

· 光电器件与材料 ·

## 用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算冷屏内壁 表面辐射光线在探测器芯片上的分布状态

王忆锋, 毛京湘, 范乃华

(昆明物理研究所, 云南 昆明 650223)

**摘要:**以圆形冷屏中的  $640 \times 512$  面阵器件为例, 基于几何光学的基本原理, 将冷屏内壁表面辐射抽象为一定数量、可用 MATLAB 随机产生的几何光线。追踪这些光线的去向, 统计出其中直接投射、或者经过一次反射后落入探测器各光敏元的光线数量, 通过直方图、散落点图等途径分析冷屏内壁表面辐射光线在探测器芯片上的分布状态。

**关键词:**冷屏; 表面辐射; 红外成像系统; 蒙特卡罗方法; MATLAB

中图分类号: O435

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2010)03-0039-06

### Computation of distribution of radiant rays from inner wall surface of cold shield on the detector chip with Monte Carlo method and MATLAB

WANG Yi-feng, MAO Jing-xiang, FAN Nai-hua

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

**Abstract:** Taking the  $640 \times 512$  array device in a circular cold shield for example, the radiation from inner wall surface of the cold shield can be abstracted into a certain amount of geometric rays which could be generated randomly with MATLAB. Through tracing their directions, the numbers of rays that projected directly or fallen after a reflection into the pixels of detector can be obtained. The distribution of radiant rays from inner wall surfaces of cold shield can be analyzed with histogram and spot diagram.

**Key words:** cold shield; surface radiation infrared imaging system; Monte Carlo method; MATLAB

冷屏在制冷型红外成像系统中起着限制来自周围部件的杂散热辐射投射到探测器芯片上的作用<sup>[1]</sup>。另一方面, 冷屏内部由于自身温度产生的表面辐射也可能投射到探测器光敏面, 这部分辐射量若超过一定阈值则构成影响探测器信噪比的噪声。以圆形冷屏中的  $640 \times 512$  面阵器件为例, 基于几何光学和蒙特卡罗方法的基本原理, 将冷屏表面辐射抽象为一定数量的几何光线; 这些光线可以用 MATLAB 随机产生, 通过追踪这些光线的去向, 统计出其中直接投射、或者经过一次反射后落入探测器各光敏元的光线数量, 借助直方图可以分析冷屏内壁自身辐射在探测器芯片上的数量分布状态, 借

助散落点图可以分析冷屏内壁自身辐射在探测器芯片上的空间分布状态。

### 1 冷屏内壁侧面辐射光线在探测器芯片上的分布状态

考虑如图 1 所示的一种简化的圆形冷屏与探测器芯片之间的几何结构,  $z$  轴与冷屏圆心及芯片的中心连线重合。冷屏整体为一圆柱结构, 半径为  $R$ , 高度为  $H$ ; 冷屏开口半径为  $r$ ; 矩形探测器芯片的尺寸为  $2a \times 2b$ 。冷屏内壁侧面的表面辐射光线可以根据其去向分为 3 类: 第 I 类直接投向冷屏顶面; 第 II

收稿日期: 2010-04-28

作者简介: 王忆锋(1963-), 男, 湖南零陵人, 工学士, 高级工程师, 曾赴美国内布拉斯加大学林肯分校计算机系做国家公派访问学者。目前主要从事器件仿真研究。

类投向冷屏底面;第Ⅲ类投向相对侧面.

