

·光学设计·

高斯光束微圆孔衍射的整形变换

常山,肖清武,何洁,王华,吴志伟

(上饶师范学院物理与电子信息学院,江西 上饶 334001)

摘要: 激光在实际应用中常需要进行光束整形以便更好地适应实际需要。先从基尔霍夫衍射公式出发经过适当推理,导出了高斯光束通过微圆孔衍射变换的解析计算式,再分析讨论了高斯光束通过微圆孔衍射时的3种整形变换。利用Matlab软件进行计算仿真实验,给出了高斯光束通过微圆孔衍射的3种整形变换的情形,实验表明了解析计算式的可靠性和高斯光束通过微圆孔衍射3种整形变换的可行性,可将它应用于激光工程、微光学和微光机电中激光束的调控。

关键词: 高斯光束;微圆孔衍射;光束整形;聚焦;再现;计算模拟

中图分类号: O436;TN241

文件标识码: A

文章编号: 1673-1255(2011)01-0020-04

Shaping Transformation of Micro-Circular Aperture Diffraction of Gaussian Beam

CHANG Shan, XIAO QING-wu, HE Jie, WANG Hua, WU Zhi-wei

(School of Physics & Electronic Information, Shangrao Normal University, Shangrao 334001, China)

Abstract: In the practical application of laser, the beam shaping is often needed to better meet the actual needs, for this purpose, firstly the analytical formula for diffraction transformation of Gaussian beam through micro-circular aperture is derived from the Kirchhoff diffraction formula, then three kinds of shaping transformations of Gaussian beam through micro-circular aperture are analyzed and discussed, the three cases of shaping transformations of Gaussian beam through micro-circular aperture are simulated with the Matlab software. The simulation experiment shows that the analytical formula is reliable and the three kinds of shaping transformations of Gaussian beam through micro-circular aperture are feasible, which can be used in the laser beam control of laser engineering, micro-optics and MOEMS (Micro-Optical-Electrical-Mechanica-System).

Key words: Gaussian beam; micro-circular aperture diffraction; beam shaping; focus; reproduction; simulation

激光在应用时,对束型、强度分布、光斑大小等有一定的要求,需要进行适当的整形和控制^[1,2]。在微光学中,高斯光束的微圆孔衍射是激光束传输变换的基础,基于高斯光束微圆孔衍射的激光束整形在激光束测控、微光学以及微光机电技术中能够发挥重要的作用^[2,3]。以基尔霍夫定律为核心的标量衍射理论可以用来研究与计算微孔衍射,虽然对高斯光束小孔衍射已有很多研究,但是利用基尔霍夫

定律研究高斯光束微圆孔衍射的激光束整形,至今还很少。为此文中研究高斯光束微圆孔衍射的整形变换。

1 高斯光束微圆孔衍射的3种整形变换

1.1 高斯光束微圆孔衍射场的计算

图1中波长为 λ 、束腰在 $P(x_0, y_0, z_0)$ 、腰半径 ω_0 为

收稿日期: 2010-12-14

基金项目: 江西省教育厅科技项目(GJJ11612);江西省科技创新团队基金(2009GZW0026);上饶师范学院2007年科研课题基金

作者简介: 常山(1964-),男,山东阳谷人,硕士,讲师,主要从事光电教学和信息光学研究。

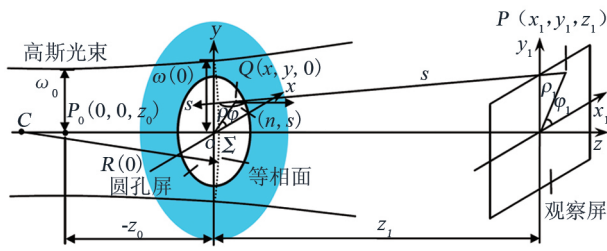


图1 高斯光束微圆孔衍射的计算

的基模拉盖尔高斯光束入射圆孔时光斑半径和等相面曲率半径分别为 $\omega(0) = \sqrt{\omega_0^2 + (\lambda z_0 / \pi \omega_0^2)^2}$ 和 $R(0) = -z_0 \left[1 + (\pi \omega_0^2 / \lambda z_0)^2 \right]$, 此时光场为^[3]

$$\tilde{E}_{00}(x, y, 0) = \frac{C_{00}}{\omega(0)} e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(0)}} \times e^{j \left\{ k \left[z_0 - \frac{x^2+y^2}{2R(0)} \right] + \tan^{-1} \left(-\frac{\lambda z_0}{\pi \omega_0^2} \right) \right\}} \quad (1)$$

