

· 图像与信号处理 ·

## 噪声对哈达码变换解码算法的影响

李 芸<sup>1</sup>, 相里斌<sup>2</sup>, 周锦松<sup>1</sup>, 魏儒义<sup>1</sup>

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119; 2. 中国科学院光电研究院, 北京 100190)

**摘要:** 在哈达码变换成像光谱仪中, 哈达码解码是非常重要的, 其中噪声对解码又带来一定的影响。介绍了哈达码变换成像光谱仪的基本原理, 在此基础上重点分析了用逆滤波法对哈达码解码的算法。在实际的成像过程中, 由于会不可避免地引进噪声, 通过分析, 初步研究了高斯模糊噪声对哈达码解码算法的影响, 并给出了计算机仿真结果, 对于进一步研究哈达码解码算法具有重要意义。

**关键词:** 哈达码; 逆滤波法; 噪声; 计算机仿真

中图分类号: TP335

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2010)02-0057-04

## Noise's Impact on Hadamard Transform Decoding Algorithm

LI Yun<sup>1</sup>, XIANG Li-bin<sup>2</sup>, ZHOU Jin-song<sup>1</sup>, WEI Ru-yi

(1. Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China;

2. Academy of Opto-electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** In the Hadamard transform imaging spectrometer, the Hadamard decoding is very important, and the noise brings an affect on the decoding to a certain extent. The basic principles of the Hadamard transform imaging spectrometer are described. On this basis, the inverse filtering method for Hadamard decoding algorithms is analyzed. In the actual imaging process, the noise will be inevitably introduced. Through analysis, the impact of the Gaussian blur noise on the Hadamard decoding algorithm is primarily studied, the computer simulation results are given. It is very important for the further study of Hadamard decoding algorithm.

**Key words:** Hadamard; inverse filtering method; noise; computer simulation

哈达码变换用在成像光谱仪中最早起源于 Golay<sup>[1]</sup> 的多狭缝静态光谱仪, 主要是为了增加光谱仪的入射光通量而采用了多狭缝, 后来逐渐形成了哈达码变换成像光谱仪<sup>[2]</sup>。它可同时对被测物体进行成像分析和光谱成分分析, 具有入射光通量大, 测量信噪比高的优点。在哈达码变换成像光谱仪中, 由于采用了编码模板, 使 CCD 上得到的图像是编码像, 因而进行有效的解码是至关重要的, 在解码过程中噪声是个不容忽视的问题。文中主要讨论在哈达码变换成像中, 根据一定的最优准则采用逆滤波法进

行哈达码解码。由于噪声使得编码像产生一定的退化, 通过计算机仿真, 初步研究了高斯模糊噪声对哈达码解码的影响, 对于哈达码解码算法的优化及改进具有重要意义。

## 1 哈达码成像光谱仪的原理

哈达码成像光谱仪是模板调制光学多通道技术与常规光谱仪相结合的产物。常规的色散型光谱仪由于有狭缝的限制, 一次只能测量一个通道, 哈达码

收稿日期: 2010-02-01

基金项目: 国家自然科学基金(40805013)

作者简介: 李芸(1984-), 女, 甘肃天水人, 硕士研究生, 主要研究光谱成像技术, 光学设计; 导师简介: 相里斌(1967-), 男, 陕西西安人, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为光谱成像技术。

成像光谱仪是用哈达码模板取代了狭缝。研究表明哈达码是二元数字码绝对完善的标准，它具有高通量和多通道的双重显著优点，认为是最优的编解码的方法。20世纪70年代中期，Harwit 和 Sloane<sup>[3]</sup>将统计学中的称重设计理论引入光学领域，形成基于阿达玛变换的光谱与成像技术的编码解码理论。在哈达码变换成像光谱仪中，用哈达码模板取代了传统的狭缝，如图1所示。

