纹,且双光栅相对移动一个光栅距离时条纹相应移动一个周期。最后分析了对双光栅传感器位移测量结果可能带来误 差的因素,以及这些因素对测量结果的影响,文中给出了部分因素的误差表达式。

关键词:双光栅干涉;位移测量;ZEMAX仿真;误差分析 中图分类号:TP212.14 文献标识码:A 文章编号:1673-1255(2012)03-0041-05

# Principle and Error Analysis of Dual-grating Interference Displacement Sensor

ZHANG Jin-hua, CHEN Liang-zhou, LIU Xiao-jun

(School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The displacement sensor based on the principle of double diffraction grating interference has many advantages, such as the large measurement range, high accuracy and so on. The principle of this sensor is explained and simulated with ZEMAX. At the same time, the light intensity distribution in the interference field is studied based on the angular spectrum theory. The result shows that the trigonometric distribution interference fringes are gained after the laser passing the dual–grating, and the fringes move a cycle when the dual–grating moves one grating distance relatively. The factors which may result in the displacement measurements errors of dual–grating sensors and the effect of these factors on the results are studied. Error expressions of some factors are also presented.

Key words: dual-grating interference; displacement measurement; ZEMAX simulation; error analysis

随着制造技术向高精度方向发展,位移的精密测量与校准、精度定位、精密装配等技术应用越来越广泛,因此,迫切需要大量程、高精度的位移传感器<sup>[1,2]</sup>。 基于双光栅干涉原理的位移传感器具有大量程、高分辨率与高精度等优点,同时,其结构紧凑、简单,具有良好的稳定性和抗环境干扰能力,因而符合一般实验和生产条件下高精密位移测量需要。然后双光栅干涉位移传感器的使用并不十分广泛。究其原因, 主要是因为双光栅干涉位移传感器的原理比较复杂,使用者难以掌握。文中基于角谱理论,对双光栅 干涉位移传感器进行了详细的理论推导,并通过ZE-MAX软件仿真验证。并在此基础上对传感器的误差 因素和各误差因素的影响水平进行了研究。

### 1 双光栅干涉原理

双光栅干涉位移测量系统由激光发生器、双光栅、位移导向机构、光电信号接收与处理电路、细分电路和计数电路组成,如图1所示。下文将主要对双光栅单元进行分析。

基金项目:国家自然科学基金(51075169)

作者简介:张金华(1987-),男,江西上饶人,硕士研究生,主要研究工作是光电测量和检测.



图1 双光栅干涉位移传感器的结构框架

#### 1.1 双光栅干涉的基本原理

一束光通过光栅后会发生衍射,光栅衍射为多 缝夫琅禾费衍射,多缝夫琅禾费衍射相当于许多单 缝夫琅禾费干涉的结果,因此,多缝夫琅禾费衍射的 复振幅是所有单缝夫琅禾费衍射复振幅的叠加<sup>[3]</sup>。

如图2所示,取观察面上的任意一点P,光栅上 相邻的两个单缝衍射到P的光程差为<sup>[4-6]</sup>

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta \tag{1}$$

式中, $\lambda$ 为入射光波长,d为光栅的栅距, $\theta$ 为衍射角。

多缝在P点产生的复振幅是N个振幅、相邻光程 差相等的多束单缝衍射光干涉的结果,由单缝夫琅 禾费衍射强度公式得,单缝衍射光的光强大小为

$$I = I_0(\frac{\frac{\sin \frac{a\pi \sin \theta}{\lambda}}{\lambda}}{\frac{a\pi \sin \theta}{\lambda}})$$
。其中,  $\theta$  为衍射角,  $a$  为光栅的

缝宽。所以对其积分后得到P点的光强为

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin\frac{N}{2}\delta}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)$$
(2)

