

·激光技术·

基于亥姆霍兹方程的有源非稳腔模式计算方法

张 晓, 刘文广

(国防科技大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:提出了一种基于亥姆霍兹方程的有限差分方法用于有源非稳腔的模式计算。从理论上分析了光场传输的有限差分计算方法,并由此出发,建立了针对有源非稳腔模式的数值计算模型。基于这个计算模型,能够较为精确、快速地获得激光谐振腔输出的光场分布。分别给出了空腔条件下和非均匀增益条件下的数值模拟结果,前者还与用快速傅里叶变换法获得的数值模拟结果进行了对比。数值模拟的结果表明,所用方法结果可信、计算速度较快,可有效用于大菲涅耳数有源非稳腔的模式计算。

关键词:激光技术;激光谐振腔;有限差分方法;模式计算

中图分类号:TN248

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2011)03-0001-03

Mode Calculation Method for Active Unstable Resonator Based on Helmholtz Equation

ZHANG Xiao, LIU Wen-guang

(College of Photon-Electron Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A finite difference method based on Helmholtz equation is presented for the mode calculation of active unstable resonator. The finite difference method for the optical field transmission is analyzed theoretically, and the numerical calculation model for active unstable resonator is established. The optical field distribution of laser resonator output can be obtained accurately and quickly based on the calculation model. The numerical simulation results for bare cavity mode and active cavity mode with non-uniform gain are presented respectively. The simulation results for bare cavity mode are also compared with the modes calculated by fast Fourier transform, and it shows that the numerical simulation methods and the calculated modes are reliable, time-saving, and can be used for model calculation with large Fresnel number.

Key words: laser technique; laser resonator; finite difference method; mode calculation

光学谐振腔内电磁场可能存在的本征态称为激光的模式,谐振腔模式特征与激光的光束质量密切相关,因此模式计算是谐振腔设计及光束质量控制领域里的一项重要工作。激光谐振腔模式计算的经典方法是Fox-Li提出的数值迭代法,之后又陆续出现了快速傅里叶变换法(FFT法)、有限元法等,这些方法都是基于菲涅耳衍射积分方程,可以统称

为积分法。积分算法受积分核中菲涅耳数的限制,在计算大菲涅耳数腔时速度较慢,并且在进行有源腔的模式计算时,通常对增益进行薄层近似的积分方法并不能获得精确、可信的结果^[1-2]。而基于亥姆霍兹方程的有限差分方法不但可以分析大菲涅耳数非稳腔,并且能有效地处理像差和失调及增益不均匀等问题,在计算有源腔时可以获得比积分法

收稿日期:2011-05-18

作者简介:张晓(1986-),男,北京人,硕士研究生,研究方向为激光技术;刘文广(1978-),男,内蒙古自治区人,副教授,硕士生导师,主要从事激光技术方面的研究。

更为准确的结果^[3]。

1 理论分析

亥姆霍兹方程是光波的复振幅满足的方程,对亥姆霍兹方程进行缓变振幅近似,可得到谐振腔内的三维光场传输方程

$$i2k \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

其中, $k=2\pi/\lambda$; u 为自由空间光场复振幅。

方程式(1)为抛物型偏微分方程,使用 Du Fort-Frankel 格式对其进行有限差分求解,该格式的优点是显式且绝对稳定。将式(1)求解区域(即所求解谐振腔腔体及保护带)划分为 $l \times m \times n$ 个立方体,并令

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial z}(x_i, y_j, z_k) = \frac{u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^{k-1}}{2\Delta z} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, y_j, z_k) = \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^k}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x_i, y_j, z_k) = \frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^{k-1} + u_{i,j-1}^k}{(\Delta y)^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\Delta x=2a/m$; $\Delta y=2b/n$; $\Delta z=L/l$ 。 $2a$ 、 $2b$ 、 L 分别为求解区域在 x 、 y 、 z 方向上的长度。将式(2)代入式(1),可得节点 $(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ 处的自由光场复振幅满足

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{k+1} = & \left(\frac{1-r_x-r_y}{1+r_x+r_y} \right) u_{i,j}^{k-1} + \frac{r_x}{1+r_x+r_y} u_{i+1,j}^k + \\ & \frac{r_x}{1+r_x+r_y} u_{i-1,j}^k + \frac{r_y}{1+r_x+r_y} u_{i,j+1}^k + \\ & \frac{r_y}{1+r_x+r_y} u_{i,j-1}^k \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $r_x = \frac{i\Delta z}{k\Delta x^2}$; $r_y = \frac{i\Delta z}{k\Delta y^2}$ 。