相应的光强分布为

$$I_{\Sigma}(x, y, 0) = \left[\frac{C_{00}}{\omega(0)} e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(0)}} \right]^2 \quad (2)$$

由于基模高斯光束的发散角很小, 入射微孔时倾斜因子的影响很小, 可取 $\cos \delta_1 \cong$ 常量。点 $Q(x, y, 0)$ 处次波元 $d\sigma$ 跟场点 $P(x_1, y_1, z_1)$ 的距离为 s , 矢量 s 跟 Q 点法线 n 的夹角为 (n, s) 。平面屏时 $\cos(n, s) = -z_1/s$ 。由基尔霍夫衍射公式可得高斯光束入射微圆孔屏时衍射场的积分式为^[4,5]

$$\begin{aligned} \tilde{E}(P) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \tilde{E}_{00}(x, y, 0) \frac{e^{jks}}{s} \frac{1}{2} [\cos \delta_1 + \cos(n, s)] d\sigma = \\ \frac{C_{00}}{j2\lambda\omega(0)} e^{j \left[kz_0 + \tan^{-1} \left(-\frac{\lambda z_0}{\pi \omega_0^2} \right) \right]} \times \\ \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} \frac{1}{s} \left(\cos \delta_1 + \frac{z_1}{s} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(0)}} \times \\ e^{jk \left[-\frac{x^2+y^2}{2R(0)} + \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z_1^2} \right]} dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

菲涅耳近似下振幅缓变, 可取 $s \cong z_1$ 和 $\cos \delta_1 + z_1/s = \cos \delta_1 + \cos \delta_2 = 2 \cos \delta =$ 常量。 (x, y) 和 (x_1, y_1) 分别取极坐标 $x + jy = R\rho e^{j\varphi}$ 和 $x_1 + jy_1 = \rho_1 e^{j\varphi_1}$ 。令 $u = 2R^2 \times \left\{ k \left[1/R(0) - 1/z_1 \right] / 2 - j/\omega^2(0) \right\}$ 和 $v = kR\rho_1/z_1$, 利用

$\int_0^{2\pi} e^{-ja \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi = 2\pi J_0(a)$, 由式(3)得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射的积分式为^[4,5]

$$\begin{aligned} \tilde{E}(P) \cong \frac{C_{00} R^2 \cos \delta}{j\lambda z_1 \omega(0)} e^{j \left[k(z_1 + z_0) + \tan^{-1} \left(-\frac{\lambda z_0}{\pi \omega_0^2} \right) \right]} \times \\ \int_0^1 e^{j \left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right)} e^{-jR^2 \left\{ \frac{k}{2} \left[\frac{1}{R(0)} - \frac{1}{z_1} \right] - \frac{j}{\omega^2(0)} \right\} \rho^2} \times \\ \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{-j \frac{kR\rho_1\rho}{z_1} \cos(\varphi - \varphi_1)} d\varphi = \\ \frac{kC_{00} R^2 \cos \delta}{j\lambda z_1 \omega(0)} \cos \left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right) \times \\ e^{j \left[k(z_1 + z_0) + \tan^{-1} \left(-\frac{\lambda z_0}{\pi \omega_0^2} \right) \right]} \times \\ \int_0^1 e^{-j \frac{1}{2} u \rho^2} J_0(v\rho) \rho d\rho \end{aligned} \quad (4)$$

用罗默尔函数 $U_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s (u/v)^{n+2s} J_{n+2s}(v)$,

$|u| = 2R^2 \sqrt{\left\{ k \left[1/R(0) - 1/z_1 \right] / 2 \right\}^2 + 1/\omega^4(0)}$, 式(4)相应的光强计算式为^[4,5]

$$\begin{aligned} I(P) \cong \left[\frac{kC_{00} R^2 \cos \delta}{|u| z_1 \omega(0)} \cos \left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right) \right]^2 \times \\ \left\{ \left[\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{1+2s} J_{1+2s}(v) \right]^2 + \right. \\ \left. \left[\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{2+2s} J_{2+2s}(v) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