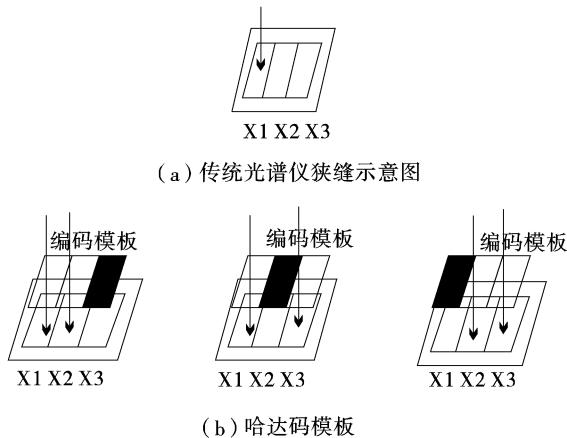


图 1 哈达码模板取代传统狭缝示意图

图 1a 所示为物面的  $X_1, X_2, X_3$  3 个物元/谱元的强度示意图，在传统的光谱仪中，每次只能从狭缝中测量 1 个物元/谱元，测量 3 次，测量全 3 个物元/谱元。在采用了编码模板后，就可以按图 1b 所示用组合的方式进行测量，每次测量其中 2 个物元/谱元的量值，测量 3 次，得到 3 个方程，按照统计学中的称重设计理论，这样组合测量的方式，可以使误差达到最小<sup>[4]</sup>。3 次测量必须是独立的，产生 3 个线性无关的方程组，这样才可以求得方程解，对图像进行解码。将 3 次测量过程写成矩阵形式得(1 表示透光，0 表示阻光)

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 101 \\ 001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

要使此方程组有解，也要求编码矩阵必须是线性独立的，经过理论分析，认为哈达码矩阵是理论上最佳编码矩阵，构成了哈达码变换成像光谱技术的理论基础<sup>[5]</sup>。

实际中的物体都是由多物元/谱元组成的，采用图 1b 所示的单个模板逐次测量显然是不可能的。在实际应用中，一般采用循环编码的方法来构造一种循环模板，每一次测量时，单个模板是由这个循环模

板向左或向右移动 1 个元素来形成的，多次测量就形成了 1 个模板矩阵<sup>[6]</sup>，如图 2 所示的是 1 个一维模板。

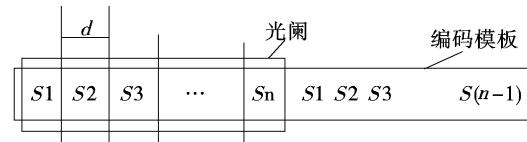


图 2 循环哈达码模板移动示意图

由图 2 中所示位置开始，以步进方式（步距为狭缝宽度  $d$ ）移动，对  $n$  个物元/谱元进行编码，每次测量移动一步，由探测器获得  $n$  个物元/谱元的一次编码组合，当测得  $n$  个编码组合（含起始位置）后，即形成了编码像，对编码像进行解码即可复原图像。

## 2 哈达码变换编码解码的数学模型

通常所说的哈达码变换成像光谱仪都是双编码成像光谱仪，既可以对图像的空间信息进行编码解码，也可以对图像的光谱信息进行编码解码，文中重在讨论解码算法，故无论是空间信息还是光谱信息，其原理是一样的，为了便于计算机仿真，下面只讨论对空间信息的哈达码编码解码。

在光学编码成像的信号探测系统中，假设要获取一幅二维图像的空间信息，实际上就是获取图像光强信号的空间分布和信号量的大小。在一个二维空间中考虑一幅图像的编码形式，设  $(X, Y)$  为一幅二维图像的空间坐标， $\varphi(X, Y)$  为  $(X, Y)$  的函数，其大小对应于该坐标处像元的强度，获取图像的空间信息就是确定  $\varphi(X, Y)$  的分布，在实际的光学成像系统中，所测量到的信息是离散化的信息。为此，对目标图像进行离散化处理，对于一维模板，将它划分为  $n$  个像元， $n$  为划分列数，则一幅二维图像的信息可表示为

$$\begin{bmatrix} \varphi(x_1, y_1) & \varphi(x_1, y_2) & \cdots & \varphi(x_1, y_n) \\ \varphi(x_2, y_1) & \varphi(x_2, y_2) & \cdots & \varphi(x_2, y_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi(x_m, y_1) & \varphi(x_m, y_2) & \cdots & \varphi(x_m, y_n) \end{bmatrix} \quad (2)$$

此时，共有  $n$  个未知数，需要进行  $n$  次组合测量。假设第  $i$  次测量中，编码板的构型为  $W_{i1}, W_{i2}, \dots, W_{in}$ ，则相应的测量值为

$$Y_i = \sum_{i=1}^s W_i \varphi(x, y_i) + e_i \quad 1 \leq s \leq n \quad (3)$$

式中， $(X, Y_i)$  是目标图像上某 1 个像元的中心坐

标;  $\varphi(X, Y)$  是该坐标处像元的强度,  $e_i$  为该次测量的探测器噪声. 令  $Y$  是含有  $n$  个测量值的列向量;  $\varphi(X, Y)$  是含有  $n$  个未知像元的列向量;  $E$  为  $n$  次测量的误差向量;  $W$  为矩阵, 其每行分别描述一次测量过程中一维编码板的构型. 则用矩阵表示上述的测量结果为

