

· 光电器件与材料 ·

二维光子晶体的能带及慢光特性研究

李彩珊, 娄淑琴

(北京交通大学电子信息工程学院光波技术研究所, 北京 100044)

摘要:通过二维方形与二维三角晶格光子晶体光纤能带的对比,选取二维三角晶格作为研究对象。介电常数的周期性在光子晶体中可以形成特殊的光子禁带,进而控制光子的运动状态。基于此,提出了一种单线缺陷光子晶体波导结构,通过分析其含有线缺陷时的能带结构及其色散关系、对群速度的影响等,使其有效慢光区域的GVD位于 $10^5 \sim 10^6$ 量级。通过动态变化介电常数和晶格半径,实现动态可调的群速度,可以将群速度动态调节到 $0.1c$ 以下,同时仿真验证了影响群速度改变的根本因素为缺陷带频率的变化。

关键词:平面波展开法;缺陷;群速度;能带;耦合波导;光子晶体

中图分类号:O439

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2011)06-0049-06

Study on Energy Band and Slow Light of 2D Photonic Crystal

LI Cai-shan, LOU Shu-qin

(Institute of Lightwave Technology, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: By comparing the energy band of 2D photonic crystal with square and triangular lattice, the 2D triangular lattice for the study is selected. The photonic band gap (PBG) can be formed by the periodicity of the permittivity in the photonic crystal, and then the movement of the photon is controlled. The single-line-defect photonic crystal waveguide is proposed, the effect of the energy band structure and dispersion relation with the line defect on the group velocity is analyzed, and the group velocity dispersion (GVD) of the effective slow-light region is at $10^5 \sim 10^6$. To realize the dynamic adjustment of group velocity, the permittivity and the lattice radius are changed, the group velocity can be adjusted to below $0.1c$. The simulation shows that the fundamental factors impacting the group velocity is the changed frequency of the defect band.

Key words: plane wave expansion method; defects; group velocity; energy band; coupled waveguide; photonic crystal

光子晶体 (photonic crystal) 概念最初由 E. Yablonovitch 和 S. John 于 1987 年各自提出,期望由介电常数周期分布构成的介质材料能够改变其间传播的光的性质^[1]。近年来,控制光波在介质中的传输速度逐渐成为研究热点,慢光因其在光学延迟线、全光缓存、光通信领域的独特应用而得到广泛关注^[2]。传统的慢光技术主要涉及电磁感应透明技术(EIT)、相干布局震荡(CPO)、受激布里渊和受激拉曼散射等,相比传统的慢光技术,光子晶体缺陷模式的慢光完

全取决于光子晶体波导结构,不同的波导结构可以满足不同的需求,更易实现小型化和集成化,也更容易在室温下产生慢光,为实际应用提供了有力条件。

光子晶体波导主要运用的是 PCF 的结构色散减慢光速,慢光波导从 2003 年得到迅速发展,各国科学家先后在通过理论和实验分析得到慢光^[3]。参考文献[4]通过改变波导宽度,理论上得到群速度为 $0.02c$ 的光脉冲。参考文献[5]采用改变硅介质柱孔径大小的方式,在实验室获得带宽为 11 nm,群速度为 $c/34$

收稿日期:2011-10-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61177082)

作者简介:李彩珊(1986-),女,硕士研究生,主要研究方向为光子晶体波导中的慢光传输。

的低损耗波导。参考文献[6]采用大折射率介质棒在空气背景中构成二维光子晶体,在无色散情况下获得了 $10^{-5}\sim 10^{-4}c$ 的慢光。虽然理论上能得到相对很低的群速度,但是色散和损耗依旧是目前面临的最大挑战。参考文献[7]通过调整填充因子和缺陷处介质柱半径,实现了 $0.1c$ 的慢光波导结构,但并未对影响群速度改变的根本因素进行深入分析。文中提出一种单缺陷波导结构,在参考文献[7]的基础上进一步分析了影响群速度改变的根本因素,并得到实验验证,同时理论上实现了动态可控的群速度。

1 二维光子晶体带隙特性

1.1 平面波展开法

平面波展开法(plane wave expansion method, PWE)是应用 Bloch 定理将电磁场在倒格矢空间以平面波的形式展开,将麦克斯韦方程化成一个本征方程,求解该方程的本征值得到传播的光子的本征频率和电磁波在光子晶体中传播的色散关系,从而得到能带结构。