1.2 高斯光束微圆孔衍射的3种整形变换

1.2.1 菲涅耳衍射初点的“聚焦”整形

由式(4)知, 在菲涅耳近似的前提下, 在高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换的初点即最小距离点 $z_{1\min}$ 处形成聚焦光斑, 这是在不充分衍射过渡到菲涅耳衍射的分界点附近形成的高斯光束的聚焦现象, 是高斯光束微圆孔衍射的“聚焦”效应。在保持菲涅耳近似的情况下, 衍射孔径 $2R$ 越大衍射效率就越高, 当衍射孔径 $2R$ 超过入射光束口径 $\omega(0)$ 时, 光能利用率接近于 100%。由菲涅耳近似条件得到 $z_{1\min}$, 可由式(5)计算高斯光束微圆孔菲涅耳衍射初点及其附近“聚焦”后的高斯光束的光强分布。

1.2.2 菲涅耳衍射的“再现”整形

$z_1=R(0)$ 时, $u=-j2R^2/\omega^2(0)$ 和 $v=kR\rho_1/R(0)$,

由式(4)得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射场为

$$\tilde{E}(P) \cong \frac{kC_{00}R^2 \cos \delta}{jR(0)\omega(0)} \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2R(0)} \right] \times e^{j \left\{ k \left[R(0)+z_0 + \frac{\rho_1^2}{2R(0)} \right] + \tan^{-1} \left[-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2} \right] \right\}} \times \int_0^1 e^{-\frac{R^2\rho^2}{\omega^2(0)}} J_0 \left(\frac{kR\rho_1}{R(0)} \rho \right) \rho d\rho \quad (6)$$

$|u|=2R^2/\omega^2(0)$, 利用罗默尔函数, 得式(6)相应的光强为

$$I(P) \cong \left\{ \frac{kC_{00}R^2 \cos \delta}{|u|R(0)\omega(0)} \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2R(0)} \right] \right\}^2 \times \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{1+2s} J_{1+2s}(v) \right\}^2 + \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{2+2s} J_{2+2s}(v) \right\}^2 \quad (7)$$

式(6)是微圆孔上高斯光束场强幅值的零阶汉克尔变换的有限积分式, 在可取菲涅耳近似前提下, 若孔足够大, 在 $z=R(0)$ 处产生高斯光束的“自再现”。利用 $\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^r x e^{-ax^2} J_0(ax) dx = \left[e^{-a^2/(4\mu)} \right] / (2\mu)$, 由式(6)得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射“自再现”的新高斯光束的场分布为

$$\tilde{E}(P) \cong \frac{kC_{00} \cos \delta}{jR(0)\omega(0)} e^{j \left\{ k \left[R(0)+z_0 + \frac{\rho_1^2}{2R(0)} \right] + \tan^{-1} \left[-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2} \right] \right\}} \times \int_0^R e^{j \left[\frac{k\rho_1^2}{2R(0)} \right] - \frac{(R\rho)^2}{\omega^2(0)}} J_0 \left[\frac{k\rho_1(R\rho)}{R(0)} \right] (R\rho) d(R\rho) = \frac{kC_{00}\omega(0)}{j2R(0)} \cos \delta \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2R(0)} \right] \times e^{j \left\{ k \left[R(0)+z_0 + \frac{\rho_1^2}{2R(0)} \right] + \tan^{-1} \left[-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2} \right] \right\}} e^{-\left[\frac{k\omega(0)}{2R(0)} \right]^2 \rho_1^2} \quad (8)$$

式(8)相应光强的计算式为

$$I(P) \cong \left\{ \frac{kC_{00}\omega(0)}{2R(0)} \cos \delta \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2R(0)} \right] e^{-\left[\frac{k\omega(0)}{2R(0)} \right]^2 \rho_1^2} \right\}^2 \quad (9)$$

式中高斯光束通过圆孔衍射在 $z_1=R(0)$ 处“自再现”的光斑半径为 $\omega'=2R(0)/[k\omega(0)]$ 。

若衍射孔径不够大, 在 $z_1=R(0)$ 处不能得到由圆孔处整个高斯光束“自再现”的新高斯光束, 但大小合适时能得到衍射孔面上那部分高斯光束“再现”的新高斯光束, 可由式(6)和式(7)予以计算。