其中,  $\alpha = \frac{a\pi \sin \theta}{\lambda}$ ;  $(\frac{\sin \alpha}{\alpha})^2$  为单缝衍射因子;

$$(\frac{\sin\frac{N}{2}\delta}{\sin\frac{\delta}{2}})$$
为多缝衍射因子。

当相邻的两个单缝产生的衍射光到P点的光程 差为2π的整数倍时,干涉得到的光强最大,即

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta = 2n\pi \tag{3}$$

其中,m为整数,m表示光栅的衍射主极大的级数,不同的级数对应不同的衍射角,式(3)为光栅方程。

平行放置两块衍射光栅,面法矢平行。当一束 光经过第一个光栅后会被分束,得到不同级数的衍 射光。高级数的衍射光光强极其微弱,可忽略不



计。选取能量最大的3级衍射光,即+1级,0级,和-1级。当衍射光束通过第二个光栅后再次被衍射,形成了(+1,-1)、(+1,0)、(+1,-1)、(0,+1)、(0,0)、(0,-1)、(-1,+1)、(-1,0)、(-1,-1)级衍射光。如图3所示,调整两光栅之间的距离,可以让(+1,0)与(0,+1),(+1,-1)与(-1,+1),(-1,0)与(0,-1)级衍射光均可互相发生干涉。



图3 双光栅干涉示意图

#### 1.2 ZEMAX 仿真

为对上述的理论分析进行验证,采用ZEMAX软件对其进行仿真。在ZEMAX中创建非序列组件,此 组件中包含4个物体,光源、两个衍射光栅和探测器, 如图4所示。光源采用矩形光源,这种光源可以在一 定面积的矩形区域发出均匀的光线<sup>[7]</sup>。双光栅单元 的两片光栅设置完全相同,选取-1级到+1级衍射光 进行计算仿真,由于0级条纹的能量太大,为防止0 级条纹覆盖到干涉条纹,设置-1、0、1能量的百分比 分别为50%、0、50%,即不考虑0级衍射光。最后,还 需要一个矩形探测器,用于探测干涉场中的能量分 布,即光强分布。



图4 双光栅系统ZEMAX 仿真

设置光源的Z坐标为0,光栅1的Z坐标20,光栅 2的Z坐标为25,探测器的Z坐标为60。其他坐标全 为0。光源大小为10×10,波长为0.5 μm。两光栅的 设置完全相同,栅线参数Lines都设为2.0E-003,材料 为BK7。探测器大小为20×20,材料为ABSORB。

在探测器查看器(detector viewer)中,设置数据 类型(show date)为相干辐照度(coherent irradiance), 设置显示(show as)为灰度图(grey scale),得到如图 5a所示的明暗相间的干涉条纹。设置显示为列剖面 图(cross section column),得到如图 5b所示的条纹光 强分布。

从图4可以看出,双光栅可以经过干涉得到明暗 相间的条纹,且干涉场中的与条纹垂直方向上的光 强成三角函数分布。

# 2 基于角谱理论的干涉光场分析

对于矩形光栅来说,其复振幅透过率展开成傅 里叶级数为<sup>[9-10]</sup>

$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(j2\pi n f x)$$
(4)

其中,  $a_n = \frac{a}{d} \sin c(n\frac{a}{d})$ ;  $f = \frac{1}{d}$ 。

以光栅的栅线为y轴,光栅的面法矢为z轴,垂直 栅线并且平行光栅面方向为x轴,建立坐标系。设光 栅 $G_1$ 和 $G_2$ 的栅线方向相同,都沿y轴。此时y方向 的光强相等,所以只需考虑x方向上的光场分布。 $G_1$ 和 $G_2$ 的振幅透过率分别为

$$t_1 = \sum_n a_n \exp(j2\pi n f_1 x_1) \tag{5}$$

$$t_2 = \sum_m b_m \exp(j2\pi m f_2 x_2) \tag{6}$$

式中,  $f_1$ 、 $f_2$ 为光栅  $G_1$ 和  $G_2$ 的槽密度; n、m为整数。



由角谱理论可以得知,光场通过光栅衍射屏后, 光场复振幅变化表现为

 $u_t(x, y) = u_i(x, y)t(x, y)$  (7) 其中,  $u_t$  为衍射后的复振幅;  $u_i$  为衍射前的复振幅; t 为光栅的复振幅透过率。