Du Fort-Frankel 格式是一种三层差分格式,由第0层和第1层的光场分布可依次推出第2层光场分布、第3层光场分布……,第0层为已知的初始光场分布,而第1层各节点处光场可通过下式获得

$$\begin{aligned} u_{i,j}^1 = & u_{i,j}^0 + \frac{r_x}{2}(u_{i+1,j}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i-1,j}^0) + \\ & \frac{r_y}{2}(u_{i,j+1}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0) \end{aligned} \quad (4)$$

在计算如图1所示的有源非稳腔时,选定一个镜面 M_1 为参考面,设第0层为标准平面波经过 M_1 反

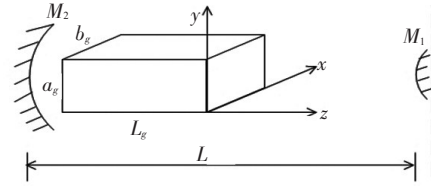


图1 有源非稳腔示意图

射后得到光场,利用式(3)和式(4)可沿轴向依次获得谐振腔内各层的自由光场分布 $U^F(x, y, z)$ 。由于是计算有源腔,需考虑谐振腔增益及介质折射率变化,即在增益区内 ($z \in L_g$) 时,有

$$U(x, y, z) = U^F(x, y, z) \times \exp\left\{ \left[g(x, y)/2 - ik\Delta n(x, y) \right] \Delta z \right\} \quad (5)$$

当计算进行到腔镜 M_2 处,设此时得到的第 N_z-1 层光场复振幅分布矩阵为 U_{N_z-1} ,利用式

$$U'_{N_z-1} = U_{N_z-1} \times \exp\left(-ik(x^2 + y^2)/R_2 \right) \quad (6)$$

得到经过腔镜 M_2 反射后的光场复振幅分布矩阵 U'_{N_z-1} ,并令其为新的第0层光场复振幅分布矩阵开始返程计算。式(6)中, R_2 为腔镜 M_2 的曲率半径。

在谐振腔内多次迭代计算后便可获得该有源非稳腔输出的稳态光场分布。为处理锐边引起的高频锐峰效应,可采用高斯型函数对腔镜边界进行截断处理^[4]。设 R 为镜的功率反射率,则有

$$R = -\exp\left\{ \left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right] / \tau^2 \right\} \quad (7)$$

$$\begin{cases} |x| \geq x_0, -b_m \leq y \leq b_m, \\ |y| \geq y_0, -a_m \leq x \leq a_m, \end{cases}$$

其中, τ 是截断函数,对于腔镜尺寸在 2.5~10 cm 之间的非稳腔而言通常取 0.2~0.4 cm; a_m 、 b_m 分别为腔镜的两个半边长; x_0 、 y_0 可由下式获得

$$\begin{cases} 2a_m = 2 \left[x_0 + (0.7)^{1/2} \tau \right] \\ 2b_m = 2 \left[y_0 + (0.7)^{1/2} \tau \right] \end{cases} \quad (8)$$

通常,为了保证计算结果的精确度,有限差分方法在计算球面波传输时需要较多的采样点,导致用该方法进行激光谐振腔模式计算的速度较慢。文中使用 Rensch 提出的坐标变换法^[5],该方法将笛卡尔坐标系中球面波沿光轴方向传输的问题转化为变换坐标系中平面波沿光轴方向传输的问题。因此,文中方法可以在保持一般有限差分方法所拥有的计算结果精确可信这一特点的同时,大幅减少

采样点数目,从而有效提高对较大菲涅耳数有源非稳腔的模式进行计算时的效率。

2 数值算例

2.1 空腔条件下的数值模拟

选用腔长 4.8 m、几何放大率 $M=3$ 、凹面镜边长 5 cm、菲涅耳数 $N_0=66$ 的方形共焦非稳激光谐振腔,设波长为 $2.8 \mu\text{m}$,计算空腔条件下得到的谐振腔输出光场,并与利用快速傅里叶变换法(FFT法)计算所得的结果进行对比,如图2、图3所示。