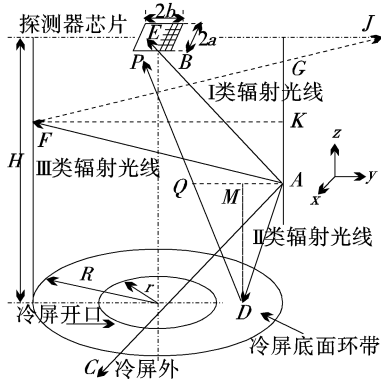


图1 根据光线去向,冷屏内壁侧面辐射可以分为3类

对于冷屏内壁侧面上的随机点,采用如下极坐标形式生成

$$\begin{cases} x_A = R \cos \theta \\ y_A = R \sin \theta, \text{其中 } \theta = 2\pi \cdot \text{rand}(1) \\ z_A = H \cdot \text{rand}(1) \end{cases} \quad (1)$$

A点的坐标为 $A(x_A, y_A, z_A)$ ,产生一组随机数 $(p, q, s)$  ( $0 \leq p, q, s \leq 1$ ),并将该组随机数作为经过点A的直线AB的方向数,根据解析几何公式<sup>[2]</sup>可以写出直线AB的方程;当 $z = H$ 时,直线AB与芯片平面相交,其交点E的坐标为

$$\begin{cases} x_E = \frac{p(H - z_A)}{s} + x_A \\ y_E = \frac{q(H - z_A)}{s} + y_A \end{cases} \quad (2)$$

当 $z = 0$ 时,直线AB与 $xoy$ 平面相交,其交点D的坐标为

$$\begin{cases} x_D = -\frac{pz_A}{s} + x_A \\ y_D = -\frac{qz_A}{s} + y_A \end{cases} \quad (3)$$

具体的分类标准如下:

①当 $x_E^2 + y_E^2 \leq R^2$ 时,辐射光线落在冷屏顶面内,为第Ⅰ类辐射光线;当同时满足 $|x_E| \leq a, |y_E| \leq b$ 时,E点落在芯片区域内;

②当 $x_D^2 + y_D^2 \leq R^2$ 时,辐射光线落在冷屏底面内,为第Ⅱ类辐射光线;当 $x_D^2 + y_D^2 \geq r^2$ 时,表明辐射光线落在冷屏底面环带上,只有这部分辐射光线才可能反射回探测器芯片;其余部分的辐射光线通过孔径达到冷屏之外,其对芯片光敏元的影响可不再考虑.

已知D点的坐标为 $D(x_D, y_D, 0)$ ,MD为等腰三角形 $\triangle ADQ$ 的顶角平分线(高),M点的坐标为

$M(x_D, y_D, z_A)$ ,Q点的坐标为 $Q(x_Q, y_Q, z_A)$ .因为 $QD = AD, AQ = QM + MA = 2MA$ ,故有

$$\begin{cases} (x_Q - x_D)^2 + (y_Q - y_D)^2 = MA^2 \\ (x_Q - x_A)^2 + (y_Q - y_A)^2 = 2 \cdot MA^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$MA = (x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2 \quad (5)$$

输入下列语句

% MATLAB Program Name: solvexQyQ.m

syms p q s xA yA xD yD MA

$[xQ, yQ] = \text{solve}(' (xQ - xD)^2 + (yQ - yD)^2 = MA^2, '(xQ - xA)^2 + (yQ - yA)^2 = 2 * MA^2, 'xQ', 'yQ')$

可以得到 $x_Q$ 和 $y_Q$ 的2组表达式,由于即使用`simple()`命令化简后,计算结果仍然较长,故可不必再追求写出其解析表达式,可将化简结果直接复制、粘贴到MATLAB程序中.式(4)是一个二元二次方程,有2组解.这里选取满足 $x_Q^2 + y_Q^2 \leq R^2$ 的那一组值.

根据解析几何公式<sup>[2]</sup>可以写出直线DQ的方程;当 $z = H$ 时,直线DQ与芯片所在平面相交,其交点P坐标为

$$\begin{cases} x_P = \frac{H(x_Q - x_D)}{z_Q} + x_D \\ y_P = \frac{H(y_Q - y_D)}{z_Q} + y_D \end{cases} \quad (6)$$

如果 $|x_P| \leq a, |y_P| \leq b$ ,则表明P点落在芯片区域内,计数器加1.

③如果①和②都不满足,即当 $x_E^2 + y_E^2 > R^2, x_D^2 + y_D^2 > R^2$ 时,则为第Ⅲ类投向相对侧面的辐射光线.