式(7)在角域上表现为角谱变化

$$A_{i}(f_{x}, f_{y}) = A_{i}(f_{x}, f_{y}) * T(f_{x}, f_{y})$$

$$\tag{8}$$

其中,  $A_t$ 、 $A_i$ 、T分别为 $u_t$ 、 $u_i$ 、t的傅里叶变换,  $f_x$ ,  $f_y$ 为x、y方向上的角频率。

衍射后的光线不经过任何物体,在空气中传播, 其角谱传递函数为<sup>[3]</sup>

$$H(f_x, f_y) = \exp(j\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2})$$
(9)

即光线从空间一个点传播到另一个点,其角谱 变化表达式为

$$A(f_x, f_y) = A_0(f_x, f_y) \exp(j\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2})$$
(10)

如图6所示,一束光通过两个光栅,经过两次衍射之后,最终在P平面上得到(*n*,*m*)级衍射光。在此过程中的各个中间变量满足下面的关系

$$u_0 = \exp(j2\pi \frac{\sin\theta}{\lambda}) \tag{11}$$

$$u_1 = u_0 \cdot t_1 \tag{12}$$

$$u_1^n = FT^{-1}(FT(u_1) \cdot H)$$
(13)

$$u_{2} = u_{1} \cdot t_{2}$$
(14)  
$$u_{2}^{nm} = FT^{-1}(FT(u_{2}) \cdot H)$$
(15)

其中,  $t_1(x) = a_n \exp(j2\pi n f_1 x)$ ;  $t_2(x) = b_m \exp(j2\pi n f_2 x)_{\circ}$ 

所以有, 
$$(n.m)$$
级衍射光的复振幅为:  
 $u_2^{nm} = a_n b_m \exp[j2\pi(f_0 + nf_1 + mf_2)x + j\varphi_{nm}]$  (16)

$$\varphi_{nm} = 2\pi \left[ l_1 \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + nf_1)^2} + l_2 \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + nf_1 + mf_2)^2} \right]$$
(17)

其中, *l*<sub>1</sub> 为光栅 *G*<sub>1</sub> 到光栅 *G*<sub>2</sub> 的距离; *l*<sub>2</sub> 为光栅 *G*<sub>2</sub> 到 观察屏 *P*的距离。



当两束衍射光(*n*,*m*)和(*n*',*m*')在P面上发生 干涉,干涉得到的光强大小为

$$I = (u_{2}^{nm} + u_{2}^{n'm'})(u_{2}^{nm} + u_{2}^{n'm'})^{*} = |a_{n}b_{m}|^{2} + |a_{n'}b_{m'}|^{2} + 2|a_{n}b_{m}a_{n'}b_{m'}| \cdot \cos\{2\pi[(n-n')f_{1} + (m-m')f_{2}]x + \varphi_{nm} - \varphi_{n'm'}\}$$
(18)

从式(18)可以看到,双光栅干涉后的光强变化 项为一个余弦函数,所以在P平面上,光强在x轴方 向上呈现周期变化分布,在宏观上表现为明暗相间 的条纹。

进一步,如果光栅  $G_1$ 沿x轴方向相对于光栅  $G_2$ 运动  $\Delta x$  时,光栅  $G_1$ 的复振幅透射率变为  $t_1 = \sum a_n \exp[j2\pi n f_1(x_1 + \Delta x)]$ ,光栅  $G_2$ 的复振幅透

射率不变。

此时,
$$(n,m)$$
光束在观察面上的复振幅为  
 $u_2^{nm} = a_n b_m \exp[j2\pi(f_0 + nf_1 + mf_2)x + j2\pi nf_1\Delta x + j\varphi_{nm}]$ 
(19)

