

· 图像与信号处理 ·

基于广义 B 样条滤波器的图像边缘检测

张 静, 林 莹, 娄朴根

(解放军理工大学, 江苏 南京 211101)

摘 要: 为了更准确有效地提取图像边缘, 提出一种基于广义 B 样条数字滤波器的边缘检测算法. 首先由线性微分方程推导出广义 B 样条的一般形式. 其后, 利用广义 B 样条函数组建了边缘检测微分算子模板, 该模板继承了广义 B 样条尺度因子 α , 通过调节 α , 可以改变边缘算子滤波器的幅值特性和带通特性, 进而获得边缘表征的最佳效果. 而后, 结合变分公式和广义 B 样条函数构造广义 B 样条光滑滤波器, 该滤波器实现了在光滑滤波意义下的直接样条变换, 与边缘检测模板算子配合使用可提高边缘检测的抗噪能力. 实验证明: 该边缘检测算法能有效地检测出图像边缘, 无论是边缘提取效果还是抗干扰能力都优于传统的差分算子.

关键词: 广义 B 样条; 样条滤波器; 边缘检测; 光滑样条

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2010)03-0062-05

Image Edge Detection by Generalized B Spline Filter

ZHANG Jing, LIN Ying, LOU Pu-gen

(PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract: A new edge detection algorithm based on generalized B spline filter is proposed to extract image edge more effectively. First, generalized B spline is deduced from linear derivative equation. Based on generalized B spline, a difference template operator for edge detection is constructed, which inherits the scale factor of generalized B spline, and achieves different amplitude characteristic and band-pass property with different scale factor. Therefore, best edge result can be obtained by adjusting the scale. Thereafter, by combination with generalized B spline function and variational principle, generalized B spline smoothing filter is constructed, which realizes the direct spline transform in the sense of smoothing filtering, and improves the anti-noise ability of edge detection in conjunction with edge detection template operator. Experiments indicate this algorithm can extract target edge reliably, whether its extraction effect or anti-noise capacity are superior to conventional differential operator.

Key words: generalized B spline; spline filter; edge detection; smoothing spline

图像边缘检测是图像处理的一个重要课题, 边缘检测就是要确定图像灰度突变的出现和位置, 它对模式识别和计算机视觉方面的研究具有重要意义. 传统的图像边缘检测多采用模板算子法, 如 Robert 算子、Sobel 算子、Prewitt 算子, 这些算子对噪声敏感, 抗噪声能力差, 难以完成复杂背景下的边缘提取^[1]. 1993 年 Unser 提出基于 B 样条插值和数

字滤波的边缘检测算法, 该算法对边缘信息的保留和对噪声的抑制优于传统的边缘检测算法^[2,3]. 1996 年, Panda 提出了广义 B 样条, 拓展了样条函数的种类和应用空间^[4]. 文中提出新的基于广义 B 样条滤波器的边缘检测算法, 该算法由基于广义 B 样条的光滑滤波器技术与广义 B 样条边缘检测算子组成, 一方面光滑滤波器能够有效滤除高斯噪声,

收稿日期: 2010-04-16

作者简介: 张静(1984-), 女, 山东单县人, 工学硕士, 助教. 主要研究方向为图像处理、模式识别、仪器与测试技术等.

提高边缘检测抗噪能力,另一方面,由于广义 B 样条具有尺度可调因子,在一定范围内通过改变因子可以调节边缘检测算子的幅值特性和带通特性,从而得到不同效果的图像边缘.

1 广义 B 样条函数

广义 B 样条是由线性微分方程推导出一组 B 样条函数.它的定义如下^[5,6]

$$\beta_m^{nr}(x) = L \sum_{j=0}^{n+1} W_j g_m^{nr}(x - x_j) U(x - x_j) \quad (1)$$

式中, L 是归一常数; $g_m^{nr}(x)$ 是广义 B 样条母函数(段间), n 是样条阶次; r 为样条类型; m 是段间距(以下设为单位长 1); $U(x)$ 是单位阶跃函数; W_j 是第 j 段基函数参数.

利用线性系统理论推导广义 B 样条母函数,设线性微分方程为

$$(D^{n+1} + b_n D^n + b_{n-1} D^{n-1} + \dots + b_0)g = 0 \quad (2)$$

式中, b_n 是 $g(x)$ 第 n 阶微分式的系数.

