

·激光技术·

高斯谢尔模光束通过 $ABCD$ 光学系统的偏振特性

陈 凯, 曹润秋, 陆启生

(国防科学技术大学, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 推导了高斯谢尔模光束通过 $ABCD$ 光学系统的交叉谱密度矩阵, 研究了该条件下光谱偏振度的变化情况。比较研究了高斯谢尔模光束通过自由空间和聚焦光学系统的情况。研究表明, 在自由空间中传输足够远的距离后光谱偏振度将达到稳定, 在聚焦光学系统中光谱偏振度在焦面位置附近有明显的起伏变化, 两者都与光源参量的选择有关。特别指出, 位于焦面上的光谱偏振度等于其远场的光谱偏振度稳定值。

关键词: 相干光学; 高斯谢尔模光束; $ABCD$ 光学系统; 交叉谱密度矩阵; 光谱偏振度

中图分类号: O436.3

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2011)04-0028-04

Polarization Properties of Gaussian Schell-model Beams through $ABCD$ Optical System

CHEN Kai, CAO Jian-qiu, LU Qi-sheng

(National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The cross-spectral density matrix of Gaussian Schell-model beams through the $ABCD$ optical system is derived, and the variation of the spectral degree of polarization under this condition is given. A comparison between the cases of Gaussian Schell-model beams through the free space and focal optical system is studied. The study shows that the spectral degree of polarization will tend to the stable value after a long-propagation distance in free space, and the spectral degree of polarization has a sharp fluctuation at the position of focal plane in focal optical system. Both are related to the selection of light source parameters. In particular, the spectral degree of polarization at the position of focal plane equals the stable value of the spectral degree of polarization at the far field.

Key words: coherence optics; Gaussian Schell-model beams; $ABCD$ optical system; cross-spectral density matrix; spectral degree of polarization

自从相干偏振的统一理论^[1]被提出后, 激光偏振特性在传输过程中的变化情况受到越来越多的关注, 其在激光雷达、遥感技术和光通信等领域的应用也越来越明显。已有研究表明, 部分相干随机电磁光束的光谱偏振度在传输过程中是变化着的, 甚至在自由空间的环境下也是如此^[2-8]。文中研究高斯谢尔模光束通过复杂光学系统后偏振特性的变化情况, 以交叉谱密度矩阵为基础, 通过柯林斯公式推导得到了空间任意一点的光谱偏振度, 并对

自由空间和聚焦光学系统2种传输情况做了详细的数值计算和分析。

1 理论分析

假设位于平面 $z=0$ 的高斯谢尔模光源产生的随机电磁光束沿着 z 轴的正方向传输, 其传输路径包含 $ABCD$ 光学系统(如图1)。

随机电磁光束的统计特性可以由 2×2 交叉谱密

收稿日期: 2011-06-21

作者简介: 陈凯(1986-), 男, 江苏常州人, 硕士研究生, 主要从事高能激光技术方面的研究。

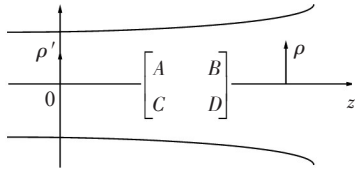


图1 随机电磁光束通过ABCD光学系统传输的示意图

度矩阵来描述^[9]

$$W(\rho_1, \rho_2, \omega) = [W_{ij}(\rho_1, \rho_2, \omega)] = \langle E_i^*(\rho_1, \omega) E_j(\rho_2, \omega) \rangle, \quad (i, j = x, y) \quad (1)$$

其中, ρ_1 、 ρ_2 为光束中的任意两点; x 和 y 分别为电场矢量 E 相互垂直的两个偏振方向; * 表示复共轭; $\langle \rangle$ 表示系统平均。

根据柯林斯公式, 电场 E 经由 ABCD 光学系统的传输公式可写成如下形式^[10]

$$E_2(\rho', z) = -\frac{i}{\lambda B} \iint_{S_1} E_1(\rho, 0) \exp\{ikL(\rho, \rho', z)\} ds_1 \quad (2)$$