在计算光子晶体能带结构中,平面波展开法直接应用了结构的周期性,将 Maxwell 方程从实空间变换到离散 Fourier 空间,将能带计算简化成代数本征问题的求解。在计算含有缺陷的光子晶体波导的能带特性和色散关系时,还需要运用超晶胞(supercell)技术。

1.2 二维正方晶格和三角晶格带隙特性

二维光子晶体一般分为介质柱型和空气孔型2种类型,介质柱或空气孔的横截面一般有圆形、方形和六边形等,介质柱或空气孔的排列一般有方型、三角型、蜂窝型等,文中主要对二维介质柱型的正方晶格和三角晶格的能带特性进行对比分析。

(1) 正方晶格

二维正方晶格光子晶体的波导结构如图1所示,散射柱的介电常数为 ϵ_a ,基质的介电常数为 ϵ_b ,晶格常数为 a ,散射柱沿轴设为无限长。

设 z 轴方向为介质柱的轴方向,二维周期结构在 xy 平面上,晶胞的晶格常数为 a ,半径为 r ,硅介质柱和空气柱的介电常数分别为 $\epsilon_a=11.9$ 和 $\epsilon_b=1$ 。电磁波沿 xy 平面正入射,将入射电磁波分解为TE模(H偏振)和TM模(E偏振)。

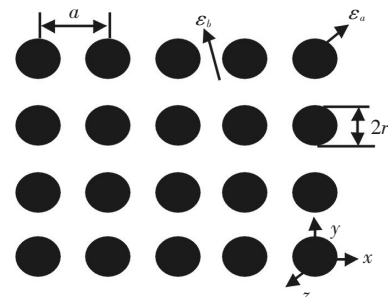
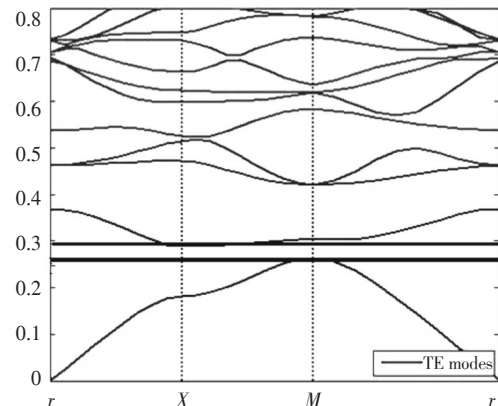
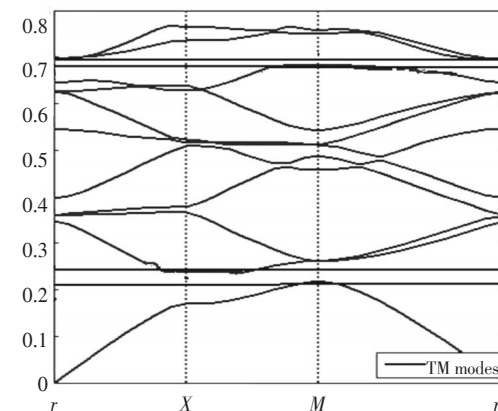


图1 二维正方晶格光子晶体波导结构

对于二维正方晶格光子晶体结构,选取 $a=655$ nm、 $r=255$ nm、 $f=\pi r^2/a^2=0.484$,运用PWE对其TE模和TM模分别进行能带计算,如图2所示。图2中的横轴为简约的布里渊区波矢,纵轴为归一化频率 $\omega(a/2\pi c)$ 。



(a) TE 模



(b) TM 模

图2 二维正方晶格TE模、TM模能带结构

从图2中可以看出,光子晶体有3个带隙,其中TM模出现2个带隙,中心频率($2\pi c/a$)分别为0.4219和0.7107,带隙对应的中心波长分别为1545.24 nm和916.866 nm;TE模出现一个带隙,中心频率为1.1767,带隙对应的中心波长为553.34 nm。不存在TE模和TM模相互重叠的绝对光子带隙。

通过改变不同参量的不同数据之后发现,正入射时TE模和TM模都会产生光子带隙,且第一带隙的宽度随着 r 的增大而增大,甚至可能出现二维范围上全方位的带隙;同时 r 对带隙位置的影响也很大。