$$Y = W^* \varphi(X, Y) + E \quad (4)$$

式(4)即为编码的数学模型. 为了准确地复原图像, 即使恢复出来的  $\hat{Y}$  在某个数学意义上最优, 需要按照一定的准则找到最优的滤波器. 由数字信号处理的知识可得, 在当最优准则为  $L(\hat{\varphi}(X, Y)) = \|Y - W\hat{\varphi}\|^2$  取最小值时, 恢复过程称为无约束恢复, 可以证明, 此时无约束恢复的一般方程为:  $\hat{\varphi} = W^{-1}Y$ , 而  $W^{-1}$  即为编码模板矩阵的逆矩阵, 因此此种滤波法又叫逆滤波法. 由前面的讨论可知若矩阵  $W$  存在可逆矩阵, 则  $\varphi(X, Y)$  的无偏估计为  $W^{-1}Y^{[7]}$ . 其值可以在计算机上编程解出, 由这一无偏估计值可以实现图像重建.

### 3 解码算法的计算机仿真

根据循环编码模板的要求, 构造了下述的循环矩阵<sup>[8]</sup>

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其对应的逆矩阵为

$$C^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 2 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

矩阵模拟图如图 3 所示. 其中 1 白色表示透光部分, 0 黑色表示不透光部分. 模拟用的源图像为图 3a, 仿真出来的模板矩阵为图 3b.

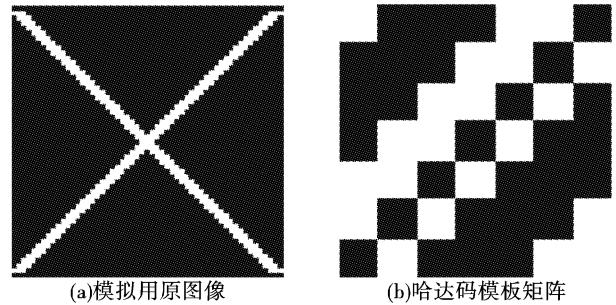


图 3 矩阵模拟图

根据上述方法, 相当于用哈达码模板对源图像进行滤波, 通过计算机仿真, 模拟出来的编码像为图 4a, 再采用逆滤波法对图像进行复原, 复原的图像如图 4b 所示.

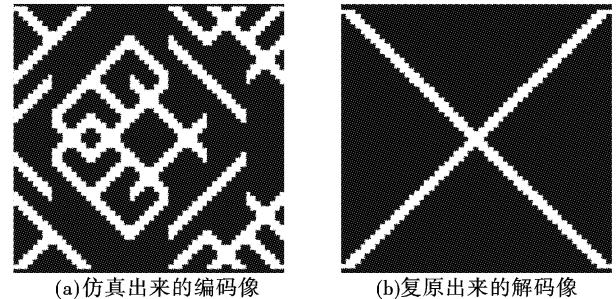


图 4 仿真及逆滤波法复原图像

可见, 当编码像没有噪声时, 采用逆滤波法对编码进行解码, 解码后图像与原图像一模一样, 可以完全不失真的复原图像.

### 4 噪声对解码算法的影响

现在考虑噪声对解码图像的影响: 由于光学仪器的衍射作用, 在哈达码变换光谱仪中, 常见的是模糊噪声, 文中的讨论主要是高斯模糊对图像解码的影响. 高斯模糊所采用的高斯范本是根据二维正态分布(高斯分布)函数计算出来的, 一维正态分布的函数定义为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

其中,  $\mu$  与  $\sigma$  都是常数;  $\mu$  代表期望;  $\sigma^2$  代表方差. 在生成高斯模板时, 主要的参数就是高斯半径, 高斯半径所对应的就是式(7)中的  $\sigma$ , 二维高斯曲面的公式为

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

在 MATLAB 仿真中, 取不同的高斯半径, 可得出不同的高斯模板, 半径取的越大, 所得出的高斯模

板数据越大,滤波后产生的图像越模糊.取高斯半径

$r = 0.1$ ,所得到的模板为  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,只是对中间的

元素乘以系数 1,相当于对图像未做任何改变.当高斯半径取  $r = 0.5$  时,所得到的模板为  $\begin{bmatrix} 0.0113 & 0.0838 & 0.0113 \\ 0.0838 & 0.6193 & 0.0838 \\ 0.0113 & 0.0838 & 0.0113 \end{bmatrix}$ ,用此模板对编码像进行高斯模糊,得出的编码像如图 5a 所示,复原出来的解码像为图 5b 所示.