由于 $g(x)$ 必须满足 $(n - 1)$ 阶可微连续性,所以必有

$$g(0) = Dg(0) = D^2g(0) = \dots = D^{(n-1)}g(0) = 0$$

同时为了不失一般性,设 $D^{(n)}g(0) = 1$. 对式(2)进行拉普拉斯变换,得到

$$G(s) = \frac{1}{s^{n+1} + b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0} \quad (3)$$

$G(s)$ 有 $n - 1$ 个极点,由于 $g(x)$ 是实数,所以 $G(s)$ 的极点关于实轴对称;同时为了使广义 B 样条中心对称,所以设 $g(x) = |g(-x)|$,即 $G(s)$ 极点关于虚轴对称,故 $G(s)$ 的极点具有四象限对称的特性.

可以证明, n 阶广义 B 样条具有 B 样条的卷积性质

$$\beta_m^{nr}(x) = \beta^{pr} * \beta^{qr} \quad (4)$$

其中, $n = p + q = 1, p \geq 0, q \geq 0$.

由式(3),第一类型零阶广义 B 样条母函数的拉氏变换为 $G(s) = (s + \alpha)^{-1}$,所以 $g^{01}(x) \exp(-\alpha x)$. 由此,第一类型零阶广义 B 样条函数为

$$\beta^{01}(x) = \frac{\alpha}{(1 - e^{-\alpha})} [e^{-\alpha x} U(x) - e^{-\alpha} e^{-\alpha(x-1)} U(x-1)] \quad (5)$$

式中, α 是尺度因子,可调节样条函数幅值.当 α 趋近于零时,式(5)就简化为矩形脉冲,即零阶 B 样条

函数.

由以上讨论的极点性质、卷积性质和已经求出的零阶广义 B 样条,可以推导出 n 阶不同类型的广义 B 样条函数,这里仅以第三类型三阶广义 B 样条函数为例讨论.第三类型三阶广义 B 样条极点为 $s^2 = 0, s = \pm ja$. 根据卷积性质 $\beta^{33}(s) = B^{11}(s)B^{13}(s)$, 其中, $B^{3r}(s)$ 为 $B^{3r}(x)$ 的拉氏变换,可得

$$B^{33}(s) = [2(1 - \cos\alpha)(s^2 + \alpha^2)s^2]^{-1} \alpha^2 [1 - 2(1 + \cos\alpha)e^{-s} + 2(1 + 2\cos\alpha)e^{-2s} - 2(1 + \cos\alpha)e^{-3s} + e^{-4s}] \quad (6)$$

广义 B 样条函数还具有以下性质,也称为导数递推性质

$$\frac{\partial \beta^{nr}(x)}{\partial x} = \beta^{(n-1)r}(x) - \beta^{(n-1)r}(x-1) \quad (7)$$

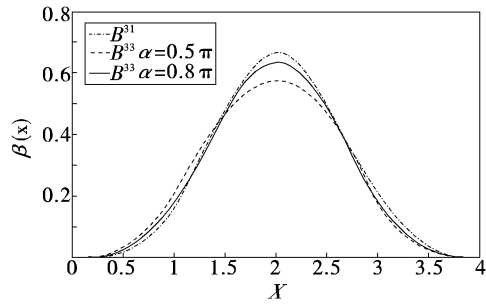


图 1 归一化的三阶广义 B 样条

2 离散广义 B 样条

以上定义的广义 B 样条函数是连续函数,对于数字信号或图像插值,需要离散样条函数,为此对广义 B 样条函数离散化,这里定义离散样条为

$$b^{3r}(i) = \beta^{3r}(i) \quad (8)$$

其中, z 变换为 $B^{3r}(z)$. 这里仍以 $B^{33}(z)$ 为例

$$B^{33}(z) = \frac{z + l_2 + z^{-1}}{l_1} \quad (9)$$

其中, $l_1 = \frac{2\alpha(1 - \cos\alpha)}{\alpha - \sin\alpha}; l_2 = \frac{2(\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{\alpha - \sin\alpha}$.