其中, L 表示的是输入平面和输出平面之间的程函: $L(\rho, \rho', z) = z + (A\rho^2 + D\rho'^2 - 2\rho\rho')$ 。将式(2)代入式(1), 可以得到交叉谱密度矩阵经由 ABCD 光学系统的传输公式^[11]

$$W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \frac{1}{\lambda^2} [\text{Det}(\bar{B})]^{-\frac{1}{2}} \iint \iint W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega) \exp(-ikL) d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2 \quad (3)$$

式中, $L = \frac{1}{2} [\rho'_1 \quad \rho'_2 \quad \rho_1 \quad \rho_2] \begin{bmatrix} \bar{B}^{-1} \bar{A} & -\bar{B}^{-1} \\ \bar{C} - \bar{D} \bar{B}^{-1} \bar{A} & \bar{D} \bar{B}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$ 。其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & -C \end{bmatrix}, \bar{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_x & 0 \\ 0 & a_y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_x & 0 \\ 0 & b_y \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} d_x & 0 \\ 0 & d_y \end{bmatrix}$$

式中, a_x 、 b_x 、 c_x 、 d_x 为 xOz 平面内的传输矩阵元, a_y 、 b_y 、 c_y 、 d_y 为 yOz 平面内的传输矩阵元。当输入平面和输出平面之间的光学系统为轴向对称时, 满足关系: $a_x = a_y$ 、 $b_x = b_y$ 、 $c_x = c_y$ 、 $d_x = d_y$ 。

不妨设光源上任意一点的光谱强度的 i 成分为 $S_i(\rho', \omega)$, 任意两点电场矢量的 i 成分与 j 成分的相关度为 $u_{ij}(\rho'_2 - \rho'_1, \omega)$, 其相关表达式如下所示^[12]

$$S_i(\rho', \omega) = A_i^2 \exp\left(-\frac{\rho_2'}{2\sigma_i^2}\right) \quad (i = x, y) \quad (4)$$

$$u_{ij}(\rho'_2 - \rho'_1, \omega) = B_{ij} \exp\left[-\frac{(\rho_2 - \rho_1)^2}{2\delta_{ij}^2}\right] \quad (i, j = x, y) \quad (5)$$

其中, A_i 表示光场 i 方向的振幅; σ_i 表示光斑 i 方向的大小; B_{ij} 表示光场 i 分量和 j 分量的相关系数; δ_{ij} 表示相关长度。参量 A_i 、 σ_i 、 B_{ij} 和 δ_{ij} 均与位置无关, 只取决于频率 ω 。于是, 高斯谢尔模光源处的交叉谱密度矩阵有如下形式^[12]

$$W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega) = \sqrt{S_i(\rho'_1, \omega)} \sqrt{S_j(\rho'_2, \omega)} \times u_{ij}(\rho'_2 - \rho'_1, \omega) \quad (i, j = x, y) \quad (6)$$

将式(4)~式(6)代入式(3), 求得经过 ABCD 光学系统传输后的交叉谱密度矩阵的解析表达式

$$W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = A_i A_j B_{ij} [\text{Det}(\bar{A} + \bar{B} M_{ij}^{-1})]^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left(-\frac{ik}{2} \rho_{12}^T M_{ij}^{-1} \rho_{12}\right) \quad (7)$$

其中, $\rho_{12} = [\rho'_1 \quad \rho'_2 \quad \rho_1 \quad \rho_2]^T$; $M_{ij}^{-1} = (\bar{C} + \bar{D} M_{ij}^{-1}) (\bar{A} + \bar{B} M_{ij}^{-1})^{-1}$; $M_{ij}^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} -\frac{i}{2k} \sigma_i^{-2} - \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 & \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 \\ 0 & -\frac{i}{2k} \sigma_i^{-2} - \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 & \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} \\ \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 & -\frac{i}{2k} \sigma_j^{-2} - \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 \\ 0 & \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} & 0 & -\frac{i}{2k} \sigma_j^{-2} - \frac{i}{k} \delta_{ij}^{-2} \end{bmatrix}$$

根据光谱偏振度的定义, 不难得到高斯谢尔模光束经由 ABCD 光学系统传输后空间任意一点的光谱偏振度 $P(\rho, z, \omega)$ ^[13]

$$P(\rho, z, \omega) = \sqrt{1 - \frac{4 \text{Det} W(\rho, \rho, z, \omega)}{[\text{tr} W(\rho, \rho, z, \omega)]^2}} \quad (8)$$