当两束衍射光(*n*,*m*)和(*n*',*m*')在P面上发生 干涉,干涉得到的光强大小为

$$I = (u_{2}^{nm} + u_{2}^{n'm'})(u_{2}^{nm} + u_{2}^{n'm'})^{*} = |a_{n}b_{m}|^{2} + |a_{n'}b_{m'}|^{2} + 2|a_{n}b_{m}a_{n'}b_{m'}| \cdot \cos\{2\pi[(n-n')f_{1} + (m-m')f_{2}]x + 2\pi nf_{1}\Delta x + \varphi_{nm} - \varphi_{n'm'}\}$$
(20)

从式(20)可以得到,当两块光栅 G<sub>1</sub>、G<sub>2</sub>发生相 对平移时,干涉条纹随之发生移动,而且当两块光栅 G<sub>1</sub>、G<sub>2</sub>相对移动一个光栅常数的时候,干涉条纹随 之移动一个条纹周期。由此,获取双光栅干涉条纹 进行辨向、细分、计数,即可实现位移测量。

# 3 位移传感器的误差分析

上述的理论推导,是以双光栅干涉位移传感器要 求两光栅的面法矢平行,栅线方向相同为前提的。然 而实际使用中存在一些误差因素,如双光栅之间的安 装误差、光栅的制造误差。这些误差因素可能会对干 涉输出有一定的影响<sup>[11]</sup>。下面对其进行讨论。

#### 3.1 安装误差对双光栅输出的影响

当光栅 G<sub>1</sub>的面法矢和光栅 G<sub>2</sub>的面法矢不平 行,假设光栅 G<sub>1</sub>与光栅 G<sub>2</sub>在绕y轴上存在一个偏角 α,如图7所示,此时光栅 G<sub>1</sub>的复振幅透射率函数变



图7 两光栅绕y轴存在偏角α

为  $t_1 = a_n \exp(j2\pi f_1 \frac{x}{\cos \alpha})$ , 光栅  $G_2$  的透射率不变。 用同样的方法可以计算得到,此时,通过两个光栅后的(n,m)级衍射光的复振幅为

$$u_{2}^{mm} = a_{n}b_{m} \exp\{j2\pi[f_{0} + \frac{nf_{1}}{\cos\alpha} + mf_{2} + \frac{nf_{1}}{\cos\alpha} + mf_{2} + \frac{nf_{1}}{\sqrt{\lambda^{2} - (f_{0} + \frac{nf_{1}}{\cos\alpha})^{2}}}]x + j\varphi_{nm}\}$$
(21)

$$\varphi_{nm} = 2\pi l_1 \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + \frac{nf_1}{\cos \alpha})^2} + 2\pi l_2 \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - [f_0 + \frac{nf_1}{\cos \alpha} + mf_2 + \tan \alpha \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + \frac{nf_1}{\cos \alpha})^2}]}$$
(22)

所以,(n,m)级衍射光和(n',m')级衍射光干 涉光强为

$$I = |a_n b_m|^2 + |a_n b_m|^2 + 2|a_n b_m a_n b_m| \cos\{2\pi [\frac{(n-n')}{\cos \alpha} f_1 + (m-m')f_2 + \tan \alpha \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + \frac{nf_1}{\cos \alpha})^2} - \tan \alpha \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + \frac{n'f_1}{\cos \alpha})^2} ]x + \phi\}$$
(23)

其中,  $\phi = \varphi_{nm} - \varphi_{n'm'}$ 。

比较式(18)和式(23)可以发现,当存在绕y轴的 偏角  $\alpha$  时,干涉场中的光强函数的余弦部分的周期 和初相位都发生了改变。同样,光栅  $G_1$ 在沿直线 y=0;  $x=-z\tan\alpha$ 方向移动一个光栅距离时,干涉条纹 也对应着移动一个周期。所以,光栅  $G_1$ 沿x轴方向 移动一个光栅距离,干涉条纹移动  $\frac{1}{\cos\alpha}$ 个周期。双 光栅干涉位移传感器通过对干涉条纹移动的周期数 的计数来计量位移量,所以在这种情况下,测量值比 实际值大,且误差大小与  $\frac{1}{\cos\alpha}$ 成正比。所以在光栅 安装中,应尽量保证  $\alpha$ 足够小。