给定一个离散信号 $f(i), i = -\infty, \dots, +\infty$ 根据 weierstrass 定理, $f(i)$ 可以用多项式逼近,而样条函数是一种分段多项式.所以可把样条函数作为基底,得到

$$f(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c(k) \cdot b^{3r}(i - k) = c(i) * b^{3r}(i) \quad (10)$$

$$F(z) = B^{3r}(z)C(z) \quad (11)$$

其中, $c(i)$ 为插值系数, z 变换为 $C(z)$ ^[7].

由式(10), (11)可得

$$c(i) = f(i) * (b^{3r}(i))^{-1} \quad (12)$$

$$C(z) = (B^{3r})^{-1} \cdot F(z) \quad (13)$$

式(12)、式(13)给出了B样条插值法的滤波器形式,给定输入信号 $f(i)$,输出 $c(i)$, $(B^{3r})^{-1}$ 可以看作是IIR滤波器,这一过程也被称为直接B样条变换.可以看出,直接B样条变换是将已知离散点表示为B样条函数的系数,而与之相反的过程被称为间接B样条变换,它是利用已知B样条系数重建离散点,其对应的过程就是式(11), $B^{3r}(z)$ 可以看出它相当于FIR型滤波器.

3 广义B样条的边缘检测算子

3.1 一维空间微分算子

对于一维连续信号,其突变位置可以由一阶微分极大值或二阶微分过零点来反映.对于一维离散信号,可以通过样条插值构成连续信号,然后对样条插值函数求微分得到突变位置.

首先求出一维广义B样条函数的一阶和二阶微分算子,对于 $b^{33}(x)$,其一阶和二阶微分算子可由式(7)导出

$$\frac{\partial b^{33}}{\partial x} = b^{23}(x) - b^{23}(x-1) \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 b^{33}}{\partial x^2} = b^{13}(x) - 2b^{13}(x-1) + b^{13}(x-2) \quad (15)$$

利用式(14)和式(15),可求出信号的一阶微分和二阶微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \sum_{k \in z} c(k) \frac{\partial b^{33}(x-k)}{\partial x} = \sum_{k \in z} d^{(1)} * c(k) \cdot b^{23}(x-k) \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \sum_{k \in z} c(k) \frac{\partial^2 b^{33}(x-k)}{\partial x^2} = \sum_{k \in z} d^{(2)} * c(k) \cdot b^{13}(x-k) \quad (17)$$

由于 $B^{23}(z) = \frac{(z+1)}{2}$; $B^{13}(z) = \frac{\alpha \sin \alpha}{2(1-\cos \alpha)}$. 设微分 d 的 z 变换为 $D(z)$,则一阶微分的滤波算子为

$$D^{(1)} \cdot B^{23} = (1-z^{-1}) \cdot (z+1)/2 = (z-z^{-1})/2 \quad (18)$$

二阶微分的滤波算子为

$$D^{(2)} \cdot B^{13} = (z-2+z^{-1}) \frac{\alpha \sin \alpha}{2(1-\cos \alpha)} \quad (19)$$

3.2 二维空间微分算子

对于二维图像,其图像边缘总是以灰度突变的形式表现出来,并表现为灰度突变处一阶微分极大值,或二阶微分过零点.同样可以先将二维图像用广义B样条函数逼近,然后求出其一阶微分或二阶微分.

二维图像用广义B样条插值逼近如下

$$g(x, y) = \sum_{l \in z} \sum_{k \in z} c(k, l) \cdot b_x^{33}(x-k) \cdot b_y^{33}(y-l) \quad (20)$$

$$c(k, l) = (b_x^{33})^{-1} * (b_y^{33})^{-1} * g(x, y) \quad (21)$$

由式(20)可知, $c(k, l)$ 是图像分别沿垂直和水平方向的插值系数,并可由式(21)求得.