设从点A发出的一条光线投射到对面冷屏内壁的F点,其坐标为 $F(x_F, y_F, z_F)$ ,

$$\begin{cases} \frac{x_F - x_A}{p} = \frac{y_F - y_A}{q} = \frac{z_F - z_A}{s} \\ x_F^2 + y_F^2 = R^2 \end{cases} \quad (7)$$

在MATLAB输入下列语句

% MATLAB Program Name : solvezF.m

syms p q s xA yA zA R

$zF = \text{simple}(\text{solve}(' (p * (zF - zA))/s + xA)^2 + (q * (zF - zA)/s + yA)^2 = R^2, 'zF')$

其结果可写为

$$z_F = [ -s(p x_A + q y_A) + (p^2 + q^2) z_A \pm s \sqrt{(p^2 + q^2) R^2 - (q x_A - p y_A)^2} ] / (p^2 + q^2) \quad (8)$$

其中,  $z_F$  值的选取必须满足  $z_F > z_A$ , 即选取投向芯片所在平面的反射光线. 另有

$$\begin{aligned} x_F &= \frac{p(z_F - z_A)}{s} + x_A \\ y_F &= \frac{q(z_F - z_A)}{s} + y_A \end{aligned} \quad (9)$$

FG 是 AF 的反射光线. 取  $\triangle AFG$  为等腰三角形, 可求出 G 点的坐标为  $(x_A, y_A, 2z_F - z_A)$ . 根据解析几何公式<sup>[2]</sup>, 可以写出直线 FG 的方程, 它与芯片所在大平面 ( $z = H$ ) 的交点坐标为

$$\begin{aligned} x_J &= \frac{(H - z_F)(x_A - x_F)}{z_F - z_A} + x_F \\ y_J &= \frac{(H - z_F)(y_A - y_F)}{z_F - z_A} + y_F \end{aligned} \quad (10)$$

如果  $|x_J| \leq a, |y_J| \leq b$ , 则表明 J 点落在芯片区域内, 计数器加 1.

随机模拟过程中可能出现  $z_F = z_A$  的情况, 这时从 A 点投射到 F 点的光线又被反射回 A 点, 因此有  $x_F = x_A = x_J, y_F = y_A = y_J$ , 程序中需要加入一条语句来加以判断, 若直接按式 (10) 计算会出现语法错误.

## 2 探测器光敏元坐标格式与光线计数矩阵的对应关系

FPA 器件由数量众多的探测器单元构成, 例如  $320 \times 240, 640 \times 512, 2\ 048 \times 2\ 048$  等等. 探测元有效光敏面积与整个探测元几何面积之比称为(几何)填充因子. 对于文中的分析计算, 假设填充因子等于 1. 各光敏元排列成图 2a 所示的矩阵结构, 其中坐标原点取在矩阵中心所在位置. 而 MATLAB 的矩阵格式如图 2b 所示, 其中矩阵各元素的值记录了相应光敏元落入的光线数. 两者之间对应关系的转换可以通过下列一个子程序完成.

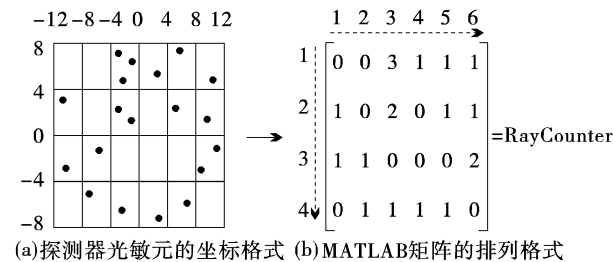


图 2 探测器光敏元坐标格式与光线计数矩阵的对应关系

```
function [j,k] = judgexy(xr,yr,d,YPixelNumber,XPixelNumber)
if (xr>d) k = XPixelNumber + fix(xr/d) + 1; end
if (xr<=d) & (abs(xr)>0) k = XPixelNumber + 1; end
if (xr<0) k = XPixelNumber + floor(xr/d) + 1; end
if (yr>=d) j = fix(yr/d); end
if (yr>=0) & (yr<d) j = YPixelNumber; end
if (yr<0) j = YPixelNumber + abs(floor(yr/d)); end
```