(2)三角晶格

二维三角晶格光子晶体的波导结构如图3所示,设 z 轴方向为介质柱的轴方向,二维周期结构在 xy 平面上,电磁波沿 xy 平面正入射,将入射电磁波分解为TE模(H偏振)和TM模(E偏振)。

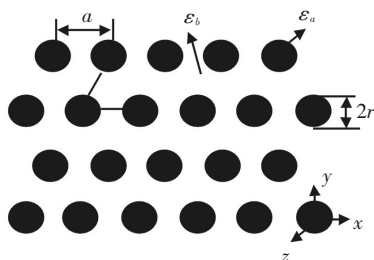


图3 二维三角晶格光子晶体波导结构

对于二维三角晶格光子晶体, ϵ_a 、 ϵ_b 、 r 、 a 的取值与正方晶格相同,分别对其TE、TM模的能带结构进行计算,如图4所示。图4中的横轴为简约的布里渊区的波矢,纵轴为归一化频率 $\omega(a/2\pi c)$ 。

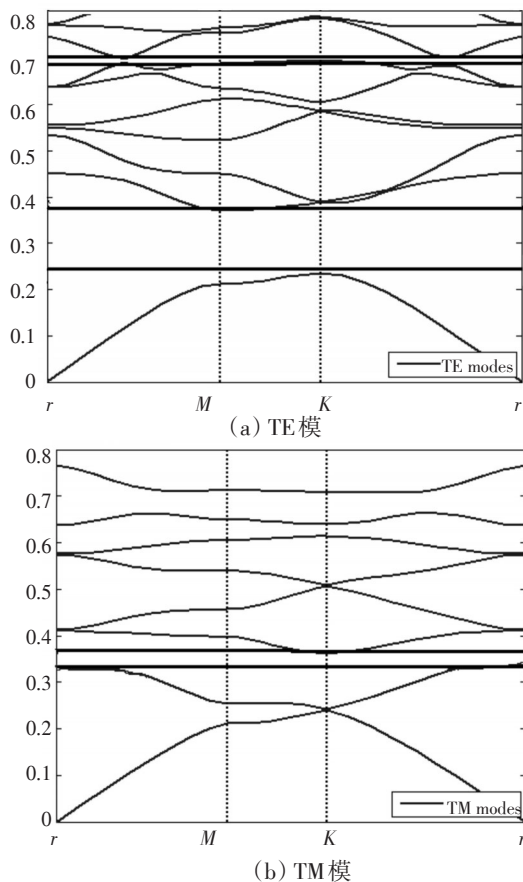


图4 二维三角晶格TE模、TM模能带结构

从图4中可以看出,对TE模式存在两处带隙分别在频率0.23~0.38、0.68~0.71,TM模式存在一处带隙在频率0.62~0.67,显然TE模式下的第一带宽明显宽于TM模式,TM模式第一带隙出现在TE模式第一与第二带隙之间且比较窄长,与TE模式的没有交叠,说明没有完全带隙的存在。

通过改变不同参量的不同数据之后发现,与正方晶格相同,正入射时TE模和TM模都会出现带隙,且第一带隙的宽度都随着 r 的增大而增大,但其带隙宽度比对应的正方晶格带隙宽许多。

对比图2和图4,对于TE偏振模来说,介质柱形状、折射率以及半径相同时,只改变其排列方式,三角晶格的带隙宽度比较大,带隙特性更好,更易于进行缺陷模式的研究,因此选取二维三角晶格的光子晶体波导进行慢光研究。

2 光子晶体波导中的慢光特性

2.1 物理机理

慢光(slow light)是指光脉冲的群速度 v_g 小于真空中的光速 c 。光子晶体是由2种或2种以上介电常数不同的材料周期性重复排列构成,排列周期为光波波长数量级,具有特殊的光子禁带(PBG),利用光子禁带可以控制光子的运动状态。基于此,如果在光子晶体中引入某种形式的缺陷,如去掉一行介质柱或者改变某行介质柱的半径,则在色散曲线中很有可能出现一个导模(缺陷模),基于强烈的结构色散,光在其中以很慢的速度沿着波导方向传播,即为光子晶体慢光。