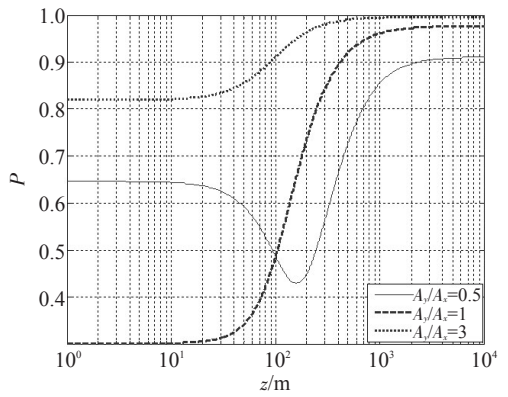
其中, tr , Det 分别表示交叉谱密度矩阵的迹和秩。由上面推导得到的高斯谢尔模光束通过 ABCD 光学系统后的交叉谱密度矩阵, 即可对观察点光谱偏振度的变化行为进行研究。

2 数值计算

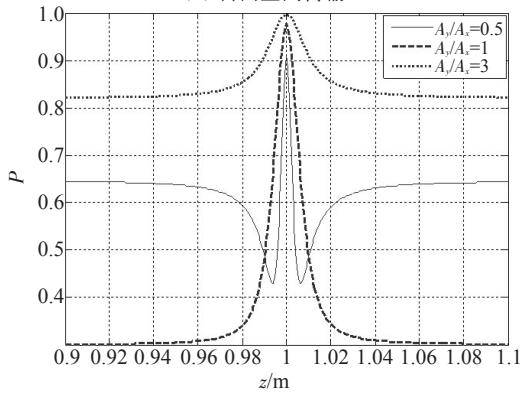
以自由空间 ($a_x = a_y = 1$ 、 $b_x = b_y = z$ 、 $c_x = c_y = 0$ 、 $d_x = d_y = 1$) 和聚焦光学系统 ($a_x = a_y = 1 - z/f$ 、 $b_x = b_y = z$ 、 $c_x = c_y = -1/f$ 、 $d_x = d_y = 1$) 为例, 比较研究高

斯谢尔模光束通过不同ABCD光学系统时偏振度的传输特性。在数值模拟中,只考虑轴上偏振度 $P(\rho, z, \omega)$ 的传输变化,取光源参量分别为 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $A_x = 2$, $A_y = 1$, $B_{xy} = B_{yx} = 0.3$, $\sigma_x = 1 \text{ cm}$, $\sigma_y = 3 \text{ cm}$, $\delta_{xx} = 1 \text{ mm}$, $\delta_{yy} = 3 \text{ mm}$, $\delta_{zy} = 2 \text{ mm}$ 。

图2~图6分别选择了不同的 A_y/A_x 、 σ_y/σ_x 、 δ_{yy}/δ_{xx} 、 δ_{zy} 和 B_{xy} ,反映了不同光源参数条件下光谱偏振度随传输距离的变化。通过数值模拟计算,不难发现各光源参量对光谱偏振度的传输变化都存在一定的影响。对于自由空间传输,传输足够远的距离后光

