·信号与信息处理·

# 近红外星图质心检测C样条插值法和高斯方法比较

陆 斌,郭少军,王 铎

(海军航空工程学院,山东 烟台 264001)

摘 要:可见光CCD拍摄的星空图像中目标点的质心求取已经有了很多种方法,可见光中的恒星质心求取方法在近红外 星图中同样适用,常用的方法有 Gauss 拟合法,矩方法(包括修正矩方法)和寻导法等。介绍了质心求取方法中的 Gauss 拟合 法,分析其优劣性,并以这种方法为基础,根据近红外星图导航的实际情况提出了一种较为实用的方法,并验证比较其精度和 可行性。

关键词:质心求取;C样条差值;高斯拟合;近红外星图 中图分类号:TP301.6;TN219 文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2011)05-0059-05

## Centroid Detection of Targets on Near Infrared Stellar Map Based on C Spline Method and Gauss Method Comprision

LU Bin, GUO Shao-jun, WANG Duo

(Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract**: The centroid of the visible light CCD image targets can be derived by using lots of methods, these algorithms are also suitable for the near infrared stellar map. The common methods are: Gauss fitting method, method of moments, derivative search and so on. The Gauss fitting method is introduced and analyzed its advantages and disadvantages. According to this method, a more practical method is proposed based on the near infrared stellar map navigation, verified and compared its accuracy and feasibility.

Key words: centroid derivation; C spline interpolation; Gauss fitting; near infrared stellar map

近红外星空成像图像是二维的,计算星像的重 心位置也应该在二维平面上进行,但是通过计算边 缘分布的方法可以将其化为一维进行归算。李展 等人研究表明,Gauss 拟合法的精度是这几种方法 中精度最高的一种定心算法,以下部分讨论了高斯 算法并提出利用C样条二维差值方法求质心的方 法,并通过仿真实验进行了结果对比。

### 1 高斯拟合求质心方法

高斯拟合求质心方法在介绍的几种方法中是

精度最高的,将着重介绍高斯拟合求质心的原理和 实现过程,并通过对已分割好的星空图像进行目标 星点质心求取<sup>[1]</sup>。

在星图拍摄中,星目标的星等越高(星越暗)其 星斑越小,星等越小其星斑越大,由于近红外光学 系统透镜的散射作用恒星在近红外成像阵面中成 像应该是一个以恒星位置为中心的斑点,也就是图 像中相邻像素中都有一定的灰度分布,分布可以近 似看成一个高斯曲面<sup>[2]</sup>,并且灰度值随远离中心位 置很快降低。由于斑点面积不是很大,同时点扩散

收稿日期:2011-08-20

基金项目:国家自然科学基金(2010AAJ140)

作者简介:陆斌(1966-),辽宁辽阳人,副教授,硕士生导师,在读博士,主要从事数字图像处理和智能化研究,计算机视觉研究等;郭少军(1985-),湖南洞口人,硕士研究生,主要从事数字图像处理,星空导航等方面的研究;王铎(1986-),河南新郑人,硕士研究生,主要从事数字图像处理,星空导航等方面的研究.

函数的具体参数很难确定,因此,以高斯曲面内插 方法,得到高斯曲面参数的递推解析式。最后求得 质心结果。

### 1.1 高斯曲面内插系统参数拟合

设拍摄到的星图中恒星为P(x, y),其坐标为 $(x_0, y_0)$ , 它的x轴方向上的四临近像素灰度值分别为:  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)。像素<math>P_0(x_0, y_0)$ 和临近的像素是符合高斯曲面分布的,它们的分布参考如 图1所示,其数学表达式可以表示为<sup>[3]</sup>

$$P = A \exp(-\frac{r^2}{B}) \tag{1}$$

式中, $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$ ; $(x_0, y_0)$ 对应高斯曲面的 中心位置;A对应高斯曲面的最大值,与星等对应, 星等越大,A值越大;B对应光斑的大小,光斑越大, B值越小。式(1)中有4个未知数,想要得到方程的 解析式就必须得到方程的参数 $x_0, y_0, A, B$ 。然而,方 程为非线性指数函数,拟合参数解析式非常困难。 考虑到坐标点 $(x_0, y_0)$ 时,只含A, B两个参数。对 方程两边取对数,有



(2)

(3)