对于一个光脉冲,其群速度可以描述如下

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}} \Big|_{\omega=\omega_c} = \frac{c}{n_g} \quad (1)$$

其中, v_g 是群速度; k 为沿波导方向的波数; ω_c 是中心频率; n_g 是所用材料的群折射率; c 为真空中的光速。

光子晶体的群速度与频率有关,该特性可以用色散关系及其二阶色散参量 β_2 表示, β_2 的表达式如下

$$\beta_2 = \frac{d^2 k}{d\omega^2} = \frac{dn_g}{d\omega} \frac{1}{c} \quad (2)$$

光在缺陷模中传输时,在缺陷模频率附近存在很窄的透射峰,根据吸收损耗与折射率之间的Kramers-Kronig关系,K-K关系表示如下

$$\begin{aligned} \epsilon_1(\omega) - 1 &= \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon_2(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \\ \epsilon_2(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon_1(\omega') - 1}{\omega' - \omega} d\omega' \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ϵ_1 为介电复常数的实部, 对应折射率; ϵ_2 为介电复常数的虚部, 对应吸收损耗。由 K-K 关系, 当窄峰的吸收或增益发生变化时, 必然会伴随着折射率的变化, 即 $dn/d\omega \gg 0$, 所以在相应的频率附近 v_g 将大幅度降低, 从而形成光的慢速传输。

2.2 线缺陷波导慢光特性

当破坏光子晶体结构的周期性分布, 引入一个线缺陷时, 便构成二维光子晶体波导, 光在传输时, 相应的模式通过通带边缘被挤入带隙, 形成局域模式, 因此线缺陷波导是传输率很高的光波导。引入线缺陷的方法很多, 如去掉一排介质柱、改变某一排介质柱的半径、将某一排介质柱的材料更换等, 文中采用去掉一排介质柱的方法引入缺陷, 线缺陷波导结构及其所选取的超原胞如图 5 所示。

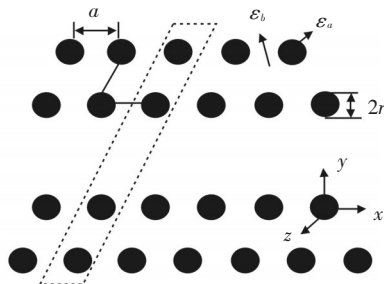
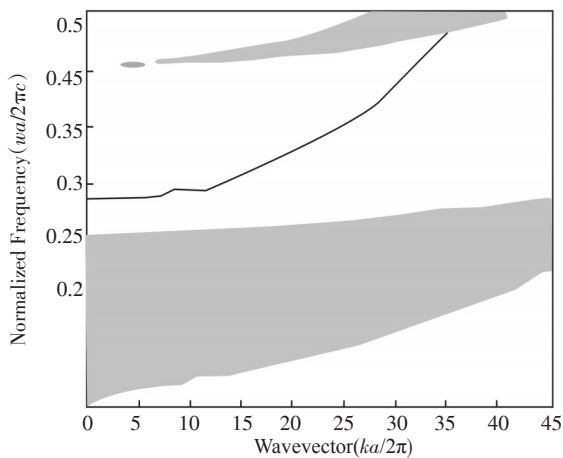
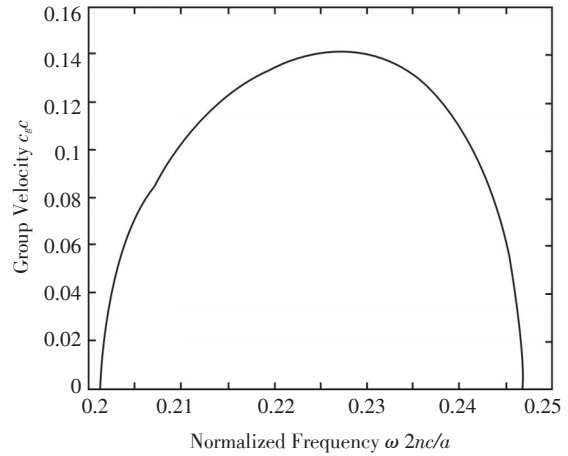