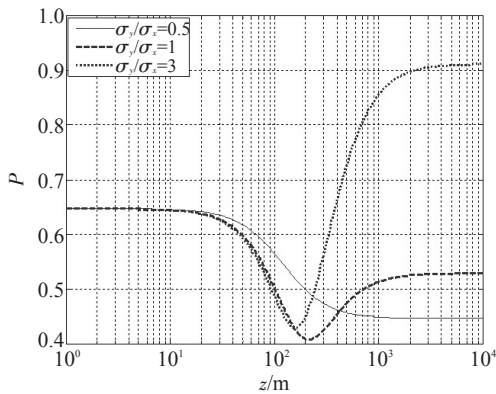


(a) 自由空间传输

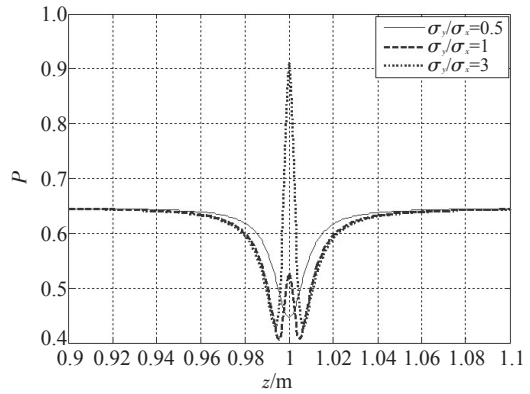


(b) 聚焦光学系统(凸透镜焦距f=1m)传输

图2 当 $A_x=2$; $A_y/A_x=0.5, 1, 3$ 时,光谱偏振度随着传输距离的变化

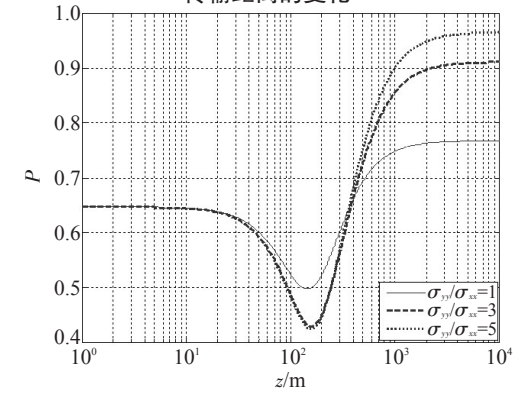


(a) 自由空间传输

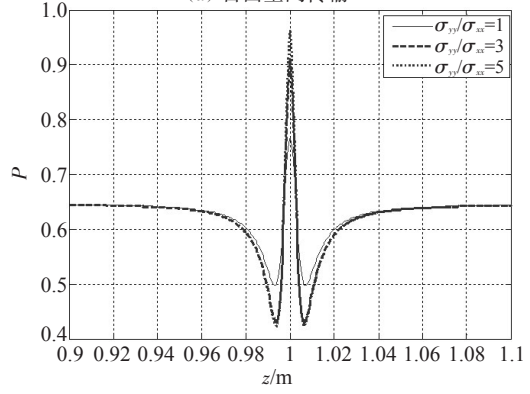


(b) 聚焦光学系统(凸透镜焦距f=1m)传输

图3 当 $\sigma_x=1 \text{ cm}$; $\sigma_y/\sigma_x=0.5, 1, 3$ 时,光谱偏振度随着传输距离的变化

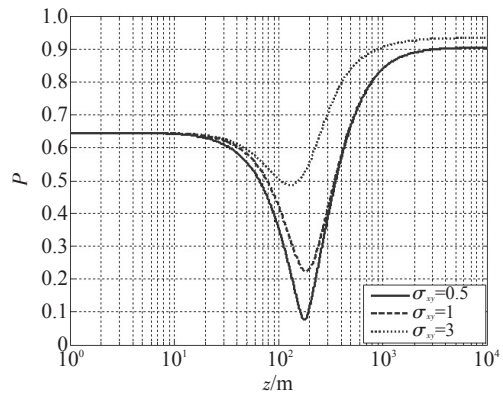


(a) 自由空间传输



(b) 聚焦光学系统(凸透镜焦距f=1m)传输

图4 当 $\delta_{xx}=1 \text{ mm}$; $\delta_{yy}/\delta_{xx}=1, 3, 5$ 时,光谱偏振度随着传输距离的变化