(4)

$$y=ax+b$$

通过最小二乘法可以拟合出参数值*a*,*b*。最小 二乘法的原理是通过数据拟合后得到的函数值和 原数据在各个数据点处的变差的平方和最小,因 此,根据最小二乘法的原理和式(4)可得偏差平方 和表达式如下<sup>[4]</sup>

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i') = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)$$
(5)

其中, y<sub>i</sub> 为原始数据中第*i*个数据; y<sub>i</sub> 为拟合的第*i* 个数据;将式(5)对*a*,*b*分别求导数,并令其等于零, 即导数等于零处上式取极小值,可得

$$\frac{\partial \delta}{\partial a} = -\sum_{i=1}^{n} 2(y_i - ax_i - b)x_i = 0$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial b} = -\sum_{i=1}^{n} 2(y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\vec{x} \not \text{m} \vec{x}(6) \not \text{F}$$
(6)

$$\begin{cases} a = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i} - \sum_{i=1}^{n} y_{i} \sum_{i=1}^{n} x_{i}}{n \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - (\sum_{i=1}^{n} x_{i})^{2}} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} \sum_{i=1}^{n} y_{i} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \sum_{i=1}^{n} y_{i} x_{i}}{n \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - (\sum_{i=1}^{n} x_{i})^{2}} \end{cases}$$
(7)

式中,n为参加拟合的数据个数,从式(7)计算出来 的系数a,b可以求出方程(1)中的高斯函数参数A, B求出来的参数拟合精度较高,这说明在知道目标 星点的位置坐标时通过这种方法可以获得高精度 的星等,在以目标位置为中心取邻域时也可以取其 八邻域的像素进行高斯拟合计算。

#### 1.2 位置参数的高斯曲线插值原理及实现方法

通过上一部分的讨论后发现恒星位置的确定 是关键中的关键,利用线性插值获得恒心置值考虑 了中心位置邻域内的像素的灰度值,却忽略了中心 位置的灰度值,当恒星目标星等较大时成像点就会 变得很小,这时候利用现行插值得到的结果误差显 然是很大的。由于目标点的成像分布近似符合高 斯分布,因此利用高斯插值进行恒星位置的计算将 大大提高精度。下面研究在x,y方向分别进行高斯 曲线拟合,求出恒星位置<sup>[4]</sup>。

对于式(1)来说,假设参数y不变,在x方向上, 有

$$P = A \exp(-\frac{(x - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}{B})$$
(8)

同样两边取对数,有

$$\ln(P) = \ln(A) - \frac{(x - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}{B}$$
(9)

$$\begin{bmatrix}
\ln(P_1) = (\ln(A) - \frac{(y' - y_0)^2}{B}) - \frac{(x_1 - x_0)^2}{B} \\
\ln(P_2) = (\ln(A) - \frac{(y' - y_0)^2}{B}) - \frac{(x_2 - x_0)^2}{B} \\
\ln(P_3) = (\ln(A) - \frac{(y' - y_0)^2}{B}) - \frac{(x_3 - x_0)^2}{B}
\end{bmatrix}$$
(10)

解式(10)时,可以得到系数*A*,*B*, *x*<sub>0</sub>。由于包含二项式,方程的解析式非常复杂。如果取中心点的坐标为原点坐标,则有 *x*<sub>1</sub>=-1, *x*<sub>2</sub>=0, *x*<sub>3</sub>=1。代入式(10)可得

$$\begin{cases} B = \frac{2}{2\ln(P_2) - \ln(P_1) - \ln(P_3)} \\ x_0 = \frac{B}{4} (\ln(P_3) - \ln(P_1)) \end{cases}$$
(12)

x<sub>0</sub>即是x方向上恒星坐标,它的大小与y无关, 由于高斯曲面相对于坐标原点以及X轴和Y轴都是 对称的,所以上面结果是可以理解的。用同样的方 法,可以得到y方向上的恒星坐标。

$$\begin{cases} B' = \frac{2}{2\ln(P_2) - \ln(P_4) - \ln(P_5)} \\ x_0 = \frac{B'}{4}(\ln(P_5) - \ln(P_4)) \end{cases}$$
(13)

