

·测试、试验与仿真·

## 非线性跟踪微分器稳态性能分析及仿真研究

杨光达<sup>1</sup>, 周游<sup>2</sup>

(1. 光电信息控制和安全技术重点实验室, 河北 三河 065201; 2. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081)

**摘要:**针对非线性跟踪微分器无法实现对所有输入信号的无差跟踪问题, 研究 3 种不同形式跟踪微分器的稳态性能. 通过分析抑制函数的特性和典型输入情况下系统的稳态误差, 确定其适用范围, 并对推论结果进行验证. 仿真实验表明, 非线性跟踪微分器为一阶无差系统, 只能实现对阶跃输入信号的无差跟踪.

**关键词:**非线性跟踪微分器; 稳态性能; 无差度

中图分类号: TH703

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2010)05-0080-03

## Analysis and Simulation of Steady-State Performance in Nonlinear Tracking-Differentiator

YANG Guang-da<sup>1</sup>, ZHOU You<sup>2</sup>

(1. Sanhe Hebei 065201, China; 2. School of automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Considering the problem that the nonlinear tracking-differentiators (NTD) cannot track all the input signals without error, the steady-state performance of the nonlinear tracking-differentiators in three different forms was discussed. The applicable scope of NTD was determined through analysis the characteristics of restrain function and steady-state error in typical input, and the deductive results were verified in simulation. The results show that the nonlinear tracking-differentiators are first-order indiscrimination systems which only can track the step signal without error.

**Key words:** nonlinear tracking-differentiator; steady-state performance; indiscrimination degree

微分信号的求取精度直接影响整个控制系统的性能. 在经典调节理论中, 惯性环节用于跟踪输入信号的动态特性, 通过求解微分方程近似实现微分功能<sup>[1]</sup>. 非线性跟踪微分器的概念由韩京清首次提出, 其中快速最优控制综合函数  $\text{sign}(\cdot)$  保证微分器跟踪速度最快, 并引入饱和函数  $\text{sat}(\cdot, d)$  减小由非线性环节引起的高频振荡<sup>[1]</sup>. 文献[2]将以上抑制函数改进为离散最速控制综合函数  $\text{fhan}$ , 文献[3] - [5]证明以此构造的最速离散跟踪微分器能够完全消除振荡现象.

虽然非线性跟踪微分器的输出信号具有较好的质量, 但它不能对所有输入信号实现无差跟踪. 因

此, 从理论角度研究非线性跟踪微分器的稳态性能, 对改善控制精度, 提高控制效能具有重要意义. 文中将对 3 种常见的非线性跟踪微分器的稳态性能进行分析.

### 1 非线性跟踪微分器

为快速跟踪输入信号并根据其动态环节获取微分信号, 韩京清等提出以  $\text{sign}(\cdot)$  为抑制函数的二阶非线性跟踪微分器, 具体形式为<sup>[1]</sup>.

收稿日期: 2010-09-06

基金项目: 光电信息控制和安全技术重点实验室基金(9140C150101090C1502)

作者简介: 杨光达(1981-), 男, 辽宁人, 硕士, 主要研究方向为激光、激光等离子体.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r \operatorname{sign}(x_1 - v + \frac{x_2 |x_2|}{2r}) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $x_1(t)$  为系统输入  $v(t)$  的跟踪值,  $x_2(t)$  为  $v(t)$  的“近似微分”,  $r$  为速度因子.

由于在开关线  $x_1 - v + \frac{x_2 |x_2|}{2r} = 0$  附近, 状态分量在  $\pm r$  之间不断切换, 系统在进入稳态后存在高频振颤现象. 用带有线性区间  $d$  的饱和函数  $\operatorname{sat}(\cdot, d)$  替换式(1)中的  $\operatorname{sign}(\cdot)$ , 可以有效减小由非线性环节引起的抖振. 饱和函数  $\operatorname{sat}(\cdot, d)$  表示为

$$\operatorname{sat}(A, d) = \begin{cases} \operatorname{sign}(A), & |s| > d \\ A/d, & |s| \leq d \end{cases} \quad (2)$$

应用上述方法仍然不能完全避免抖振对跟踪微分器整体性能的影响. 文献[2]提出了一种最速控制综合函数, 根据其构造的最速离散跟踪微分器能够以有限步到达设定值并停在那里, 消除了系统稳态时的高频抖振.

