·信号与信息处理

# 基于梯度法的数字散斑图像相关亚像素搜索算法

王琳霖<sup>1,2</sup>, 唐 晨<sup>1,\*</sup>

(1. 天津大学理学院应用物理系, 天津 300072; 2. 沈阳航空航天大学工程训练中心, 辽宁 沈阳 110136)

摘 要:数字散斑图像相关法是对全场位移和应变进行测量的十分有用的无损检测技术。设计精确的亚像素搜索算法是 提高测量精度的关键问题。研究了数字散斑图像相关技术的基本原理,在梯度法的基础上,提出了一种基于梯度法的变步长 的亚像素搜索算法并应用到相关搜索中,通过对模拟散斑图的位移分析证明了该算法的可靠性和稳定性,并对刚体平移实验 进行了测量,结果表明,该算法是稳定可靠、有效的搜索算法,可用于位移场的测量。

关键词:数字散斑图像相关;梯度法;相关搜索

中图分类号: TP391.4;O348.12 文献标识码: A 文章编号: 1673-1255(2011)03-0045-04

# Sub-pixel Searching Algorithm of Digital Image/Speckle Correlation Based on Gradient Method

Wang Lin-lin, Tang Chen

Department of Applied Physics, Science College, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 Engineering Training Center, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract:** The digital image/speckle correlation method (DSCM) is a useful nondestructive testing method in the whole displacements and strains. Designing accurate sub–pixel searching algorithms is an important problem in order to enhance the accuracy of measurement. The principle of the digital image/speckle correlation technique is studied, and a kind of gradient method with changeable step is proposed and applied to the correlation searching. The reliability and stability of this algorithm is proved by the displacement analysis of the computer–simulated speckle images, and the translation of the rigid is measured, the results indicate that this algorithm is a stable and reliable, effective searching algorithm, and it can be used in the measurement of displacement fields.

Key words: digital image/speckle correlation method; gradient method; correlation searching

数字散斑图像相关方法(digital speckle correlation method, DSCM)早在20世纪80年代初由日本的 I Yamaguchi和美国南卡罗来纳大学的W.H.Peters 和 W.F.Ranson等人提出<sup>[1]</sup>,是现代数字图像处理技术 与光测力学结合的产物。作为一种现代光学无损测 量技术,经过近30年的发展,数字散斑相关技术在 许多工程和实验领域得到了成功的应用,在材料力 学、断裂力学、生物力学、现场实时测量、微尺度变形 场测量、电子封装以及动态位移及变形测试等众多应 用领域都展示了该方法的适用性和优越性<sup>[2-7]</sup>。 数字散斑图像相关技术通过记录物体变形前 后的图像并运用一定的图像相关搜索算法得出物 体的位移和变形。由于该方法处理的是数字化的 图像,因此获得的位移u、v只能是像素的整数倍,但 实际的位移值通常不恰好为整像素,而且整像素的 位移精度在固体材料或构件表面的变形测量中是 远远不够的。在不提高摄像系统和CCD分辨率的 前提下,为提高数字散斑图像相关法的测量精度, 应用亚像素搜索算法获得精确的亚像素位移成为 研究学者的重要研究方向。

#### 收稿日期:2011-04-20

 $- \bigoplus$ 

作者简介:王琳霖(1981-),女,山东济南人,博士研究生.主要研究方向为无损检测、数字图像处理技术等.