可通过求一阶微分的极大值来检测图像边缘,这个过程分为2步,首先需要分别沿水平和垂直2个方向求微分,然后求出其梯度矢量

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} = \sum_{k, l \in z} c(k, l) \cdot \frac{\partial b_x^{33}(x-k)}{\partial x} \cdot b_y^{33}(y-l)$$

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} = \sum_{k, l \in z} c(k, l) \cdot b_x^{33}(x-k) \cdot \frac{\partial b_y^{33}(y-l)}{\partial y}$$

这样就得到了每个像素沿垂直方向和水平方向的微分,这一过程,可以表示成一阶微分模板.垂直方向微分模板是一阶微分算子 $(z-z^{-1})/2$ 与离散广义B样条 $B^{33}(z)$ 卷积运算^[8,9]

$$D_x = \frac{1}{l1} \begin{bmatrix} 1 \\ l2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} [1 \quad 0 \quad -1] =$$

$$\frac{1}{2 \cdot l1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ l2 & 0 & -l2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

同理可得水平方向微分模板

$$D_y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{l1} [1 \quad l2 \quad 1] = \frac{1}{2 \cdot l1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & l2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -l2 & -1 \end{bmatrix}$$

由以上算法得到每个像素的方向导数,可计算二维图像梯度,梯度值等于 $\nabla g(x, y) = \sqrt{D_x^2 + D_y^2}$.

如果利用二阶微分的交叉零点来检测图像边

缘,可以利用以下方法处理

$$\nabla^2 g(x, y) = \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y^2} = \sum_{k, l \in z} c(k, l) \cdot \left| \frac{\partial^2 b_x^{33}(x-k)}{\partial x^2} \cdot b_y^{33}(y-l) + b_x^{33}(x-k) \frac{\partial^2 b_y^{33}(y-l)}{\partial y^2} \right|$$

二阶微分模板为

$$\nabla^2 g(x, y) = \frac{\alpha \sin \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{l1} [1 \quad l2 \quad 1] + \frac{\alpha \sin \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} \frac{1}{l1} \begin{bmatrix} 1 \\ l2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad -2 \quad 1] = \frac{1}{l1} \cdot \frac{\alpha \sin \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} \cdot \begin{bmatrix} 2 & l2-2 & 2 \\ l2-2 & -4 \cdot l2 & l2-2 \\ 2 & l2-2 & 2 \end{bmatrix}$$

边缘像素实质上是局部图像范围内灰度的急剧变化点(奇异点),图像边缘就是二维图像中奇异点的集合.反映到频域,边缘点表现为高频信号,而图像噪声也多为高频信号.边缘检测算子也是一种滤

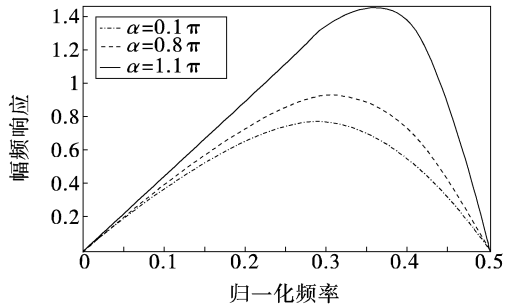


图 2 一阶边缘检测带通滤波器幅频特性

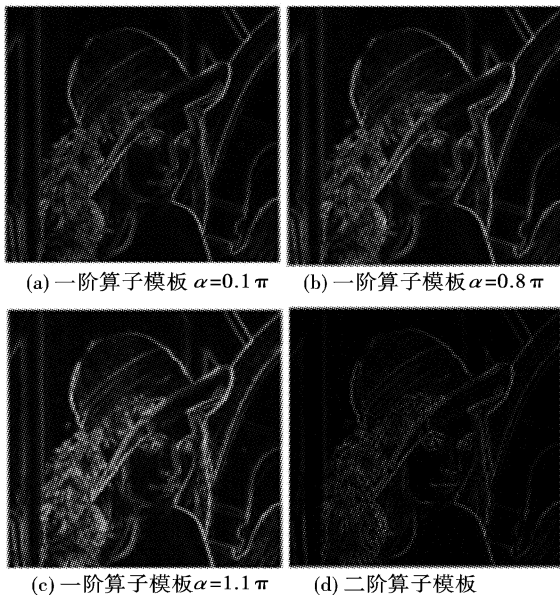


图 3 基于广义 B 样条的边缘检测

波器,它的作用就是要将高频信号从图像中分离出来,同时又要区分边缘与噪声.从传输特性上看,边缘检测滤波器是带通滤波器,它的品质决定了边缘检测的效果.图 2 为 B^{33} 组成的一阶边缘检测带通滤波器幅频特性图,由图 2 可知,随着 α 增大,广义 B 样条边缘检测滤波器的带通中心逐渐向高频段偏移,其结果是提取的图像边缘更突出,单边缘点更少,但噪声也随之增大.