图 8 两光栅绕 x 轴上存在偏角  $\beta$ 

假设光栅 G<sub>1</sub> 与光栅 G<sub>2</sub> 在绕 x 轴上存在一个偏 角 β,如图 8 所示。此时,光栅场中的光强在 y 轴方 向上并不相等,即条纹不和 y 轴平行。干涉场中计算 y=0时的光强

$$I = |a_n b_m|^2 + |a_n b_m|^2 + 2|a_n b_m a_n b_m| \cdot \cos\{2\pi[(n-n')f_1 + (m-m')f_2]x + \varphi_{nm} - \varphi_{n'm'}\}$$
(24)

$$\varphi_{nm} = 2\pi (l_1 + y \tan \beta) \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + nf_1)^2} + (25)$$
  

$$2\pi l_2 \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + nf_1 + mf_2)^2}$$
  
且在观察面 P上,沿直线 [(n-n')f\_1 + (m-m')]  

$$f_2]x + [\tan \beta \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - (f_0 + nf_1)^2}]y = 0 光强相等_{\circ}$$

比较式(18)和式(24)可以发现,当存在绕*x*轴的 偏角 β时,干涉场中的光强函数的余弦部分的初相 位也发生了改变,周期不变。当光栅 G<sub>1</sub>沿*x*轴方向 移动移动一个光栅距离,干涉条纹也移动一个周 期。这种情况下,测量误差在一个光栅距离之内。

# 3.2 制造误差对双光栅输出的影响

光栅的制造误差主要变现在槽宽、光栅距离、槽 的截面形状以及栅线的直线度上。

从式(18)不难看出,槽宽误差对传感器没有影响,而由于传感器的测量值等于条纹移动数与光栅 距离的乘积,所以光栅距离的误差与传感器的误差 成正比关系,应控制好光栅距离误差。槽的截面形 状以及栅线的直线度因具体情况而定,模型比较复 杂,此处不做讨论。

# 4 结 论

通过详细的理论推导发现,光线经过两个光栅 衍射后,可以发生干涉得到间距相等的明暗相间的 条纹,这个结果通过光学软件ZEMAX 仿真得到了验 证。该理论用于测量位移切实可行。基于角谱理论 分析得到了干涉场的光强理论值。并且当两光栅绕 x、y轴存在偏角时,干涉场中的光强分布发生变化, 其中x轴上的偏角误差对传感器的测量影响较大,为 y轴上的偏角误差影响较小,影响值在一个光栅距离 之内。当光栅的光栅距离存在误差时,传感器的测 量误差与其成线性关系,影响较大。而槽宽误差对 测量结果并无影响,但是槽宽大小关系着干涉场中 的整体光强大小,所以不应偏离太多。

#### 参考文献

[1] 孙晓明.半导体激光干涉理论及应用[M].北京:国防工业 出版社,1998.

(下转第53页)

造成整炉硅片的片间不均匀。另外一方面,由于炉口 的电池片靠近排风口,所以炉口位置的工艺气体相对 更不稳定,因此电池片的均匀性也就更难以得到保障。 一般来说,如果炉口的电池片均匀性较差,也有可能是 因为炉口的排风量过大引起的。因此对于生产调试而 言,大氮流量和排风量要配合着调,炉内压强的最佳值 应该是能够使输入输出达到动态平衡,这样才能使炉 管内的气体浓度更加平衡和均匀,硅片上的掺杂浓度 也就更加均匀。