最速离散跟踪微分器表示为<sup>[2]</sup>

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + hx_2(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + hf h \\ fh = fhan(x_1(k) - v(k), x_2(k), r, h) \end{cases} \quad (3)$$

其中最速控制综合函数  $fhan(x_1, x_2, r, h)$  的具体算法如下

$$\begin{cases} d = rh \\ d_0 = hd \\ y = x_1 + hx_2 \\ a_0 = \sqrt{d^2 + 8r|y|} \\ a = \begin{cases} x_2 + \frac{a_0 - d}{2} \operatorname{sign}(y), & |y| > d_0 \\ x_2 + \frac{y}{h}, & |y| \leq d_0 \end{cases} \\ fhan = \begin{cases} -r \operatorname{sign}(a), & |a| > d \\ -r \frac{a}{d}, & |a| \leq d \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $h$  为仿真时间步长.

## 2 非线性跟踪微分器稳态性能分析

为保证系统的输出分量  $x_1(t)$  能够快速地跟踪输入信号  $v(t)$ , 非线性跟踪微分器采用最速开关系统的抑制函数形式. 这种抑制函数的优点是, 可以通过调节非线性跟踪微分器速度因子  $r$  的大小来调

节涵盖误差信号量, 以大信号来压制误差信号, 使跟踪微分器的输出  $x_1(t)$  较好地跟踪输入信号  $v(t)$ . 如果输入信号发生大幅度变化, 超出抑制函数的覆盖范围, 整个系统的跟踪品质就会产生退化, 使非线性跟踪微分器输出分量  $x_1(t)$  无法精确跟踪输入信号  $v(t)$ .

另一方面, 非线性跟踪微分器是根据线性跟踪微分器的形式, 按照时间最优条件构建的, 是线性跟踪微分器的特例. 因此, 分析同阶线性跟踪微分器, 可以近似得到非线性跟踪微分器的稳态性能. 二阶线性跟踪微分器具体形式如下

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -r^2 x_1 - 2rx_2 + r^2 v \end{cases} \quad (5)$$

其闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{r^2}{s^2 + 2rs + r^2} \quad (6)$$

则系统开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{r^2}{s^2 + 2rs} \quad (7)$$

稳态误差

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_0(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2(s + 2r)}{s^2 + 2rs + s^2} R(s) \quad (8)$$

当  $R(s) = \frac{1}{s}$  时,  $e_{ss} = 0$ ; 当  $R(s) = \frac{1}{s^2}$  时,  $e_{ss} = \frac{2}{r}$ ; 当  $R(s) = \frac{1}{s^3}$  时,  $e_{ss} = \infty$ .

经分析可知, 系统(5)为一阶无差系统, 可以无差跟踪阶跃信号, 以有限稳态误差跟踪斜坡信号, 跟踪不上抛物线信号. 因此, 第一节中的3种非线性跟踪微分器也存在同样的稳态性能.

## 3 仿真研究

对以上分析结果进行仿真实验. 应用 matlab/simulink 分别搭建以式(2)和式(4)为抑制函数的非线性跟踪微分器. 其中, 输入  $v(t)$  分别取为阶跃信号、斜坡信号和抛物线信号, 性能参数选择为:  $r = 10$ ,  $h = 0.01$ .