利用基于广义 B 样条的边缘检测算子对 lenna (256×256) 进行处理,提取图像边缘.如图 3 所示,调节尺度因子 α 得到不同效果的边缘检测图像, α 较小时,Lenna 图像边缘较暗,但噪声小;当 α 增大,图像边缘亮度更加清晰,噪声也明显增大.

4 广义 B 样条光滑滤波器与边缘检测

在实际应用中,由于光线和背景等原因,很多图像都是含有噪声的.针对含有噪声的图像,借鉴了光滑样条形式,组建基于广义 B 样条的光滑滤波器,用它来完成直接样条变换过程,可以起到滤除噪声的作用,提高边缘检测算法的抗噪能力.

Schoenberg 和 Reinsh 提出的光滑样条变分公式^[10,11]

$$\epsilon_s^2 = \sum_{i=1}^n (f(i) - s(x_i))^2 + \mu \int_{x_1}^{x_n} \left(\frac{\partial^2 s(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \epsilon_a^2 + \mu \epsilon_r^2 \quad (22)$$

式中, $s(x)$ 为离散信号的样条逼近; ϵ_a 描述逼近程度; ϵ_r 是弯曲能量;用以描述平滑程度; n 为数据总数.其中, μ 为一正值参数,该参数的选择建立了对数据合理逼近和保持滤波器足够平滑两者之间的折中关系,实现了最小曲率和最佳逼近特性,综合式(7)式(17)式(22),可得

$$\epsilon_r^2 = \int_{x_1}^{x_n} \left(\sum_{i=1}^n d^{(2)} * c(i) b^{1r}(x-i) \right) \times \left(\sum_{j=1}^n d^{(2)} * c(j) b^{1r}(x-j) \right) dx \quad (23)$$

根据样条卷积特性,式(23)可以简化为

$$\epsilon_r^2 = \sum_{i=1}^n d^{(2)} * c(i) \sum_{k=i-1}^{i-n} d^{(2)} * c(i-k) b^{3r}(i)$$

所以

$$\epsilon_s^2 = \sum_{i=1}^n (f(i) - (b^{3r}(i) * c(i)))^2 + \mu \sum_{i=1}^n d^{(2)} * c(i) (d^{(2)} * c(i) * b^{3r}(i)) \quad (24)$$

要使 ϵ_s^2 最小,可以通过建立式(24)对 $c(i)$ 导数为零的求导方程,解得 $c(i)$,也即求得相应的平

滑样条系数.可得

$$B^{3r}(z^{-1})F(z) = B^{3r}(z^{-1})B^{3r}(z)C(z) + \mu D^{(2)}(z)D^{(2)}(z^{-1})B^{3r}(z^{-1})C(z) \quad (25)$$

最后可得到

$$C(z) = p_{\mu}^{3r}(z)F(z) = \frac{1}{B^{3r}(z) + \mu(z-2+z^{-1})^2}F(z) \quad (26)$$

$$p_{\mu}^{3r}(z) = \frac{1}{B_1^{3r}(z) + \mu(z-2+z^{-1})^2} \quad (27)$$

从式(26)可以看出,平滑样条系数 $C(z)$ 是由滤波器 $p_{\mu}^{3r}(z)$ 对输入信号进行数字滤波得到的^[12].这一过程也可以看作是光滑滤波意义下的直接样条变换,得到 $C(z)$ 后,再经过间接广义 B 样条变换就可以得到 $s(x)$,整个过程可由图 4 表示.