1.2.3 夫琅禾费衍射的“再现”整形

当 $k\rho^2/2z_1 \ll \pi$ 可被忽略, 夫琅禾费近似下有 $u=-2R^2[k/2R(0)-j/\omega^2(0)]$ 和 $v=kR\rho_1/z_1$, 由式(4)可得高斯光束微圆孔夫琅禾费衍射场为^[4,5]

$$\tilde{E}(P) \cong \frac{C_{00}R^2 \cos \delta}{j\lambda z_1 \omega(0)} e^{j \left\{ k(z_1+z_0) + \tan^{-1} \left[-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2} \right] \right\}} \times \int_0^1 e^{j \left[\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right] - jR^2 \left[\frac{k}{2R(0)} - \frac{j}{\omega^2(0)} \right] \rho^2} \times \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{-j \frac{kR\rho_1 \rho}{z_1} \cos(\varphi - \varphi_1)} d\varphi = \frac{kC_{00}R^2}{jz_1 \omega(0)} \cos \delta \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right] \times e^{j \left\{ k(z_1+z_0) + \tan^{-1} \left[-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2} \right] \right\}} \times \int_0^1 e^{-j \frac{1}{2} u \rho^2} J_0(v\rho) \rho d\rho \quad (10)$$

$|u|=2R^2 \sqrt{[k/2R(0)]^2 + [1/\omega^2(0)]^2}$, 利用罗默尔

函数, 得式(10)相应的光强为^[6]

$$I(P) \cong \left[\frac{kC_{00}R^2}{z_1|u|} \cos \delta \cos \left[\frac{k\rho_1^2}{2z_1} \right] \right]^2 \times \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{1+2s} J_{1+2s}(v) \right\}^2 + \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u|}{v} \right)^{2+2s} J_{2+2s}(v) \right\}^2 \quad (11)$$

式(10)为微圆孔上高斯光束场强复值的零阶汉克尔变换的有限积分, 在夫琅禾费近似的前提下, 孔足够大时, 在远场将会产生高斯光束的“自再现”。 $1/q(0)=1/R(0)-j\lambda/[\pi\omega^2(0)]$, 其中的参数 $q(0)=j\pi\omega^2(0)/\lambda-z_{00}$ 。由式(10)得高斯光束微圆孔夫琅禾费衍射“自再现”的高斯光束的场分布为

$$\begin{aligned} \tilde{E}(P) \cong & \frac{kC_{00} \cos \delta}{jz_1\omega(0)} e^{j\left[k(z_1+z_0) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2}\right)\right]} \times \\ & \int_0^R e^{j\left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1}\right)} e^{-j\left\{\frac{k}{2}\left[\frac{1}{R(0)} - \frac{j\lambda}{\pi\omega^2(0)}\right](R\rho)^2\right\}} \times \\ & J_0\left[\frac{k\rho_1}{z_1}(R\rho)\right](R\rho)d(R\rho) = \\ & \frac{C_{00} \cos \delta}{z_1\omega(0)} \left[\frac{j\pi\omega^2(0)}{\lambda} - z_0\right] \cos\left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1}\right) \times \\ & e^{j\left[k(z_1+z_0) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2}\right)\right]} \times \\ & e^{j\left[k(z_1+z_0) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi\omega_0^2}\right)\right]} e^{-\left[\frac{k\omega(0)}{2z_1}\right]^2 \rho_1^2} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} I(P) \cong & \left\{ \frac{C_{00} \cos \delta}{z_1\omega(0)} \sqrt{z_0^2 + \left[\frac{\pi\omega^2(0)}{\lambda}\right]^2} \times \right. \\ & \left. \cos\left(\frac{k\rho_1^2}{2z_1}\right) e^{-\left[\frac{k\omega(0)}{2z_1}\right]^2 \rho_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

式中高斯光束通过微圆孔夫琅禾费衍射远场处“自再现”光斑的半径为 $\omega'=2Rz_1/[k\omega(0)]$ 。

若衍射孔径不够大,虽然在远场不能得到圆孔处的整个高斯光束“自再现”的新高斯光束,但大小合适时能得到衍射孔面上那部分高斯光束“再现”的新高斯光束,由式(10)和式(11)予以计算。

2 计算模拟

2.1 菲涅耳衍射初点的“聚焦”整形

[实验1] 用式(5)计算模拟“聚焦”效应:波长 $\lambda=0.5 \mu\text{m}$ 、束腰半径 $\omega_0=0.1 \text{ mm}$ 的基模高斯光束到达 $z_0=-20 \text{ mm}$ 处衍射屏时光斑半径 $\omega(0)=0.3336 \text{ mm}$ 、曲率半径 $R(0)=217.3921 \text{ mm}$,通过2个半径 $R=0.1 \text{ mm}$ 、 $R=0.35 \text{ mm}$ 的圆孔屏的菲涅耳衍射初点附近“聚焦”的高斯光束的相对光强分布。