调用 MATLAB 的 image() 函数, 可以将 Ray-Counter 显示为一幅伪彩色图或伪灰度图. 因为不管是对彩色还是灰度, 人眼的分辨能力都是有限的, 例如, 人眼对灰度图像只能分辨约 40 个级灰度<sup>[3]</sup>; 这一点反映在这里, 就是由于大量的像素值拉不开足够的差距或层次, 除了随机分布外, 人眼难以从伪图上看具有描述意义的图像特征, 故文中未列出伪图示例, 转而以直方图及同一计数值的光敏元空间分布图或散落图来分析.

图 3 为 10 亿条光线数时的直方图曲线, 其最大值为 151, 最小值为 57; 即光敏元 (1 个) 上落入的最大光线数为 151 条,  $640 \times 512 = 327\ 680$  个光敏元中, 最少的 (1 个) 也落入了 57 条光线. 像素的最大值和最小值与所用的光线数直接相关. 当取 1 亿条光线时, 其中一次的最大值为 30, 最小值为 0. 从图 3 中可以看到, 若以峰值点为界, 大多数像素值与峰值的差异都在 20 左右, 再加上分布的随机性, 这应是人眼对据此画出的伪图难以有效分辨的原因所在. 从 1 亿条、10 亿条光线数的计算结果来看, 其直方图分布曲线具有明显的相似性. 由此可以推断, 若计算 100 亿条甚至更多数量的光线, 其基本趋势仍应大体如此.

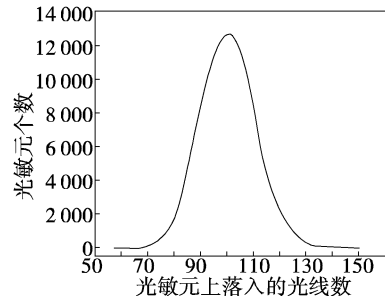


图 3 冷屏侧壁辐射光线落入  $640 \times 512$  芯片的直方图分布曲线

落在各光敏元上的冷屏内壁表面辐射光线必须累积达到一定数量后才能转化为对信噪比有贡献的噪声, 换言之, 即存在一个阈值, 低于此阈值的辐射光线对信噪比没有影响, 可以忽略不计. 在相同光线



对于圆环上的随机点  $U(x_U, y_U, 0)$ , 采用如下极坐标形式生成

$$\begin{cases} x_U = \rho \cos \theta \\ y_U = \rho \sin \theta \\ z_U = 0 \end{cases} \text{ 其中, } \begin{cases} \rho = r + (R - r) \cdot \text{rand}(1) \\ \theta = 2\pi \cdot \text{rand}(1) \end{cases} \quad (11)$$

产生一组随机数  $(p, q, s)$ , 并将该组随机数作为经过点  $U$  的直线  $UV$  的方向数, 根据解析几何公式<sup>[2]</sup>可以写出直线  $UV$  的方程; 当  $z = H$  时, 直线  $UV$  与芯片所在平面相交, 其交点  $T$  的坐标为

$$\begin{cases} x_T = \frac{pH}{s} + x_U \\ y_T = \frac{qH}{s} + y_U \end{cases} \quad (12)$$

①如果  $x_T^2 + y_T^2 \leq R^2$ , 同时  $|x_T| \leq a, |y_T| \leq b$ , 则表明  $T$  点落在芯片区域内;

②如果  $x_T^2 + y_T^2 > R^2$ , 说明直线  $UV$  与冷屏侧面相交, 但是  $T$  点落在冷屏侧面外面, 这时需要重新确定  $UV$  与冷屏侧面交点  $W$  的坐标; 将直线  $UV$  的方程与柱面圆周方程联立, 可以写出

$$\left(\frac{pz_W}{s} + x_U\right)^2 + \left(\frac{qz_W}{s} + y_U\right)^2 = R^2 \quad (13)$$