(a) 自由空间传输

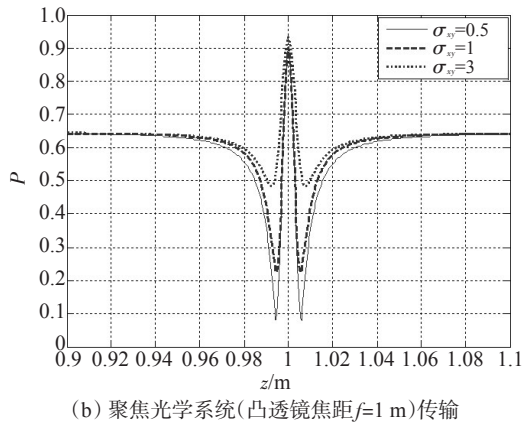


图5 当 $\delta_s=0.5, 1, 3$ mm时,光谱偏振度随着传输距离的变化

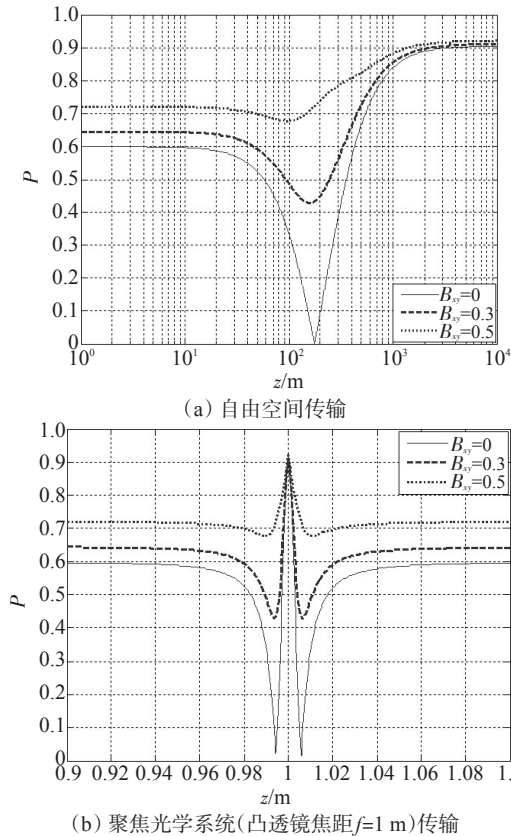


图6 当 $B_s=0, 0.3, 0.5$ 时,光谱偏振度随着传输距离的变化

谱偏振度达到稳定,其稳定值与光源各参量的选择有关;对于聚焦光学系统传输,光谱偏振度在焦面附近有明显的起伏变化,其变化趋势也与光源参量的选择有关。特别要指出的是,位于焦面位置上的光谱偏振度等于其远场的光谱偏振度。

3 结论

以交叉谱密度矩阵为基础,由柯林斯公式推导得到了高斯谢尔模光束通过ABCD光学系统后的交

叉谱密度矩阵的解析表达式,进而得到相应的光谱偏振度。在此基础上,通过数值计算的方法比较研究了高斯谢尔模光束在自由空间和聚焦光学系统条件下光谱偏振度的变化情况。研究发现,聚焦光学系统中位于焦面位置的光谱偏振度等于其在自由空间条件下远场的光谱偏振度稳定值,其值与光源参量的选择有关。

参考文献

- [1] E Wolf. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. Physics Letters A, 2003, 312:263-267.
- [2] Mohamed Salem, Olga Korotkova, Aristide Dogariu, et al. Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere [J]. Waves Random Media, 2004, 14:513-523.
- [3] Xiaoling Ji, Entao Zhang, Baida Lü. Changes in the spectrum and polarization of polychromatic partially coherent electromagnetic beams in the turbulent atmosphere [J]. Opt. Commun, 2007, 275:292-300.
- [4] 季小玲, 陈森会, 李晓庆. 部分相干电磁厄米—高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性[J]. 中国激光, 2008, 35(1):67-72.
- [5] H T Eyyuboglu, Y Baykal, Y Cai. Degree of polarization for partially coherent general beams in turbulent atmosphere[J]. Appl. Phys. B, 2007, 89:91-97.
- [6] Daniel F V James. Change of polarization of light beams on propagation in free space[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1994, 11(5):1641-1643.
- [7] Olga Korotkova, E Wolf. Changes in the state of polarization of a random electromagnetic beam on propagation [J]. Opt. Commun, 2005, 246:35-43.
- [8] T Shirai. Polarization properties of a class of electromagnetic Gaussian—Schell model beams which have the same far—zone intensity distribution as a fully coherent laser beam[J]. Opt. Commun, 2005, 256:197-209.
- [9] E Wolf. Correlation—induced changes in the degree of polarization, the degree of coherence, and the spectrum of random electromagnetic beams on propagation[J]. Opt. Lettters, 2003, 28(13):1078-1080.
- [10] 吕百达. 激光光学[M]. 成都: 四川大学出版社, 1992: 191-231.