图2中,图2a是高斯光束到达孔处时的相对光强分布,图2b是 $R=0.1 \text{ mm}$ 孔上那部分高斯光束在菲涅耳衍射初点附近 $z_1=40 \text{ mm}$ 时聚焦后的相对光强分布,图2c是 $R=0.35 \text{ mm}$ 孔上几乎整个高斯光束在菲涅耳衍射初点附近 $z_1=200 \text{ mm}$ 时聚焦后的相对光强分布,跟入射光束比较,图2b和2c都有聚焦,而图2c衍射效率接近100%。

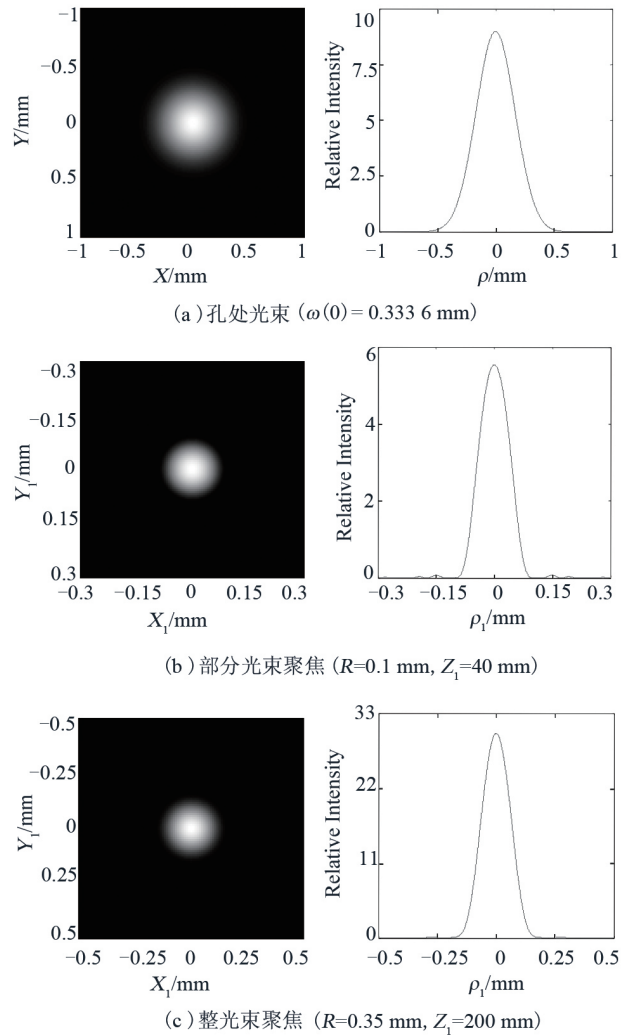
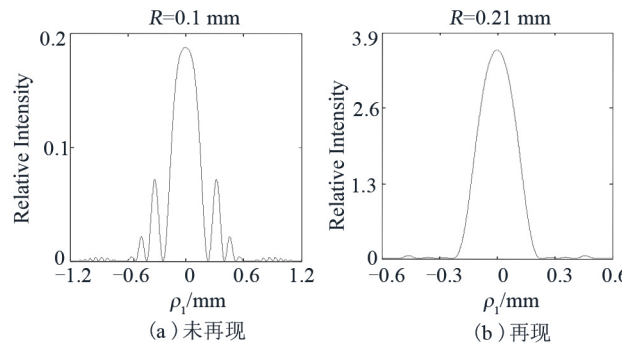


图2 高斯光束微圆孔菲涅耳衍射初点附近的“聚焦”效应

2.2 菲涅耳衍射的“再现”整形

[实验2] 利用式(7)和式(9)计算模拟菲涅耳衍射的“再现”效应:实验1中在 $z_1=R(0)=217.3921 \text{ mm}$ 处“再现”的高斯光束的相对光强分布。

图3中,在 $z_1=R(0)$ 处,图3a因孔径不合适未再现新的高斯光束,图3b因孔径合适孔上那部分高斯



(下转第43页)

既能起增透作用又能达到很好的保护作用的红外增透膜显得十分必要,随着红外技术的进一步发展,红外增透保护膜将作为未来研究的重点而受到广泛的重视。

参考文献

[1] Lewis K L, Pitt A M, Corbett M, et al. Progress in Optical coatings for the Mid-Infrared[C]//Proceeding of SPIE, Laser-Induced damage in Optical Materials, 1996,2966: 166-177.
 [2] Jennifer D T K, Walter T P. Optical and durability properties of infrared transmitting thin films[J]. Applied Optics, 1997,36(10):2157-2159.
 [3] Daniceal C. Materials for Infrared Windows and Domes Properties and Performance[M]. Washington: SPIE Press, 1999.