执行下述程序

```
% MATLAB Program Name : solvezW.m
syms p q s xU yU zU R
zW = simple(solve('(p * zW/s + xU)^2 + (q * zW/s + yU)^2 = R^2', 'zW'))
```

可以得到

$$z_W = \frac{-s(px_U + qy_U) \pm \sqrt{(p^2 + q^2)R^2 - (qx_U - py_U)^2}}{p^2 + q^2} \quad (14)$$

$z_W$  可能为负值. 根据这里的情况, 选取  $z_W > 0$  的计算结果.

如图 5 所示, 在  $UW$  与其镜面反射线  $WLN$  构成的平面  $UWL$  中,  $\triangle UWL$  为等腰三角形,  $L$  点的坐标为  $L(x_L, y_L, z_L)$ ; 因为  $UW = WL$ , 根据直线长度计算公式<sup>[2]</sup>, 容易求出

$$z_L = 2z_W \quad (15)$$

根据解析几何公式<sup>[2]</sup>, 可以写出直线  $WL$  的方程, 并求出  $WL$  与芯片所在 (大) 平面的交点坐标  $S(x_S, y_S, H)$  为

$$\begin{cases} x_S = \frac{H - z_W}{z_W}(x_U - x_W) + x_W \\ y_S = \frac{H - z_W}{z_W}(y_U - y_W) + y_W \end{cases} \quad (16)$$

如果  $|x_S| \leq a, |y_S| \leq b$ , 则表明  $S$  点落在芯片区域内, 计数器加 1.

计算 10 亿条光线数时, 其中一次画出的直方图曲线如图 6 所示. 该次计算结果的最大值为 165, 最小值为 58; 即最多有 165 条光线落在芯片的某一光敏元上, 最少的也落入了 58 条光线. 限于篇幅, 源程序略.

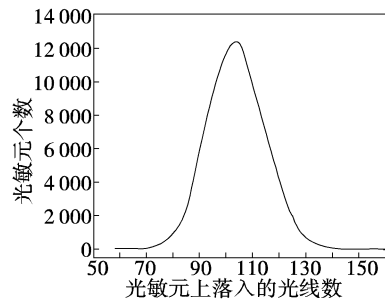


图 6 冷屏底面辐射光线落入  $640 \times 512$  芯片的直方图分布曲线

## 4 结 束 语

芯片上除了探测器光敏面外, 还有部分非敏感区, 如制作过程中形成的芯片间距、芯片边缘的附属电路等, 这部分区域又称为“死区 (Dead Space)”. 死区的存在减小了填充因子. 为了使有效光敏区最大, 要求死区最小, 如要求同一母板上相邻芯片之间的死区小于 4 个像素, 相邻母板上的相邻芯片之间的死区小于 6 个像素<sup>[4]</sup>. 文中的分析计算假设填充因子等于 1, 即没有考虑死区的影响. 若能给出光敏元的分布边界尺度, 上述程序只要略作修改, 也可用于引入死区后的辐射分布计算. 较为接近真实辐射分布的随机仿真计算量巨大, 对计算机运算速度的要求非常高. 在没有超级计算能力的情况下, 以 10 亿条光线来做一阶近似分析, 其结果应具有一定的可借鉴性.

## 参 考 文 献

[1] 王忆锋, 范乃华, 毛京湘. 用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算冷屏效率[J]. 光电技术应用, 2010, 25(1): 26-28, 32.  
[2] 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出

版社,1979.

- [3] Kenneth R Castleman. Digital Image Processing [M]. Prentice Hall Inc,1996.

- [4] M Schlessinger, W S Chan. Design requirements for large-scale focal planes[J]. SPIE 1981, 282:2-14.

(上接第 23 页)

曲线,其间会有起伏.但随着距离的增大,总体上来看,后向散射光功率还是逐渐减弱的.当距离从 3 cm 增加到 43 cm 时,后向散射光功率从 20.9 nW 减小到 2.9 nW.