(6) 绒面质量

制作单晶硅太阳电池的第一道工序是清洗制 绒, 绒面的质量同样也可以影响到扩散的均匀性。 制绒的方向是改善绒面的均匀性。如果硅片表面的 金字塔绒面细小而均匀, 在扩散炉内硅片表面与工 艺气体的接触反应也就会更加均匀, 扩散出来的方 阻均匀性也就更好。

(7)其他因素

影响到扩散均匀性的因素还有很多,譬如说在 炉口和炉尾放置匀流板,对于扩散反应气体的均匀 分流也会有积极的作用,使进入到扩散管内的化学 反应气体更加均匀,有效提高扩散的均匀性。另外 还需定期清洗石英管,然后重新升温饱和后生产的 电池片均匀性一般都会有好转。总之,影响扩散均 匀性的因素错综复杂,任何一个细节的变化,都有可 能影响到扩散杂质的分布,想要提高均匀性必须要 全方面的考虑。

#### 3 结 论

提出了方阻均匀性对于电池片效率的影响,从

(上接第45页)

- [2] 王生怀,杨旭东,谢铁邦,等.双衍射光栅位移传感器原理 及应用[J].计量技术,2008(6):7-10.
- [3] 廖延.物理光学[M].北京:电子工业出版社, 1986.
- [4] 刘玉圣,范光照,陈叶金.高精度衍射光栅干涉仪的研制[J].工业计量,2006,16(2):1-3.
- [5] 张琢.激光干涉测试技术及应用[M]. 北京:机械工业出版 社,1998.
- [6] Su Shaojing, Liu Hui, Lu Haibao, et al. Doppler analysis for double-grating displacement measurement system with nanometer resolution[J]. Optics and Precision Engineering, 2003, 11(1):17-21.

理论角度出发,讨论了如何提高扩散均匀性的各种 方法,以对比实验证明了方法的有效性。好的扩散 均匀性能使后道烧结工艺更有可控性,单片的效率 更高,而且整体的电性能也更稳定。因此,提高扩散 均匀性对于生产太阳电池是非常有必要的,上述方 法对于优化工业生产中的扩散工艺具有一定的指导 作用。

#### 参考文献

- [1] 杨德仁. 太阳电池材料[M]. 北京:化学工业出版社,2006: 57-61.
- [2] R B Fair. Concentration Profiles of Diffused Dopants in Silicon[C]//F F Y Wang Ed., Impurity Doping Process in Silicon. North–Holland, New York,1981.
- [3] 刘玉玲, 檀柏梅, 张楷亮, 等. 微电子技术工程一材料、工 艺与测试[M]. 北京:电子工业出版社, 2004:323-353.
- [4] 李乃平.半导体器件工艺原理[M].上海:上海科学技术出版社,1985.
- [5] 何堂贵, 唐广. 晶体硅太阳电池制作中扩散气氛场均匀性研究[J]. 电子设计工程,2009, 17(9):55-60.
- [6] 陈学金. 晶体硅太阳电池材料的磷吸杂研究[D]. 浙江: 浙 江大学,2005.
- [7] Gray S May, 施敏. 半导体制造基础[M]. 代永平. 北京: 人 民邮电出版社, 2007.
- [8] M A Green. Solar Cells Operating Principles[C]// Technology and System Applications. N. J. Inc. Englewood Cliffs, 1982.
- [9] 梁学勤. 晶体硅太阳电池新工艺实验研究和理论分析[D]. 广东: 中山大学,2010.
- [7] 戴斌飞,武文远,任建锋.用ZEMAX软件辅助迈克耳孙干 涉仪实验教学[J].大学物理,2008.
- [8] 周俊.光栅干涉仪在高精度测量中的技术与应用[J]. 精密 工程,1992,3(1):44-51.
- [9] 沈为民.双光栅干涉仪[J]. 苏州大学学报(自然科学), 1992, 8(1):72-75.
- [10] 沈为民.部分相干照明双光栅干涉仪[J]. 苏州大学学报, 1992,8(4):458-460.
- [11] 郝德阜.光栅干涉仪的运动误差原理[J]. 光学机械,1990,5:46-50.