[4] Paul Klocek, Thomas McKenna, John Trombetta. Thermo-optic, thermo-mechanical, and electromagnetic effects in IR windows and domes, and the rationale for GaAs, GaP, and diamond[C]// Proc. SPIE, 1994,2286: 70-90.
 [5] Nick Brette, Paul Klocek. Engineered polymeric IR-transparent protective coatings[C]// Proc. SPIE, 1994, 2286: 325-334.
 [6] 余怀之. 红外光学材料[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.
 [7] 李大琪, 刘定权, 张凤山. 6.4~15 μm 宽带增透膜系的设计与制作[J]. 红外与毫米波学报, 2006, 25(2): 135-137.
 [8] Wasimul Hasan, Stephen H Propst. Durability testing of hard carbon coatings for Ge and ZnS substrates[C]//Proc. SPIE, 1994,2286: 354-363.

(上接第23页)

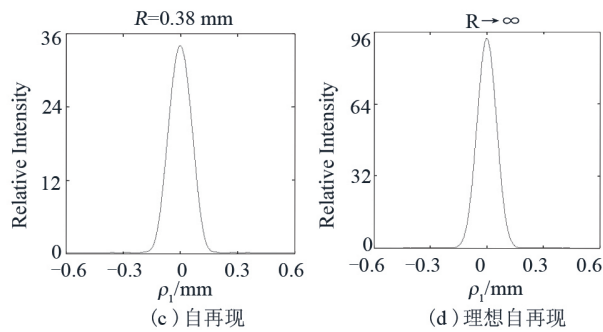


图3 高斯光束微圆孔衍射 $z_1=R(0)$ 处的“再现”效应

光束再现新的高斯光束,图3c孔径足够大几乎整个高斯光束自再现了新的高斯光束,图3c比图3b的衍射效率高而接近100%,图3d是不能实现的 $R \rightarrow \infty$ 时理想自再现情况,图3c已接近图3d的理想情况。

2.3 夫琅禾费衍射的“再现”整形

[实验3] 利用式(11)和式(13)计算模拟夫琅禾费衍射的“再现”效应:实验1中远场“再现”时的相对光强分布。

图4中,在 $z_1 \gg R^2/\lambda$ 处,图3a是 $R=10 \mu\text{m}$ 孔上那部分高斯光束再现新的高斯光束,图3b是 $R=100 \mu\text{m}$ 孔上部分高斯光束再现新的高斯光束,图3c孔径足够大几乎整个高斯光束自再现了新的高斯光束,图3a~图3c的衍射效率依次增高,后者接近100%,但需要的距离也越远,图3d是不能实现的 $R \rightarrow \infty$ 时理想自再现情

况,图3c已接近图3d的理想情况。

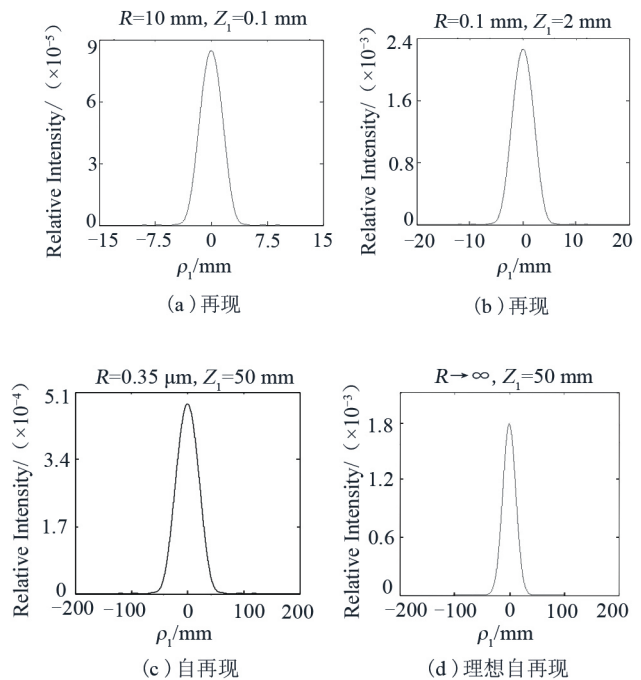


图4 高斯光束微圆孔夫琅禾费衍射的“再现”效应

3 结束语

利用以基尔霍夫衍射定律为核心的标量衍射理论研究了利用高斯光束的微圆孔衍射的进行光 (下转第82页)