### 2.3 数据分析

将 2 组数据进行对比,在同一距离下有无气泡幕后向散射光信号功率取比值,将其作为气泡幕激光后向探测中的信噪比 SNR,结果如图 5 所示.可以看出,随着接收器与发射器之间距离的增大,虽然水体后向散射光信号和气泡幕后向散射光信号均变弱,但信噪比得到了增强.当距离从 3 cm 增加到 43 cm 时,信噪比从 0.96 增大到 1.23,增幅 37.5%.当距离为 3 cm 时,信噪比最小,为 0.96,其值接近 1,已很难判定气泡幕的存在;当距离为 33 cm 时,信噪比最大,达到 1.32.因此,适当增大接收器与发射器之间的距离,对气泡幕后向光散射信号的接收是有利的.

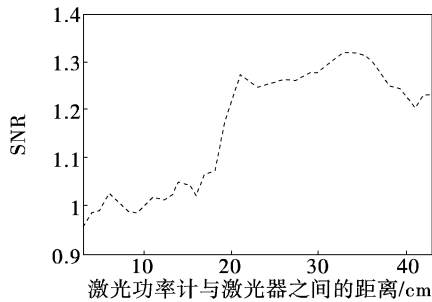


图 5 有无气泡的差值随距离的变化

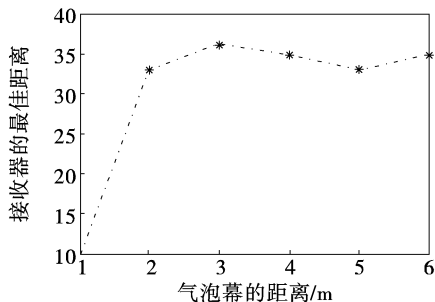


图 6 探测器最佳位置随气泡幕距离的变化

保持气泡幕的供气气压不变,改变气泡幕距离激光器和探测器的距离,再次对后向散射光功率进

行测量,分别找出有无气泡幕时光功率差值最大所对应的距离值,结果如图 6 所示.可以看出,当气泡幕距离在 2 m 以上时,最佳距离均在 35 cm 左右.这就说明,要想对远距离气泡幕进行探测,需要保持接收器与发射器之间的距离在 35 cm 为好,系统的探测性能可达到最佳.

## 3 结 论

理论和实验研究结果表明,适当增加发射器和接收器之间的距离,有利于水体后向光散射信号的抑制,有利于提高有无气泡幕信号之间的差异,从而有利于水下气泡幕的激光后向探测.这种方法简单、有效、可靠,且易于实现.

### 参考文献

- [1] Pereira F, Gharib M, Dabiri D, et al. Instantaneous whole field measurement of velocity and size of air microbubbles[C]//Tenth International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Portugal, 2000, 38(4):1-11.
- [2] Zhang Xiaodong, Marlon Lewis. The Volume Scattering Function of Natural Bubble Populations[J]. Limnology & Oceanography, 2002, 47(5): 1273-1282.
- [3] Zhang Xiaodong, Marlon Lewis, Bruce Johnson. Influence of Bubbles on Scattering of Light in the Ocean [J]. Applied Optics, 1998, 37(27): 6525-6536.
- [4] Alexander A Kokhanovsky. Optical properties of bubbles [J]. Journal of Optics A, 2003, 5:47-52.
- [5] Alexander A Kokhanovsky. Single Light Scattering: Bubbles versus Droplets [J]. America Journal of Physics, 2004, 72(2): 258-263.
- [6] 刘继芳,雷卫宁,冀邦杰.光检测尾流特征中抑制背景干扰的方法[J].鱼雷技术,2007, 15(2):24-27.
- [7] 马治国,王江安,蒋兴舟.水体散射对气泡后向光散射特性的影响[J].激光与红外,2007, 37(11):1153-1155.
- [8] 马治国,王江安,石晟玮.水中气泡激光后向散射衰减特性研究[J].激光与红外,2008, 38(1):14-16.