过去几十年中,诸多亚像素位移搜索方法被研 究和应用,主要有灰度插值法、相关系数曲面拟合 法<sup>[8]</sup>、Newton-Raphson(N-R)迭代法<sup>[9]</sup>、基于梯度的 方法<sup>[10]</sup>、双傅里叶变换法<sup>[11]</sup>、遗传算法<sup>[12,13]</sup>、人工 神经网络算法[14]等,而经常被使用的则是曲面拟合 法、基于梯度的方法和N-R法,潘冰<sup>[15]</sup>对此三种方 法做了研究和比较并得出结论:从计算精度上,N-R 方法的准确度最高,梯度法次之,而曲面拟合法最 低;从相对计算效率上,曲面拟合法和梯度法基本 相当,而N-R方法的计算时间约为另两种方法的30 倍左右。唐晨等于2010年提出了基于数字散斑图 像相关和径向基函数插值相结合的方法来测量物 体的位移场[16],此方法极大地提高了对目标区域进 行位移测量的计算效率,前提是仍需使用有效的数 字图像相关法来计算采集点的位移值。因此,精准 的亚像素搜索算法是数字图像相关技术实现精确 位移测量的关键问题。鉴于此,文中以梯度法为基 础,提出了一种基于梯度法的亚像素搜索算法,梯 度法是最简单的无约束优化算法,以负梯度方向作 为最小化算法的下降方向。为验证搜索算法的有 效性,利用计算机模拟生成的含有噪声的单向拉伸 散斑图和旋转散斑图对该方法进行了验证,结果证 明,该方法可以实现精准的亚像素位移搜索,并将 其应用于刚体平移实验中。

## 1 数字散斑图像相关方法原理

数字散斑相关方法的基本原理是通过跟踪变 形前物体表面中某一子区的灰度信息,在变形后的 图像中找出所对应的子区来获得图像子区中心点 的位移信息。给定变形前图像或参考图像F(x,y)和变形后图像G(x,y),设点P(x,y)是参考图像 F(x,y)的某一点,若要在变形后图像G(x,y)中找到 其对应点 $P^*(x^*,y^*)$ ,令f(x,y)和 $g(x^*,y^*)$ 分别代表 参考图像和变形图像中以点P(x,y)和 $P^*(x^*,y^*)$ 为 中心的子区灰度信息,定义如下相关系数

$$C(u, v) = \frac{\sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-M}^{M} \left[ f(x, y) g(x^{*}, y^{*}) \right]}{\sqrt{\sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-M}^{M} f^{2}(x, y) \sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-M}^{M} g^{2}(x^{*}, y^{*})}}$$
(1)

 $- \oplus$ 

其中,*u*和*v*分别是点(*x*,*y*)在*x*和*y*方向上的位移量; (2*M*+1)×(2*M*+1)是选定子区的大小。则使相关系数 取得最大值的点*P*\*(*x*\*,*y*\*)即是子区中心点*P*(*x*,*y*) 在变形后图像中的对应点,寻找最大相关系数的过 程既是确定子区中心点位移和应变的过程。当且 仅当两子区完全相关时,*C*=1;当两子区完全不相关 时,*C*=0。

则点 $P^{*}(x^{*}, y^{*})$ 可由点P(x, y)和计算所得位移 量表示为

$$\begin{cases} x^* = x + u \\ y^* = y + v \end{cases}$$
(2)

### 2 基于梯度法的亚像素搜索算法

对于子区中的任一点 $Q(x + \Delta x, y + \Delta y)$ ,假设变 形后移动到了 $Q^*$ 点,则有

$$\begin{cases} x^* = x + u + \Delta x \\ y^* = y + v + \Delta y \end{cases}$$
(3)

假设所选子区足够小,即Δx、Δy足够小,则根据 连续介质力学原理,式(3)可用一阶泰勒展开式且 忽略高阶小项近似表示如下

$$\begin{cases} x^* = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\ y^* = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \end{cases}$$
(4)

其中,u和v是整像素位移; $\frac{\partial u}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial v}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial v}{\partial y}$ 分别代表 横向位移、纵向位移的梯度; $\Delta x$ 和 $\Delta y$ 分别是子区内 任意点在x和y方向上的到中心点的距离。

因此,相关系数C 就成为含有6个变量的函数。搜索时,所有6个变量均参与到相关系数的最大化过程中,使相关系数取得最大值的变量即是中心点的位移。此搜索过程实际上是一个最优化的过程。为了实现最优化估计,在搜索过程中使用基于空间梯度法的迭代方法,迭代形式如下所示

$$P^{(k+1)} = P^{(k)} - \eta \left(\frac{\partial B^{(k)}}{\partial P_i}\right) ,$$