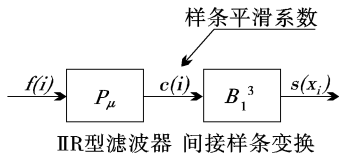


图 4 广义 B 样条滤波器

式(27)可以分解成 2 个互补因式之积^[13]

$$p_{\mu}^{3r}(z) = p'(z)p'(z^{-1})$$

$$\text{并且 } p'(z) = \frac{1 - 2\rho\cos(\omega) + \rho^2}{1 - 2\rho\cos(\omega)z^{-1} + \rho^2z^{-2}}$$

其中, ρ 和 ω 是式(27)的特征多项式 2 个最小共轭复根的幅值和相角.为了方便表述,可建立下面的关系式

$$\begin{cases} A = 1 - 2\rho\cos(\omega) + \rho^2 \\ b_1 = 2\rho\cos(\omega) \\ b_2 = -\rho^2 \end{cases}$$

$$\text{则 } p_{\mu}^{3r}(z) = \frac{A}{1 - b_1z^{-1} - b_2z^{-2}} \cdot \frac{A}{1 - b_1z - b_2z^2}$$

于是 $P_{\mu}^{3r}(z)$ 就可以用简单的递归算法实现,从而求出在光滑滤波意义下的一维样条插值系数 $C(z)$,其计算过程只需要 2 步即可实现,设 $wz(k)$ 为中间序列

$$(1) wz(k) = Af(k) + b_1wz(k-1) + b_2wz(k-2) \quad k = 3 \cdots M$$

$$(2) c(M-k+1) = Awz(M-k+1) + b_1c(M-k+2) + b_2c(M-k+3) \quad k = 3 \cdots M$$

对于二维图像,将一维算法分别沿水平方向和垂直方向计算,即可得到光滑滤波意义下的二维样

条插值系数 $c(k, l)$,从而实现直接样条变换.然后采用 3.2 节中介绍的一阶或二阶边缘检测算子求出图像边缘.整个算法结构简单,计算效率高.

如图 5,其中的图像均含有不同程度的高斯噪声,用文中提出的边缘检测算法提取图像边缘.并与传统差分算子比较,可以看出,具有光滑滤波器性质的边缘检测方法具有更好抗噪声能力.

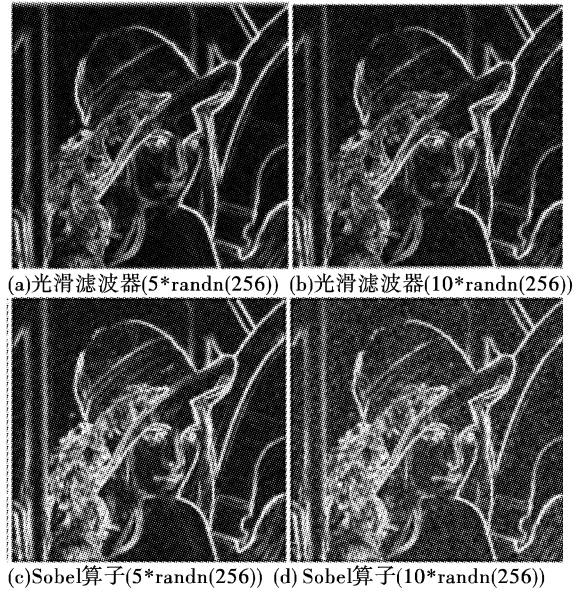


图 5 具有光滑滤波器性质的边缘检测

5 结 论

首先介绍了广义 B 样条及其推导过程,并以第三类型三阶 B 样条为基函数组建了新的边缘检测算法.由广义 B 样条导数的递推性质,推导出三阶样条的一阶和二阶微分算子,接着将这些微分算子推广到二维空间,得到了用于灰度图像边缘检测的一阶和二阶微分算子模板.微分算子带有尺度因子,在一定范围内可通过调节尺度得到最佳边缘效果.其后又将广义 B 样条和光滑样条变分公式相结合,组建了基于广义 B 样条函数的光滑滤波器,该滤波器可以实现光滑滤波意义下的直接样条变换,与微分算子配合能有效地滤除图像背景中的噪声.实验结果证明,文中提出的基于广义 B 样条的边缘检测算法从表征效果和抗干扰能力上均优于传统算子.本文的意义还在于进一步完善和发展样条逼近理论,推广样条函数的应用.