图1、图2和图3分别为在阶跃、斜坡和抛物线信号输入作用下, 以  $\operatorname{sat}(\cdot, d)$  和  $fhan$  为抑制函数的2种非线性跟踪微分器的输出曲线. 由图1可知, 两种非线性跟踪微分器均能无差跟踪阶跃信号. 其中

以  $\text{sat}(\cdot, d)$  为抑制函数的非线性跟踪微分器在进入稳态时,其输出分量中的微分信号存在明显的高频振颤现象,而将抑制函数改为系统(4)表示的  $f_{han}$  时,能有效地消除振颤.由图2可知,当输入为斜坡信号时,系统输出和设定值之间存在着一定的稳态误差.虽然可以通过增大速度因子  $r$  的方法来减小稳态误差,但是并不能完全消除.由图3可知,在抛物线输入作用下,2种非线性跟踪微分器均出现了输出分量  $x_1(t)$  跟踪不上输入信号的现象.但在同等条件下,以  $f_{han}$  为抑制函数的非线性跟踪微分器的跟踪效果要明显好一些.

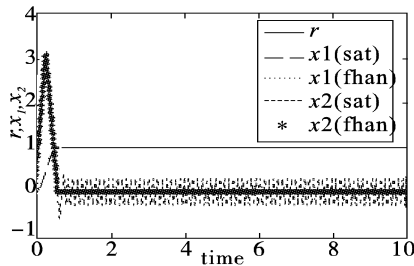


图1 阶跃输入作用下非线性跟踪微分器输出

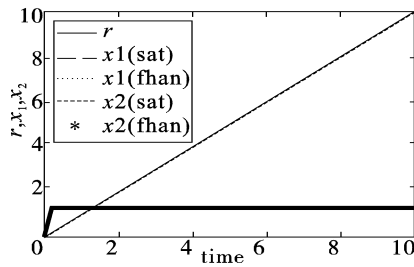


图2 斜坡输入作用下非线性跟踪微分器输出

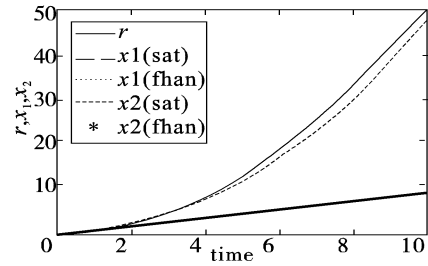


图3 抛物线输入作用下非线性跟踪微分器输出

## 4 结 论

对非线性跟踪微分器的稳态性能进行了研究.结果表明,现有的非线性跟踪微分器为一阶无差系统,只能无差跟踪阶跃输入,以有限差跟踪斜坡输入,无法跟踪抛物线输入.为了更好地实现的控制效果,需要扩大非线性跟踪微分器对输入信号的适用范围,此结果对进一步研究具有高阶无差度的非线性跟踪微分器具有理论指导意义.

## 参考文献

- [1] 韩京清,王伟.非线性跟踪-微分器[J].系统科学与数学,1994,14(2):177-183.
- [2] 韩京清.自抗扰控制技术——估计补偿不确定因素的控制技术[M].北京:国防工业出版社,2008.
- [3] 韩京清,侯增广.利用跟踪微分器构造未知函数的寻优器及求根[J].控制与决策,2005,15(3):365-367.
- [4] 张森,吴捷.基于自抗扰技术的光伏发电并网控制系统[J].控制理论与应用,2005,22(4):583-587.
- [5] 要晓梅,王庆林,刘文丽,等.一般工业对象的二阶自抗扰控制[J].控制工程,2002,9(5):59-62.

(上接第57页)

## 4 结 论

文中在介绍视标投影仪研究现状和工作原理的基础上,对4种照明系统进行了比较、计算和分析,从原理上证明了二次成像系统是最佳照明方式,从而设计了这种照明系统.使用这种系统后,视标投影仪的照度和均匀度得到了明显的提高.此外,此种照明方式也可应用于其他仪器中,具有一定的推广实

用价值.

## 参考文献

- [1] Joseph M Geary, Introduction to lens design with ZEMAX, Center for Applied Optics University of Alabama in Huntsville. Willmann-Bell, inc, 2002.
- [2] 全自动视标投影仪 CCP-7000, <http://www.zoneka.com/pro-display.asp> ID=157.
- [3] 李斌,杜晓军.全自动视标投影仪,中国:CN200630146090.1[P].2006.