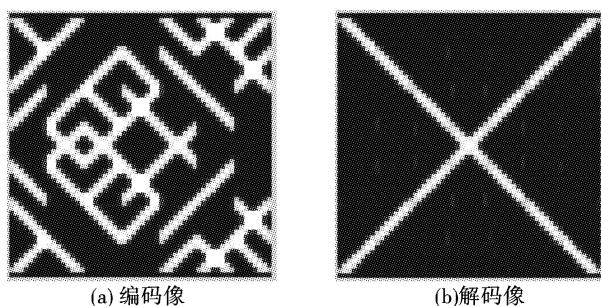


图 5 经过一种高斯模板模糊后的编码像与解码像

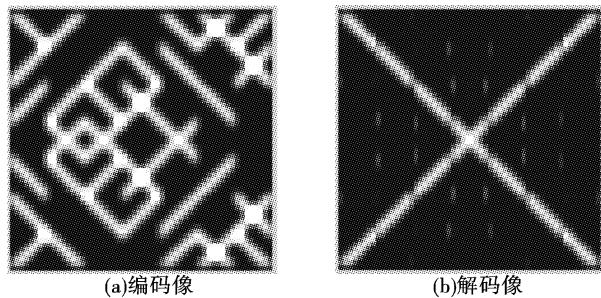


图 6 用通常高斯模板模糊后的编码像与解码像

当高斯半径取  $r = 0.849$  时,就得到通常使用

(上接第 13 页)

- [27] Kiran P Adhi, Roger L Owings, et al. Chemical modifications in femtosecond ultraviolet (248 nm) excimer laser radiation-processed polyimide[J]. Applied Surface Science, 2004, 225: 324–331.
- [28] P E Dyer. Excimer laser polymer ablation: twenty years on[J]. Applied Physics A, 2003, 77:167–173.
- [29] B Luk'yanchuk, N Bityurin, M Himmelbauer, et al. UV-laser ablation of polyimide: from long to ultra-short laser pulses[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B, 1997, 122:347–355.
- [30] A Braun, K Zimmer, F Bigl. The influence of ambient

的高斯模板  $\begin{bmatrix} 0.0625 & 0.125 & 0.0625 \\ 0.125 & 0.2501 & 0.125 \\ 0.0625 & 0.125 & 0.0625 \end{bmatrix}$  用此模  
板对编码像进行高斯模糊,得出的编码像如图 6a 所示,复原出来的解码像为图 6b 所示.

由以上计算机仿真结果,可以得出用逆滤波法进行哈达码解码可在一定程度上抑制高斯模糊所产生的图像退化,但对于退化得非常厉害的图像,其复原效果并不是很理想,同时还在复原图像中引进了新的噪声,新噪声也是呈对称分布,这是因为高斯模板本身是呈对称分布的.针对高斯模板这种特性,可以对逆滤波法进行一定的优化与改进,有待于进一步研究.

## 参考文献

- [1] GOLAY Marcel J E. Multi-Slit Spectrometry[J]. JOSA, 1949, 39(6): 437–444.
- [2] HARWIT Martin. Spectrometric Imager [J]. Applied Optics, 1971, 10(6): 1415–1421.
- [3] HARWIT M, SLOANE N JA. Hadamard Transform Optics[M]. Academic Press, 1979.
- [4] 张攀博.阿达玛变换光谱仪中编码模板的研究[D],硕士毕业论文,2009.
- [5] DECKER J A, HARWIT M Jr. Experimental Operation of a Hadamard Spectrometer [J]. Applied Optics, 1969, 8(12): 2552–2554
- [6] 贾辉,李福田.哈达码变换成像光谱仪编码模板的设计与制作[J].光电工程,2003,30(4):53–55.
- [7] 张凤生,徐志良,徐松柳.提高光谱编码测量分辨本领的精细采样与快速解码[J].青岛大学学报,1999,14(3).
- [8] R ROCCHIA, M ARNAUD, et al. A Multiplex Imaging Spectrometer For Low Energy X-ray Astronomy[J]. Astrophysics and Space Science, 1983, 96: 361–374.

temperature on KrF laser ablation of polyimide in air [J]. Applied Surface Science, 2000, 154–155:73–77.

- [31] T Lippert, J T Dickinson. Chemical and spectroscopic aspects of polymer ablation: Special features and novel directions[J]. Chemical Reviews, 2003, 103: 453–485.
- [32] Chong Zhang, Islam A Salama, Nathaniel R Quick, et al. Determination of thermophysical properties for polymer films using conduction analysis of laser heating[J]. International Journal of Thermophysics, 2007, 28(3): 980–995.