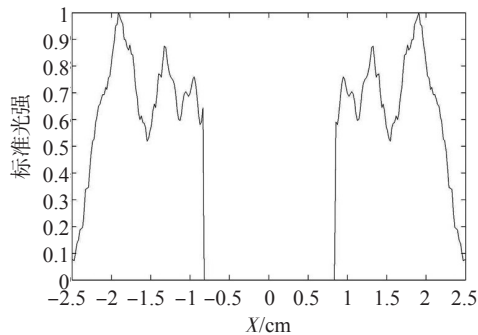


图2 用有限差分方法得到的空腔输出光场光强分布

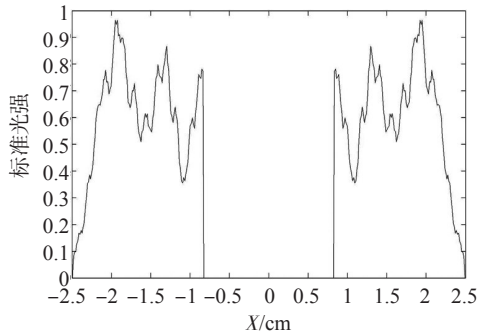


图3 用FFT法得到的空腔输出光场光强分布

从图2、图3可知,在计算空腔时,用有限差分法可以得到与FFT法基本相同的结果。在计算效率方面,用同一台计算机上对该算例进行数值模拟时,FFT法(采样点数目为 368×368)与文中所用方法(采样点数目为 331×331)均耗时 2.5 min。

2.2 非均匀横流增益条件下的数值模拟

选用腔长 4.8 m、几何放大率 $M=3$ 、凹面镜的两条边长分别为 5 cm 和 10 cm 的长方形腔镜共焦非稳激光谐振腔,同样设波长为 $2.8 \mu\text{m}$ 。计算非均匀横流增益条件下(此时的小信号增益曲线如图4所示)得到的谐振腔输出光场,结果如图5、图6所示。

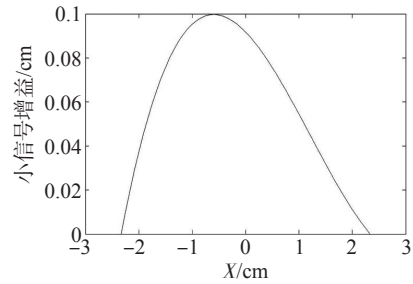


图4 小信号增益曲线

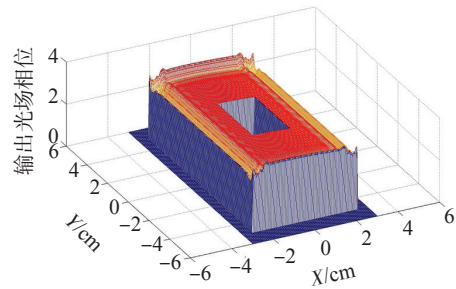


图5 有源腔输出光场相位分布

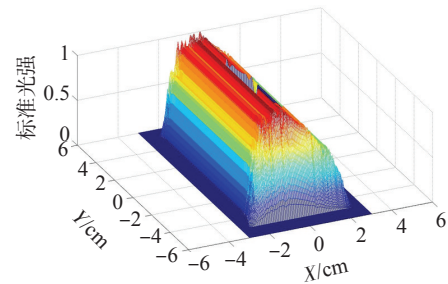


图6 有源腔输出光场光强分布

从图5可以看出,采用长方形腔镜的共焦非稳腔耦合输出的光场为一空心矩形光束,其相位基本上接近平面波,边缘处受衍射效应影响,相位分布均略有起伏,但由于菲涅耳数较大(此算例中,两个边的菲涅耳数分别为 267 和 66),整体的衍射效应并不明显。

从图6可以看出,对于长方形腔而言,由于长边(即垂直于流场方向的Y方向)的菲涅耳数远大于短边(即沿流场方向的X方向)的菲涅耳数,因此与长边方向的光强分布相比,短边方向的菲涅耳衍射效应更加明显。同时,短边方向光强分布与增益系数分布成对应关系,前后弱,中间强。这些与实际的物理图景都是吻合的。

由于使用了坐标变换法,在菲涅耳数较大的情况下,可以进一步适当地减少采样点的数目。此算(下转第9页)