(下转第 71 页)

使用 VC++ 6.0 进行仿真实验,运行环境为 Intel Core2 CPU,内存为 2 G 的计算机.含噪红外图像的峰值信噪比为 28.18 dB,分别计算 5 种方法的峰值信噪比 PSNR 和处理时间 t ,计算结果如表 1,从表 1 中可以看出,小波阈值去噪法较传统的均值平滑法和中值滤波法处理效果好,就小波阈值法而言,全局方差法的 PSNR 最高,但处理时间最长,局部方差法处理时间较短,但 PSNR 较大,改进的小波阈值法在 PSNR 和处理时间上得到了较好的平衡,PSNR 比传统方法提高 2~3 dB,较局部方差法提高 1.2 dB,时间比对全局方差法快 26 ms,该方法红外图像系列的处理效果较好.

表 1 5 种去噪方法峰值信噪比和处理时间对比

方 法	PSNR	t /ms
含噪图像	28.18	-
均值平滑	32.75	56
中值滤波	33.57	100
全局方差法	36.73	75
局部方差法	34.08	37
改进小波阈值法	35.24	49

5 结 束 语

通过小波分解后 HH 高频子带系数的直方图对

(上接第 66 页)

参考文献

- [1] 李俊山,李旭辉.数字图像处理[M].北京:清华大学出版社,2007:167-175.
- [2] M Unser, A Aldroubi, M Eden. B-spline signal processing: Part I -Theory[J]. IEEE Transactions on signal processing, 1993, 41(2): 821-832.
- [3] M Unser, A Aldroubi, M Eden. B-spline signal processing: Part II-Efficient Design and Applications[J]. IEEE Transactions on signal processing, 1993,41(2): 834-848.
- [4] R Panda, G Rath, B N Chatterji. Generalized B-spline signal processing[J]. Signal Processing, 1996,55: 1-14.
- [5] R Panda, B N Chatterji. Least squares generalized B-spline signal and image processing[J]. Signal Processing, 2001,81: 2005-2017.
- [6] B Forster, T Blu, M Unser. Complex B-splines. Applied and Computational Harmonic Analysis [J]. 2006,20(2):

红外图像的噪声类型进行了识别,使图像去噪更具针对性,方法简单有效.提出的改进标准方差估计方法综合了全局方差和局部方差估计的优点,通过理论分析和实验验证,表明该方法在去噪效果和处理速度上得到了较好的平衡.由于文中识别方法主要针对高斯噪声和椒盐噪声,而且权重系数必须根据实际场景先进行求取,下步的工作应包括:(1)探讨其他噪声类型的识别方法;(2)研究不同场景红外图像系列去噪的自适应算法.

参考文献

- [1] 王永仲.现代军用光学技术[M].北京:科学出版社,2003.
- [2] 徐南荣,卞南华.红外辐射与制导[M].北京:国防工业出版社,1997.
- [3] 邹前进,冯亮,汪亚.红外图像空间噪声分析和预处理方法改进[J].应用光学,2007,28(4):427-428.
- [4] Chang S Grace, Bin Yu, Martin Vetterli. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(9): 1522-1531.
- [5] 宗思光,王江安.多量级多向梯度海空复杂背景红外弱点目标检测[J].应用光学,2005,26(5):25-28.
- [6] 张强,那彦,李建军.基于边缘几何特征和频域相关技术的图像匹配方法[J].应用光学,2006,27(4):285-288.
- [7] 张旗,梁德群,樊鑫等.基于小波域的图像噪声类型识别与估计[J].红外与毫米波学报,2004,23(4):283-284.
- [7] H S Hou, H C Andrews. Cubic splines for image interpolation and digital filtering[J]. IEEE Trans., 1978,26(6): 508-517.
- [8] 李开宇.基于 B-样条插值的图像边缘检测[J].南京航空航天大学学报,2007,39(2):198-203.
- [9] J Prades-Nebot, Albiol A, Bachiller C. Enhanced B-Spline Interpolation of Images[J]. Image Processing, 1998,3: 289-293.
- [10] I J Schoenberg. Spline functions and the problem of graduation[J]. Proc. Nat. Acad. Sci., 1964,52: 947-950.
- [11] C H Reinsh. Smoothing by spline functions[J]. Numer. Math.,1967,10: 177-183.
- [12] M unser, T Blu. Self-similarity: Part I -Spline and Operators[J]. IEEE Trans. On signal processing,2007, 55(4): 1352-1363.
- [13] 许景波.高斯滤波器基本理论与应用研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.