(*i*=1,2,…, 6,*k*=0,1,2,…) (5) 式中,*P*=(*u*, *u<sub>x</sub>*, *u<sub>y</sub>*, *v*, *v<sub>x</sub>*, *v<sub>y</sub>*)<sup>T</sup>;η决定沿负梯度方向 所走的步长增量;*B*<sup>(k)</sup>是由*B*<sup>(k)</sup>=1-*C*<sup>(k)</sup>导出的相关 因子。由式(5)可看出,梯度法的迭代过程是寻找 最小相关因子的过程,*B*越小,得到的位移估计越精

确。 位 移 和 梯 度 的 初 始 估 计 通 常 设 为  $P^{0}$ =  $(u_0, 0, 0, v_0, 0, 0)^T$ ,其中 $u_0$ 和 $v_0$ 分别是粗搜索得到的 在x和v方向上的整像素位移。为了确保图像和一 阶空间导数的连续性,搜索中需要对图像进行插值 处理以得到连续的灰度分布。

为了提高梯度法的有效性,提高下降速度,对 梯度法步长项的选取做了如下改进

$$P^{(k+1)} = P^{(k)} - \eta^{(k)} \left(\frac{\partial B^{(k)}}{\partial P_i}\right),$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6, k = 0, 1, 2, \dots) \qquad (6)$$

$$= \eta^{(k+1)} - \int \eta^{(k)} \cdot \varphi, \text{ if } B^{(k+1)} \leq B^{(k)} \qquad \exists \ c > 1 \quad 0 < 1$$

其中, $\eta^{(k+1)} = \left\{ \begin{array}{c} \eta^{(k)} \cdot \beta \\ \eta^{(k)} \cdot \beta \end{array} \right\}$  if  $B^{(k+1)} > B^{(k)}$ 

 $\beta < 1_{\circ}$ 

改进后的梯度法步长η可变,如果当前梯度方 向正确,即相关因子减小,则在下一次迭代中增大 步长,否则在下一次迭代中减小步长,此改进极大 提高了梯度法的下降速度。文中取 $\eta^0$ =0.36,  $\varphi = 1.15, \beta = 0.010 3_{\circ}$ 

#### 3 实验及结果分析

#### 3.1 模拟散斑图的生成

根据文献[10],计算机模拟散斑图可用如下方 程式表示

$$I_{1}[i,j] = \frac{1}{4}\pi\alpha^{2}I_{0}\sum_{k=1}^{S} \left[erf\left(\frac{i-x_{k}}{\alpha}\right) - erf\left(\frac{i+1-x_{k}}{\alpha}\right)\right] \times \left[erf\left(\frac{j-y_{k}}{\alpha}\right) - erf\left(\frac{j+1-y_{k}}{\alpha}\right)\right]$$
(7)

$$I_{2}[i,j] = \frac{1}{4}\pi\alpha^{2}I_{0}J\sum_{k=1}^{S} [erf(\frac{\xi_{1}-\xi_{0,k}}{\alpha}) - erf(\frac{\xi_{2}-\xi_{0,k}}{\alpha})] \times$$

 $\left[erf\left(\frac{\eta_1 - \eta_{0,k}}{\alpha}\right) - erf\left(\frac{\eta_2 - \eta_{0,k}}{\alpha}\right)\right]$ (8)其中,  $\xi_1 = (1 - u_x)i - u_y j$ ;  $\xi_2 = (1 - u_x)(i + 1) - u_y(j + 1)$ ;  $\xi_{0,k} = x_k + u_0; \eta_1 = -v_x i + (1 - v_y) j; \eta_2 = -v_x (i + 1) + (1 - v_y) j$  $v_{y}(j+1); \eta_{0,k} = y_{k} + v_{0}; J = \det \begin{vmatrix} 1 - u_{x} & -u_{y} \\ -v_{x} & 1 - v_{y} \end{vmatrix}; S \neq \$ 

颗粒的个数;α为散斑尺寸;(x<sub>k</sub>, y<sub>k</sub>)为随机分布的各 个散斑的位置:1.为最大散斑亮度。模拟过程中加 入了一定信噪比SNR 的随机噪声。文中定义 $\alpha$ =4,  $SNR = 31 \, dB$ ,  $I_0 = 250$ 。文中所有实验搜索过程中子 区大小均为41×41。