景光干扰的作用,达到降低虚警率的目的。

此外,一方面由于系统结构的改进增加了器件,引入了新噪声;另一方面由于光学前端2上镀的全反射膜也并非理想,在作不同探测单元输出信号相减处理时,会造成目标脉冲信号幅值的减小。这两方面都会在一定程度上影响改进后系统的输出信噪比。但从仿真结果上看,这种影响对于工作波长处的目标信号是比较有限的,而对于工作波长之外的光信号影响则更为明显。这恰好达到了抑制整个光谱范围内的背景光干扰、进一步降低虚警率的目的,实现了改进方案的设计初衷。

3 结束语

通过在相关处理器之前增加背景光干扰抑制单元,以及改进系统的光学前端,并对改进后的系统合理建立仿真模型,运用 Simulink 仿真模块进行了仿真。仿真结果表明,该改进后的系统对工作波长之外的人射光信号具有明显的抑制作用,能够有效抑制由强背景光干扰而引起的虚警。本改进方案与仿真结果将为下一步硬件电路的设计实现提供理论依据和方法指导。

该设计还可以用于高灵敏度的双波长激光相关检测系统的实现。此时,光学前端1和光学前端2需分别加装针对不同工作波长的窄带滤光片,使得当其中一个工作波长的目标信号出现时,只有对应的两路探测器能够响应目标信号,而另外两路探测

器的输出则仅作为背景光,经过背景光干扰抑制处理后,再进行相关处理,以抑制背景光干扰造成的虚警。

参考文献

- [1] 李贤,徐铭,邓兴成.高背景光噪声条件下的信号接收技术[J].电子科技大学学报,1998,27(5):506-509.
- [2] 吴新宇,陈拥军,张华达,等.大视场激光探测与告警技术[J].光电工程,2004,31(7):5-7.
- [3] 孙晓泉.激光对抗教程[M].北京:解放军出版社,2007.
- [4] 夏桂芬,赵保军,韩月秋.三脉冲激光雷达的目标检测[J].光电工程,2006,33(3):137-140.
- [5] 姚李英,金永浩,邵建达,等.超宽超窄矩形带通滤光片的设计[J].光学仪器,2001,23(5/6):19-22.
- [6] 范卫星,赵战刚,王平秋,等.大口径1064 nm窄带滤光片的研制[J].激光技术,2006,30(3):320-322.
- [7] 张建新,冯小荣,刘波,等.相关探测扩大激光告警警戒范围分析[J].光电技术应用,2006,21(2):18-20.
- [8] 肖洪梅,苏心智,陈长庚,等.微弱激光脉冲信号的相关检测实验[J].激光技术,2004,28(3):234-236.
- [9] Jean-Pierre CARIOU. Off-axis detection of pulsed laser beams: simulation and measurements in the lower atmosphere [J]. Proceedings of SPIE (S0277-786X), 2003, 5086:507-509.
- [10] 肖洪梅,吴健,陈长庚,等.微弱激光脉冲信号的相关检测[J].光学与光电技术,2004,2(1):61-64.
- [11] 刘瀚,黄涛,程玉宝.多元相关探测的改进与分析[J].光电技术应用,2005,20(1):14-16.

(上接第3页)

例中,采样点数目为535×199,计算耗时仅为190 s。

3 结论

以基于亥姆霍兹方程的光场传输有限差分计算方法为基础,建立了针对有源非稳腔的模式计算模型。

分别在空腔条件下和非均匀横流增益条件下进行了非稳腔模式的数值模拟。计算结果表明,这种基于亥姆霍兹方程的有限差分方法计算效率较高,适用于大菲涅耳数有源非稳腔的模式计算。

参考文献

- [1] W L Hendricks, J Thorenes. Mode Calculations in Chem-

ical Lasers with Unstable Resonators and a Flowing Participating Gain Medium[R]. AIAA 16TH AEROSPACE SCIENCES MEETING, 1978.

- [2] 刘文广,陆启生,刘泽金.光束变换环形孔径有源激光谐振腔模式的数值模拟[J].光学学报,2004,24(10):1339-1343.
- [3] 刘泽金.高能化学激光器非稳腔设计研究[D].长沙:国防科技大学,1997.
- [4] 杜燕怡.用薄层法模拟有源共焦非稳腔[J].强激光与粒子束,2000,23(3):301-305.
- [5] D B Rensch. Three-Dimensional Unstable Resonator Calculations with Laser Medium[J]. APPLIED OPTICS, 1974,13(11):2546-2561.