图5 线缺陷波导结构

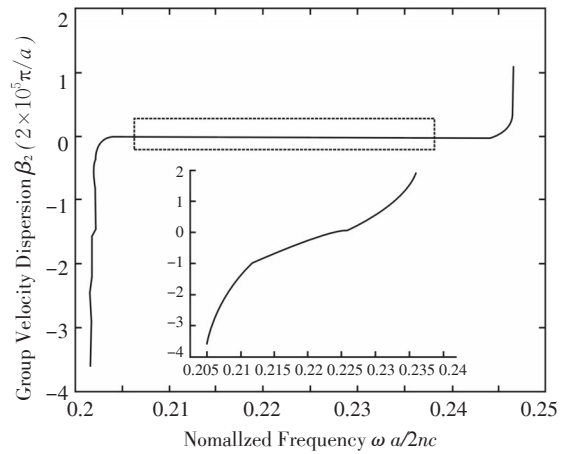
选取结构参数 $\epsilon_a=11.9$ 、 $\epsilon_s=1$ 、 $r=0.2a$, 运用平面波展开法得到导模的色散关系、群速度曲线以及群速度参量的变化曲线, 如图 6 所示。



(a) 归一化色散关系



(b) 导模群速度 v_g 曲线



(c) 群速度色散参量 β_2 变化曲线

图6 光子晶体线缺陷波导的导模、群速度及其色散参量曲线

图 6a 中, 完美光子晶体在 $0.3156 \sim 0.4601 (a/2\pi c)$ 内是光子禁带 (PBG), 引入缺陷后, 落入带隙中的缺陷模式即为波导的导模, 导模频率为 $0.3430 \sim 0.4512 (a/2\pi c)$, 为单一导模, 在波矢区间内沿着波导的方向, 导模的频率随着波矢增大而增大。

图 6b 中, 群速度随波矢不断变化, 不同频率处的群速度不同。当 $k=\omega a/2\pi c < 0.2256$ 时, 群速度随着 k 的增大而增加; 当 $k=\omega a/2\pi c > 0.2256$ 时, 群速度随着 k 的增大而减小, 直至趋于 0。在波矢 0.2256 处, v_g 具有最大值为 $0.138c$, 在带边处 (波矢为 0.25), v_g 取值接近于 0。由于布拉格散射导致带隙的产生, 如果将每一列介质柱等效为一个反射面, 则光在传输时会形成反向散射波, 在布里渊边界区, 前向波和后向散射波满足幅度和相位的匹配条件, 因而光无法传输 ($v_g=0$); 远离布里渊边界时, 便进入慢光区域, 此时前向

波和后向散射波之间的相互作用会形成干涉波,因此使得 v_g 降低,从而形成慢光传输;进一步远离时,慢光效应减弱,

图6c中,在缺陷模式内具有一段相对很平坦的群速度色散区域(虚线部分),对照图6b,该区域恰好是群速度较大的区域,群速度色散零点 $\omega = 0.2256(a/2\pi c)$,也即群速度最大的点。在平坦区域外,群速度色散几乎垂直上升或下降,会引起信号的严重畸变,不适于信号传输,因此称色散平坦区域为有效慢光区域。色散参量 β_2 从 $10^{-5} \text{ ps}^2/\text{km}$ 增大至 $10^5 \text{ ps}^2/\text{km}$,光脉冲在群速度色散较大时会使其通过波导时产生严重畸变,但对于光子晶体波导这种微结构而言,由于其几何尺寸小,GVD在 $10^4 \sim 10^6 \text{ ps}^2/\text{km}$ 范围是可以接收的。

2.3 线缺陷波导慢光的动态可调

2.3.1 光子晶体慢光波导存在的问题

利用线缺陷波导实现慢光存在如下两个问题。

(1) 延时带宽

由式(1)可以得到群折射率 n_g 的表达式为

$$n_g = n \frac{dn(\omega)}{d\omega} = n + \frac{dn}{d\omega} \quad (4)$$

其中, n 为波导模的等效折射率,在 $n_g \gg n$ 时, $n_g \approx \frac{dn}{d\omega} \approx \frac{\Delta n}{\Delta \omega}$,即较小的群速度需要相对比较大的群折射率,比较小的群速度是牺牲带宽得到的(Δn 为定值)。因此,在光子晶体慢光波导研究中,延时带宽是一个需要优化的问题。