中,这些要求往往是互相矛盾的,例如提高频率稳定度必然要缩小线性频率控制范围和降低控制灵敏度,因此在设计中就需要进行综合考虑。

一般来说,一个锁相环频率合成器的输出频率的准确度和长期稳定度是由所给的基准源所决定的,但其瞬时频率稳定度却不完全由基准源所决定,它很大程度上与VCO的开环相位噪声有关。所谓VCO的开环相位噪声,是指在VCO未接入环路而在它的控制端用一个纯直流电压去控制时,其输出信号的相位噪声。因此在调试过程中,首先分析开环VCO,尽量降低VCO的开环相位噪声,从而来提高频率合成器的相位噪声指标。

偏离载波 f_m 处的VCO相位噪声(phase noise)可表示为

$$\text{phase noise} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{f_m^2} \left(\frac{f_0}{2Q} \right)^2 \right] \frac{FkT}{P} \left(1 + \frac{f_c}{f_m} \right) \quad (6)$$

其中, f_0 是振荡器中心频率; F 是有源器件的噪声系数; Q 是振荡电路的有载 Q 值; $k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ (玻耳兹曼常数); T 是绝对温度; P 是载波功率。

从式(6)中可以看出,VCO的相位噪声与回路的 Q 值和有源器件的噪声系数有直接关系,所以在设计VCO时,要选择高 Q 值的LC元件和低噪声系数的有源器件。在设计中,电容采用了多层陶瓷表面贴片电容,它有接近理想的频率特性,电感原本拟采用高 Q 值的高频电感,但是目前市场上的这类电感所能实现的频率太低,大约在100 MHz左右,不能满足要求,因此就采用了手绕的线圈电感,相对来讲它的 Q 值比较低,但符合要求。为了减小变容二极管对振荡电路 Q 值的影响,不直接把变容二极管接入振荡电路中,而是把它并在一个固定电容的两端接入振荡回路中,这样变容二极管对于振荡电路就有一个接入系数(接入系数小于1),也就减小了变容二极管的接入对回路 Q 值的影响。

从整个环路设计的角度出发,为了达到系统对频率稳定性和准确度的要求,采用了基于高稳定度

恒温晶体振荡器的频率综合器方案。在确定环路参数时,按照下面的原则:尽可能提高鉴相器频率 f_r ,减小可变程序分频器的分频比 N ,从而降低低通噪声,并在此基础上适当增加环路带宽,直到可以忽略VCO的开环噪声的影响为宜。当把环路带宽放得足够宽时,在环路带宽内测得的结果就是低通型噪声的相对功率谱,此时绝大部分高通型噪声已被环路所滤除。但是带宽和频率分辨率是有很大的关系的,如果要求频率分辨率高,就需要窄的带宽,这就需要通过合理确定环路带宽,达到既能增加环路对噪声的抑制又能有较高的频率分辨率。文中设计的频率合成器能实现频率从140~170 MHz的合成,工作带宽为30 MHz。图7为频率为158 MHz时频谱仪上的测试结果。

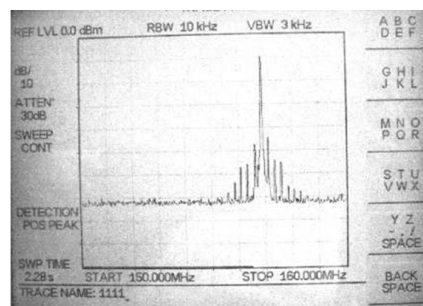


图7 频率为158 MHz 频谱仪上的测试结果

参考文献

- [1] 于荣金. 集成光学的进展与现状[J]. 高速摄影与光子学, 1990, 19(2): 97-102.
- [2] 王景山. 声表面波器件模拟与仿真及其应用[M]. 武汉: 国防工业出版社, 2002.
- [3] 池永江, 朱广信, 王潇潇, 等. 声光可调谐滤波器(AOTF)的射频控制电路的实现[J]. 中国有线电视, 2005(23): 2305-2308.
- [4] 张胜甲. 集成光学声光可调谐滤波器群组滤波器的研制[D]. 天津: 天津大学, 2002.
- [12] F Gori, M Santarsiero, G Piquero, et al. Partially polarized Gaussian Schell-model beams[J]. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2001, 3: 1-9.
- [13] 季家镛. 高等光学教程——光学的基本电磁理论[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 261-267.

(上接第31页)

- [11] Xinyue Du. Studies on the propagation and scattering of the vector or scalar light beams through the complicated optical systems and media[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010: 44.