为分析算法的性能,定义全局误差

$$gerr = \left[\frac{\sum_{x} \sum_{y} (p_{c}(x, y) - p_{t}(x, y))^{2}}{w \cdot h}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(9)

其中, p<sub>c</sub>(x, γ)为计算区域中一个像素上由计算获得 的位移值;  $p_t(x, y)$ 为事先已知的理论值; w h为计算 区域的宽度和高度。

## 3.2 改进的梯度法的验证与应用

图 1a 和图 1b 是计算机模拟产生的给定  $\overline{U}(\overline{r}) = (0.025x, 0)^{\mathrm{T}}$ 的变形前后的单向拉伸图像,图像 大小为300×300,其中S=500。不失一般性,在模拟 实验中选取x=51, y=100到x=150, y=100表示的一 条线段上的点计算结果作为分析对象。图 1c 和图 1d显示了位移u及其应变∂u/∂x的计算值与理论值 的情况,星号线代表计算值,直线代表理论值。





(a) 模拟变形前的散斑图

(b)模拟变形后的单向拉伸散斑图



图1 模拟单向拉伸变形前后散斑图及计算的位移等值线

图 2a 和图 2b 是模拟刚体旋转的变形前后的散 斑图,给定旋转变量 $\overline{U}(\overline{r})=(0.0105y,-0.0105x)^{T}$ ,图 像大小为300×300,其中S=800。实验分别选取 x=101, y=100到x=200, y=100和x=100, y=101到 x=100, y=200表示的水平和竖直线段上的点的计 算结果作为分析对象。图 2c 显示了水平线段的位 移v的计算值与理论值,图 2d 显示了竖直线段的位 移u的计算值与理论值,星号线代表计算值,直线代 表理论值。



(a) 模拟变形前的散斑图

(b)模拟变形后的散斑图



表1给出了两组模拟散斑图的误差分析情况。 由对模拟图像的实验结果及误差分析可以看出,采 用变步长的梯度算法对数字图像进行相关搜索能 够对刚体的位移及变形进行有效的测量,通过计算 值及误差分析,表明该方法可用于数字图像相关技 术中实现亚像素的搜索。因此,文中对实验获得的 刚体平移散斑图像进行了位移测量。

表1 模拟刚体拉伸、旋转时的位移误差分析

参数	拉伸(0.025)		旋转(0.6°)	
	u	$\partial u / \partial x$	υ	и
全局误差	0.078 2	8.80e-004	0.019 4	0.003 6
最大误差	0.135 5	0.001 5	0.034 0	0.010 6
最小误差	0.032 7	2.79e-006	5.59e-04	1.41e-05

图 3a 和 3b 是实验获得的刚体平移图像,实验将 一铝板用螺栓固定在X-Y向的平移台上并给予X 方向上 1.04 个像素的位移。如图 3a 所示,计算区域 为从A(161,129)至D(364,328)的200×200的区域。 图 3c 是计算所得的u位移场。



## 4 结 论

基于数字散斑图像相关的基本原理,在梯度法 的基础上提出了变步长的梯度算法,研究了变步长 梯度算法在相关搜索过程中的具体实现,根据模拟 散斑图像对该方法进行了验证,并对试验获得的刚 体平移图像进行了测试,结果表明该方法是稳定可 靠的,可以应用在刚体位移场的测量中。

#### 参考文献

- W H Peters , W F Ranson. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. Opt. Eng. 1982, 21: 427–431.
- [2] Michael E Nixon. Experimental characterization and modeling of the mechanical response of titanium for qua-(下转第52页)

同谱异物的现象,为了准确区分光谱特征相似的目标地物,需结合影像的纹理信息以及其他有效辅助信息。基于光谱特征和纹理特征的决策树分类方法,实现了Landsat-7遥感影像的地物分类,分类精度达到了93.86%,相比最大似然法和基于光谱特征的决策树法,分类精度分别提高了7.086%和5.271%。研究若能够综合利用更多的图像信息和光谱信息,在后续的子分类中加入其他分类方法,将能进一步提高影像分类的精度。

#### 参考文献

- [1] 赵英时.遥感应用分析原理与方法[M]. 北京:科学出版 社,2003.
- [2] 张良培,张立福.高光谱遥感[M]. 武汉:武汉大学出版 社, 2005.
- [3] LI Shu, LIU Yong.Land use cover classification of re motely sensed imagery based on multi-features at the southeastern marginal area of the Tengle Desert[J].Re mote Sensing Technology and Application, 2006, 21(2): 154–158.
- [4] 杨朝辉,陈鹰,邵永社,等.基于多尺度空间的图像匹配 算法[J].光电子·激光,2009,20(6):826-829.