(2) 极大群速度色散

式(2)中的 β_2 可以表征群速度色散,与频率有关。由于晶格缺陷的存在,光子晶体禁带边缘可能出现大的色散,1999年,荷兰科学家 Amout Imhof 等发现了晶格缺陷导致的强色散。强色散会引起信号失真,二阶色散(即群速度色散参量 β_2)将导致信号波前畸变。

通过光子晶体波导的优化,可以改善一些慢光的主要问题,目前主要采用啁啾结构或耦合结构改良慢光波导中的大色散。

2.3.2 动态调整参数实现群速度可控

将光子晶体慢光波导的参数进行优化,可以得到更好的性能,如平坦的慢光色散,动态调整2.2节中的三角晶格光子晶体波导的缺陷柱的介电常数 ϵ 以及半径 r ,观察群速度随 r 和 ϵ 的变化趋势。

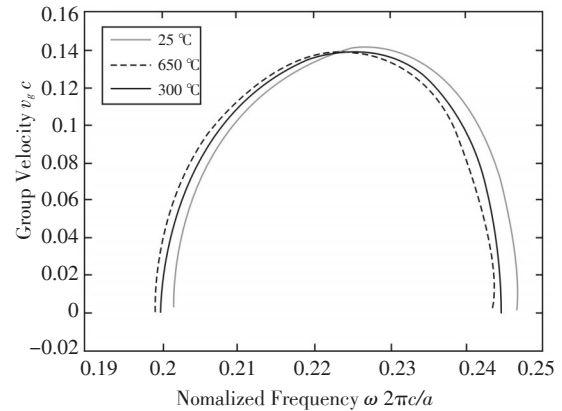
2005年,IBM科学家 Yurii A Vlasov 利用热光效

应实现了可控光速^[8],热光效应是指通过电流加热的方法,改变介质的温度,导致光在介质中传播的一些光学特性(如折射率、相位)发生改变的物理效应,折射率随温度的变化关系为^[9]

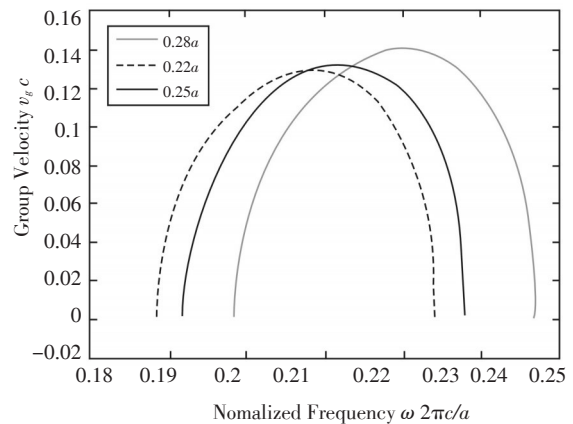
$$n(T) = n_0 + \Delta n(T) = n_0 + \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T = n_0 + \alpha \Delta T \quad (5)$$

其中, n_0 为温度变化前的折射率; α 为热电系数。利用热光效应可以改变光子晶体波导的介电常数,硅的热光系数为 $2 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$,是正值,即折射率随着温度的升高而增加。图7a是光子晶体慢光波导在 25°C 、 300°C 、 650°C 时的群速度曲线。

从图7a中可以看出,不同温度下的群速度曲线变化规律相同。在归一化频率 $\omega < 0.223$ 时,随着温度的增加,群速度随之增加,在 $\omega = 0.203$ 处,群速度 v_g 由 $T = 25^\circ\text{C}$ 的 $0.02c$ 增加至 $T = 650^\circ\text{C}$ 的 $0.042c$;在归一化频率 $\omega > 0.223$ 时,随着温度的增加,群速度逐渐减小,在 $\omega = 0.242$ 处, v_g 由 $T = 25^\circ\text{C}$ 的 $0.04c$ 减小至 $T = 650^\circ\text{C}$ 的 $0.018c$ 。从低温向高温的变化中,相同频率的光的群速度减小。



(a) 温度不同时的群速度曲线



(b) 半径不同时的群速度曲线

图7 光子晶体慢光波导的群速度曲线

温度同样可以改变光子晶体波导的半径,室温下硅的热膨胀系数 $\alpha = 3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$,动态改变温度即可以动态调节波导半径,图7b是光子晶体慢光波导在 $0.22a$ 、 $0.25a$ 、 $0.28a$ 时的群速度曲线。