其中, P<sub>4</sub>, P<sub>5</sub>分别为y方向上相邻的2个像素。理 论上, B应该等于 B', 但是,由于噪声干扰,实际上 它们之间存在一些误差。如果需要,可以用多点计 算得到的均值代替 B,从而减少噪声的影响。文献 [4]中进行了仿真实验,证明了该方法具有较强的抗 噪性和较高的位置精度,基于该方法提出的基础, 即目标星点的灰度分布近似为高斯分布,文献中提 到的这种方法利用的恰恰是星点像素灰度分布的 这个特点,但是仔细思考一下,在一幅图像中,目标 星点的灰度虽然成高斯分布,但是其分布是在整个 360°方向上的高斯分布,而文献中提到的方法虽然 考虑了目标星点的灰度高斯分布特性,而考虑的只 是仅仅 X, Y 两个方向上的高斯分布,却忽略了目标 星点成像其他方向上的高斯特性,基于这个问题, 提出了一种在二维平面上进行高斯特性内插值和 修正矩相结合的方法进行质心即恒星位置的提取的方法。

#### 2 C样条插值修正矩方法

在文献[4]中方法的特点,其进行高斯内插的方向仅局限于*X*,*Y*两个方向上,忽略了星图目标成像 其他方向上的高斯分布特性,基于这个问题,提出 了一个新的构想:即通过在二维平面上进行内插值 成高斯特性的曲面,再结合修正矩的特性求得恒星 的位置坐标。具体步骤如下:

(1) 基于获得的分割后的图像,按照8邻域连 通进行目标区域分类标号,记录每一个目标区域中 标号的像素的坐标;

(2)记录每一个标号的目标区域的坐标后,还 原到去掉背景的图片中获得这些坐标点的像素值, 从第一个标号区域开始,寻找各个标号区域中灰度 的最大值点,记录其坐标,每个标号区域中最大值 可能不止一个,需要全部记录下来;

(3) 以单独一个标号区域为例,按照1、2步做 完后,在去背景图片中以这个标号区域中的各个最 大值点为中心的9×9邻域内(包括4×4邻域16个较 亮像素在中间)进行10:1的C样条插值(将9×9窗 口中的数据插值成一个90×90高斯分布曲面);

(4)还是在单个标号区域中说明。在每个最大 值点为中心的9×9窗口,C样条插值后的90×90数据 窗口内进行修正矩计算质心位置,如果标号区域中 存在多个最亮像素点,则用同样方法求出所有最亮 点为中心插值后的质心坐标,然后求所有质心坐标 的平均值;

(5)完成一个区域后继续下一个区域的质心计算,直到所有目标区域都找到质心为止。

通过上面的步骤求出质心位置后,可以针对每 一个目标区域进行高斯曲线拟合,如式(1)和式(3) 所示,但是这回可以在8邻域内对每一个像素进行 拟合。同样利用下式可以得到精确拟合参数

$$\begin{cases} a = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \end{cases}$$
(14)

然后可以通过求出来的*a*,*b*求解得到幅值*A*,从 而进行精确的星等计算。通过一个理想的高斯图 像进行实验,取(*A*,*B*, *x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>)值为(50.6,6.2,47.3, 41.7)的高斯图作为实验图像,如图2所示。



将图2中的高斯图像加入噪声进行处理以验证 该方法的抗噪性,下面以加入最大值为5的随机噪 声为例进行仿真实验,得到加随机噪声后的高斯图 像如图3所示。



现在以加噪声后的高斯图像为例,进行2种方 法拟合参数精度的对比,通过2种方法拟合后的参 数和原参数的对照如表1所示。通过表1可以看 出,2种方法精度都很高,但是高斯拟合算法在估计 A,B时的误差较插值算法误差稍微大点<sup>[5,6,7]</sup>,这种情 况发生可能是由于偶然性造成的,为了避免这种情 况发生,对表1中列出的各种不同参数进行仿真验 证,每一幅验证图都加入最大值为5的随机噪声。

表1 高斯拟合与C样条插值算法拟合参数表

方法	A	В	<i>x</i> <sub>0</sub>	$y_0$
理论值	50.6	6.2	47.3	41.7
高斯方法	52.875 4	5.037 8	47.336 8	41.490 6
C样条插值方法	50.190 8	5.584 9	47.199 5	41.497 9

采用理论参数(*A*,*B*, *x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>)值为表2中所示 的不同参数值的高斯图像作为素材来验证文章提 出方法对高斯方法拟合参数具有更高的精度,获得 的结果如表2所示。