#### (上接第48页)

si-static and high strain rate loads[D]. University of Florida, 2008.

- [3] Seon-ho Choi. A quantification of the plastic blunting process in one-phase metallic materials[D]. Arizona State University, 2005.
- [4] Ahmad Nazari . A hybrid evaluation of toughening and the crack growth resistance of human dentin[D]. Univer sity of Maryland Baltimore County, 2008.
- [5] Byungmin Ahn . Deformation behavior and microstructur al evolution of nanocrystalline aluminum alloys and composites[D]. University of Southern California, 2008.
- [6] Ramji Dhakal. Failure mechanism of lead-free tin-silver-copper solder BGA interconnects[D]. Binghamton University, 2005.
- [7] Vikrant Tiwari. Image correlation with applications for shape and deformation measurements[D]. University of South Carolina, 2008.
- [8] B Wattrisse, A Chrysochoos, J M Muracciole, et al. Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation[J]. Exp. Mech, 2001, 41:29–39.
- [9] H A Bruck, S R McNeil, M A Sutton, et al. Digital image correlation using Newton-Raphson method of par-

- [5] LIU Yong-hong, NIU Zheng, WANG Chang-yao. Re search and application of the decision tree classification using MODIS data[J]. Journal of Remote Sensing, 2005, 9(4):405-412.
- [6] 杨国鹏,余旭初,刘伟,等.面向高光谱遥感影像的分类 方法研究[J].测绘通报,2007(10):17-20.
- Benediktsson J A, Sveinsson J R, Kolbeinn Arnas.Classification and Feature Extraction of AVIRIS Data[J].IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 1995, 33 (5):1194–1205.
- [8] 李金莲,刘晓玫,李恒鹏.SPOT5影像纹理特征提取与土 地利用信息识别方法[J].遥感学报,2006,10(6):926-931.
- [9] Bor-Chen Kuo, David Landgrebe. Improved Statistics Estimation and Feature Extraction for Hyperspectral Data Classification[P]. Ph D Thesis and School of Electrical &Computer Engineering Technical Report TRECE 01–6, December, 2001:88.
- [10] Friedl M A, Brodley C E, Strahler A H. Maximizing Land Cover Classification Accuracies Produced by Decision Trees at Continental to Global Scales[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(2): 969–977.

tial differential correction[J]. Exp. Mech, 1989, 29: 261–267.

- [10] P Zhou, K E Goodson. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/ speckle correlation[J]. Opt. Eng., 2001, 40:1613–1620.
- [11] D J Chen, F P Chiang, Y S Tan, et al. Digital speckle-displacement measurement using a complex spectrum method[J]. Appl. Opt., 1993, 32:1839–1849.
- [12] H Jin, H Bruck. Pointwise digital image correlation using genetic algorithms[J]. Exp. Tech., 2005, 29:36–39.
- [13] Chen Tang, Ming Liu, Haiqing Yan, et al. The improved genetic algorithms for digital image correlation method[J]. Chinese Optics Letters, 2004, 2(10):574–577.
- [14] M C Pitter, C W See, M G Somekh. Subpixel microscopic deformation analysis using correlation and artificial neural networks[J]. Opt. Express, 2001, 8: 322–327.
- [15] B Pan, H M Xie, B Q Xu, et al. Performance of subpixel registration algorithms in digital image correlation[J]. Meas. Sci. Technol, 2006, 17:1615–1621.
- [16] Chen Tang, Linlin Wang, Si Yan, et al. Displacement field analysis based on the combination digital speckle correlation method with radial basis function interpolation[J]. Applied Optics, 2010,49(24):4545–4553.