从图7b可以看出,不同半径的群速度曲线形状基本相同,光子晶体禁带缺陷的频率随着半径的增大而增大,群速度的最大值也由 $r=0.22a$ 时的 $0.131c$ 增大至 $r=0.28a$ 时的 $0.145c$ 。

2.4 群速度变化根本因素的理论验证

由2.3.2节中的分析可以发现,群速度是和缺陷

表1 缺陷模式不改变的介质折射率匹配

ε_a	11.9	11.8	11.7	11.6	11.5	11.4	11.3	11.2
ε_b	1.206	1.416	1.622	1.830	2.038	2.249	2.459	2.659

对表1中的每一组折射率进行群速度计算,从而得出 $\omega=0.225$ 处的群速度 v_g ,见表2。

表2 $\omega=0.225$ 处的群速度

ε_a	11.9	11.8	11.7	11.6	11.5	11.4	11.3	11.2
$v_g(c)$	0.138	0.139	0.141	0.141	0.145	0.147	0.150	0.152

由表2可见,在不同的介质折射率匹配时,群速度的差距并不大,说明同时调节两种介质的折射率,不能改变群速度的大小。不同折射率下不同的群速度,可能是由于 tuning defect mode^[10]在仿真时自身存在的截断误差造成的。

2.4.2 改变缺陷位置

将图5线缺陷波导的缺陷位置向上平移,如图8所示。

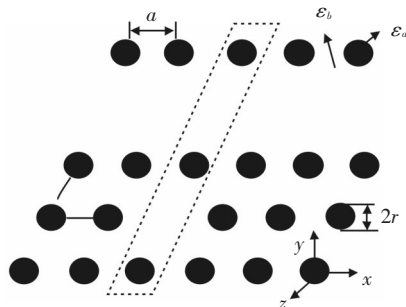


图8 缺陷位置上移的线缺陷波导结构

缺陷位置上移后,其群速度曲线与未发生平移时的群速度曲线对比,如图9所示。

由图9可以看出,缺陷位置上移后,群速度曲线并未发生平移,而是与未发生平移的群速度曲线重

叠在一起的,说明缺陷位置的改变并不能影响群速度。

2.4.1 同时改变两种介质的折射率

由图7可以看出,温度升高或者半径减小,都会使得群速度曲线向低频方向移动,为了使得缺陷模式不发生改变,必须同时调节空气和硅介质柱的折射率,在现实中无法找到完全匹配的两种介质,可以通过 mpb 软件的 tuning defect mode 找到折射率完全匹配的两种介质。介质折射率的匹配见表1。

叠在一起,说明缺陷位置的改变并不能影响群速度。

根据麦克斯韦本征值的表达式^[11],只要不改变光子晶体的结构,本征值就不会发生改变,同时调节两种介质的折射率或者移动线缺陷的位置,缺陷模式的能带频率并不发生变化,从而群速度不发生变化。

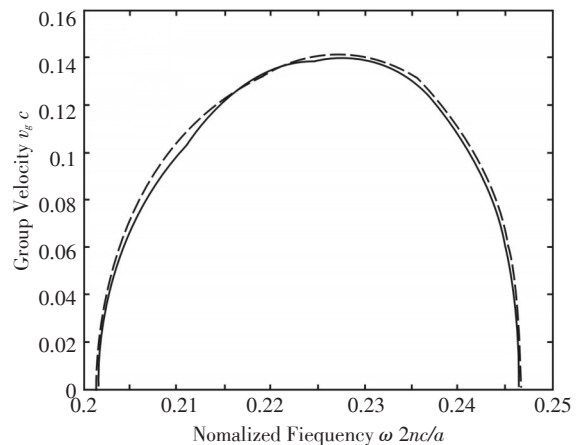


图9 缺陷位置上移后两者重叠的曲线

3 结束语

近年来,控制光波在介质中的传输速度已经成为光学领域的一个研究热点。(下转第74页)