表2 两种方法对各种不同高斯图像参数拟合对比表

类型	A	В	$x_0$	Уo
理论数据	52.6	7.3	30.6	24.6
高斯方法	52.581 6	12.147 8 30.7059		24.517 2
C样条插值方法	52.205 5	7.852 2	30.5506	24.715 9
理论数据	54.6	9	40.7	36.2
高斯方法	59.685 9	6.576 5 40.6417		36.148 2
C样条插值方法	56.516 0	9.532 3	40.8046	36.126 9
理论数据	56.7	6.4	51.2	46.7
高斯方法	61.329 3	5.493 7	51.2171	46.659 3
C样条插值方法	58.434 8	6.486 7	51.1638	46.769 3
理论数据	58.2	8.4	60.7	25.9
高斯方法	61.740 9	6.880 2	60.7249	25.945 0
C样条插值方法	59.908 6	8.400 4	60.8011	25.908 5
理论数据	60.4	7.6	50.2	47.8
高斯方法	64.984 5	6.658 8	50.0618	47.772 6
C样条插值方法	63.650 9	7.583 6	50.1603	47.878 7

对表2中数据进行计算得到2种方法拟合后各 个参数的均方差如表3所示。

表3 两种方法拟合参数均方差

均方差 σ	A	В	<i>x</i> <sub>0</sub>	$y_0$
高斯方法	8.991 8	5.778 5	0.186	0.118
C样条插值方法	5.472	0.772	0.163	0.173

坐标轴	1	2	3	4	5	6	7
x	120.486 8	215.987 4	231.584 6	160.309 1	261.473 1	297.600 5	254.581 3
У	19.697 5	150.896 5	197.32 7	201.049 1	273.277 6	288.176 6	307.553 6
坐标轴	8	9	10	11		12	13
x	333.358 6	164.409 7	203.679 5	429.360	36	6.492 9	314.692 4
У	310.501 7	336.653 7	340.768 4	345.849	36	5.520 9	418.138 5

表4 对应图4中各个目标区域的质心坐标

通过上述的验证分析可以得知,利用C样条插 值结合修正矩计算质心拟合高斯曲面的方法和高 斯方法都具有较高的质心计算精度,而前者在星等 幅值和面积拟合方面更具精度,在计算星等时具有 一定的优势<sup>[8,9,10]</sup>。

以上数据都是在理论值中加入幅度值最大噪 声为5的实验结果,从实验可以看出,在噪声最大值 为5时,实验得到的每一种结果离散性不大,都在理 论值附近,在此计算后得到的平均值都很接近理论



值,特别是位置误差,几乎都小于0.05个像素,对进 行精确恒星识别提供了可靠的前提。依据文中提 出的算法,对分割好后的图像进行质心计算,分割 后图像如图4、图5所示。图像5中标记的标号目标 和表4中数据——对应。

## 3 结 论

通过仿真实验验证了C样条插值方法的精确度, 利用这种方法进行目标质心求取为星图识别提供了 可靠的前提条件。通过对比发现,在目标成近似高斯 分布时两者精度都很高,而在目标的高斯性较差时利 用高斯计算误差会相应增大,而采用C样条插值方法 则影响不大,因此更具广泛应用性<sup>[11,12]</sup>。

#### 参考文献

- Stone R C.A Comparison of Digital Centering Algorithms
   [J].AJ, 1989, 97: 1227–1237.
- [2] 孔兵,王昭,谭玉山.激光光斑的高斯拟合[J].激光技术,2002(4):277-278.
- [3] 冒蔚,季凯凯,李彬华,等. CCD天体测量学[M]. 云南: 云南科技出版社,2003.
- [4] 唐冠群.几种激光光斑中心定位算法的比较[J].机械工 业学院学报,2009(1):61-64.
- [5] 王琛.基于Levenberg-Marquardt算法的用户鉴别[J].山 西师范大学学报:自然科学版, 2001(4).
- [6] 陈岚岚,Hausdorff距离在图像匹配中的应用[J].现代电子技术,2002,25(9).
- [7] 陈虎,周朝辉,王守尊.基于数学形态学的图像去噪方 法研究[J].工程图学学报,2004(4).
- [8] 孔兵,王昭,谭玉山. 基于圆拟合的激光光斑中心检测算 法[J];红外与激光工程, 2002 (3):275-279.
- [9] 徐冠,夏克文,徐乃勋.基于LM算法的神经网络在冠心病诊断中的应用[J].微电子学与计算机,1998(2).
- [10] 郭巧占,杜红斌. 石油仪器[J]. 2004(6).
- [11] 刘瑞娟. 天文导航中星图图像底层处理研究[D]. 北京: 华北电力大学. 2004(5):275-279.
- [12] 胡洁,曾祥金.科技创业月刊[J]. 1996(5).