- [2] Doucet A, Gordon N J, Krishnamurthy V. Particle Filter for State Estimation of Markov linear Systems[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2001,49(3): 613-624.
- [3] Chang C, Ansari R. Kernel particle filter for visual tracking [J]. IEEE Signal Process. Lett, 2005, 12:42-45.
- [4] Zhang B, Tian W F, Jin Z H. Head tracking based on the integration of two different particle filters[J]. Meas. Sci. Technol. 2006, 17: 2877-2883.
- [5] Maggio E, Cavallaro A Hybrid particle filter and Mean Shift tracker with adaptive transition model[C]// Proc. IEEE Signal Processing Society Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (Philadelphia, USA),2005,2:221-224.
- [6] Shan C, Wei Y, Tan T, et al. Real time handtracking by combining particle filtering and mean shift[C]// 6th Int. Conf. on Automatic Face and Gesture Recognition, 2004: 669-674.
- [7] J A Cuesta-Albertos, A Nieto-Reyes. The random tukey depth[J]. Comput. Stat. Data Anal, 2008, 52(11):4979-4988.
- [8] Aach T, Kaup A Mester R. Statistical model-based change detection in moving video[J]. Signal Processing, 1993, 31(2): 165-180.
- [9] 廖德勇. 支持向量机在多目标跟踪中的应用研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2006.
- [10] J A Roecker, G L Phillis. Suboptimal joint probabilistic data association[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(2):510-517.
- [11] 杨小军. 基于粒子滤波的混合估计理论与应用[D]. 西安:西北工业大学, 2006.
- [12] B Zhou, N R Bose. Multi Target tracking in clutter: fast algorithms for data association[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(2):352-363.

(上接第54页)

对于大多数慢光技术,实际应用和小型化是最大的挑战。光子晶体慢光波导可以在室温下产生慢光,而且可以在无需特殊材料的情况下对慢光群速度进行调节,且其独特的线缺陷结构,可以得到较低的群速度^[12]。文中通过介绍结构简单的二维三角晶格光子晶体单线缺陷波导,提出利用热光效应和热胀冷缩效应实现动态可控群速度的方法。仿真结果表明,这两种方法在理论上可以对群速度进行动态调节,从而得到光传播的低群速度。在此基础上,分析说明了缺陷模式的能带频率是使得群速度发生变化的根本因素,只要能带频率不变,改变缺陷位置及同时调节两种介质的折射率均不能改变群速度的大小。由于已有大量文献对慢光波导的各种参数进行详细分析,文中未对介质柱尺寸、晶格大小等参数对群速度大小的影响进行深入分析,是下一步对波导参数进行优化的努力方向,同时,提出一种新的具有更高性能的慢光波导结构也是下一步努力的方向。

参考文献

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58 (20): 2059-2062.
- [2] 掌蕴东,翁文,喻波,等. 光子晶体波导慢光技术[J]. 激光与光电子学进展, 2007, 44(10):26-32.
- [3] Povinelli M L, Steven G Johnson, Joannopoulos J D. Slow-light band-edge waveguides for tunable time delays [J]. Opt Express, 2005, 13(18):7145-7159.
- [4] A Yu Petrov, M Eich. Zero dispersion at small group velocities in photonic crystal waveguides[J]. Appl Phys Lett, 2004, 85(21):4866-4868.
- [5] Lars H Frandsen, Andrei V Lavrinenko, Jacob Fage-Pedersen. Photonic crystal waveguides with semi-slow light and tailored dispersion properties[J]. Opt Express, 2006, 14(20): 9444-9450.
- [6] Chu J H, Voskoboinikov O, Lee C P. Slow light in photonic crystals[J]. Microelectronics J, 2005(36):282-284.
- [7] 张曼,潘炜,闫连山,等. 二维三角晶格介质柱光子晶体线缺陷波导慢光研究[J]. 中国激光, 2009, 36(4): 857-861.
- [8] Yurii AVlasov, Martin O'Boyle, Hendrik E Hamann. Active control of slow light on a chip with photonic crystal waveguides[J]. Nature, 2005(438).
- [9] 张宁,朱娜,刘武. 光子晶体慢光控制及其规律[J]. 光电子技术, 2010(1):50-53.
- [10] http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/MPB_Data_Analysis_Tutorial[EB/OL], 2008.
- [11] http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Libcint_User_Reference[EB/OL], 2008.
- [12] 鲁辉,田慧平,李长红,等. 基于二维光子晶体耦合腔波导的新型慢光结构研究[J]. 物理学报, 2009, 58(3): 2049-2055.