

· 光学设计与制造 ·

用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算冷屏效率

王忆锋, 范乃华, 毛京湘

(昆明物理研究所, 云南 昆明 650223)

摘要: 在制冷型红外成像系统中, 冷屏具有定义视场角大小、限制杂散光辐射的作用。冷屏有各种孔径形状, 但是冷屏效率的计算无解析公式, 一般需要用数值方法求解。介绍了用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算简化的圆形冷屏结构、冷屏效率的一种途径。基于三维空间中的方向数概念, 首先利用 MATLAB 命令生成冷屏区域内的随机点, 再赋予该点一组随机方向数, 获得一条随机直线方程; 根据镜面反射的性质及解析几何公式, 追踪该直线在冷屏上的反射光线并判断它是否落入探测器芯片区域, 由此可以确定冷屏效率。方法具有编程简单、方便实用等特点。

关键词: 冷屏; 冷屏效率; 红外成像系统; 蒙特卡罗方法; MATLAB

中图分类号: O435 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-1255(2010)01-0026-03

Computation of Cold Shield Effectiveness with Monte Carlo Method and MATLAB

WANG Yi-feng, FAN Nai-hua, MAO Jing-xiang

(*Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China*)

Abstract: The cold shield defines the angle of view field and limits stray radiation in cooled infrared imaging system. The cold shields have various aperture types but no analytical formula is available for cold shield effectiveness, and numerical methods are usually needed for its computation. A Monte Carlo method with MATLAB for computing cold shield effectiveness of a simplified round cold shield structure is presented. It is based on the concept of direction numbers in three dimensional space. First, a random point on cold shield is generated with MATLAB. Then a group of random direction numbers is associated to that point so an equation of a random straight line is formed. After tracing the ray reflected from the cold shield and judging that if it falls into the region of detector chip according to the property of specular reflection and formulae in analytical geometry, the cold shield effectiveness can be determined. It is easy in programming and convenient in operation.

Key words: cold shield; cold shield effectiveness; infrared imaging system; Monte Carlo method; MATLAB

制冷型红外探测器一般封装在真空杜瓦瓶内, 在探测器芯片前放置了由冷挡板构成的冷屏。冷屏一方面限制了来自周围部件的杂散热辐射, 另一方面也限制了视场角。相应地涉及两类计算问题, 一类是视场角的计算^[1-4], 另一类就是文中所要讨论的冷屏效率计算。冷屏效率主要是指冷屏对于杂散光的屏蔽程度。冷屏效率一般没有解析表达式, 需要根据具体的系统结构参数做数值计算。以一种简化的

圆形冷屏结构为例, 介绍了利用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算冷屏效率的一种方法。

1 算法的基本思路

文中所述算法的基础之一是三维空间几何中的方向数概念^[5]。如图 1 所示, 通过坐标系原点 O 并且平行于直线 L 的直线 OM 上任意一点 W 的坐标

收稿日期: 2009-12-01

作者简介: 王忆锋(1963-), 男, 湖南零陵人, 工学士, 高级工程师。曾赴美国内布拉斯加大学林肯分校计算机系做国家公派访问学者。目前主要从事器件仿真研究。

(p, q, s) 称为直线 L 的方向数,而

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}}, \cos\beta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}}, \\ \cos\gamma &= \frac{s}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (1)$$

称为直线 OM 的方向余弦. 直线 L 通过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 的方程可以写为

$$\frac{x - x_0}{p} = \frac{y - y_0}{q} = \frac{z - z_0}{s} \quad (2)$$

另外,直线 L 通过 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 两点的方程为

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (3)$$

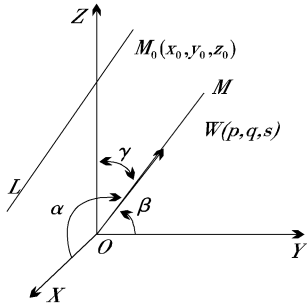


图 1 通过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 的直线 L 及其方向数概念

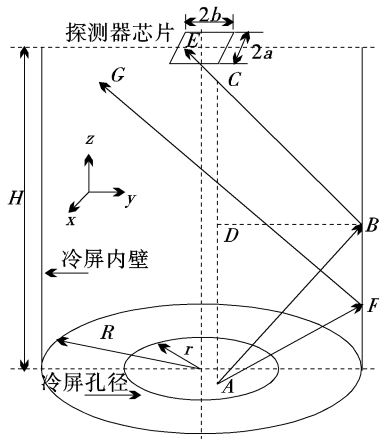


图 2 一种简化的圆形冷屏与探测器芯片之间的几何结构及尺寸标记

考虑如图 2 所示的一种简化的圆形冷屏与探测器芯片之间的几何结构,并且假设冷屏内壁对杂散光辐射呈镜面反射,暂不计入内壁发射率的影响.该方法的基本思路是:在冷屏孔径面上任取一点 A ,分析它在内壁上一次反射的情况,如图 2 中的 $AB \rightarrow BE$;对于需要经过二次或多次反射才能达到探测器芯片上的情况不予考虑,如图 2 中的 $AF \rightarrow FG$.随机赋予光线 AB 一组方向数;依据反射定理及空间解析几何等有关知识,判断该组方向数对应的光

线最终是否落在探测器芯片区域内,并统计落入芯片区域内的光线数.以一个较大的循环次数执行此过程,设光线总数为 N ,其中落在芯片上的光线数为 N_{chip} ,则冷屏效率 η 可以写为

$$\eta = 1 - \frac{N_{\text{chip}}}{N} \quad (4)$$

2 数学模型

在如图 2 所示的对称结构中, z 轴与冷屏圆心及芯片的中心连线重合.冷屏为一圆柱结构,半径为 R ,高度为 H ;冷屏半径为 r ;矩形芯片的尺寸为 $2a \times 2b$.已知 A 点坐标为 $A(x_A, y_A, 0)$,待定的 B 点坐标为 $B(x_B, y_B, z_B)$;随机产生直线 AB 的一组方向数 (p, q, s) .根据式(2)可以写出直线 AB 的方程,将 B 点坐标代入后得

$$\frac{x_B - x_A}{p} = \frac{y_B - y_A}{q} = \frac{z_B}{s} \quad (5)$$

B 点在 xoy 平面上的投影坐标同时满足冷屏内壁柱面投影而得到的圆周方程为

$$x_B^2 + y_B^2 = R^2 \quad (6)$$

式(6)实际上是没有考虑光线投射到顶面及底面的情况.将式(6)与式(5)中的前面 2 项联立,有

$$\begin{cases} q(x_B - x_A) = p(y_B - y_A) \\ x_B^2 + y_B^2 = R^2 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)是一个二元二次方程,它有 2 组解.在 MATLAB 中输入下列 2 条语句

```
syms xA xB xB yB zB p q R
[xB, yB] = solve('q * (xB - xA) = p * (yB - yA)', 'xB^2 + yB^2 = R^2', 'xB', 'yB')
```

将所得到的 x_B, y_B 表达式进一步用 simple() 命令化简后可得

$$\begin{cases} x_B = \frac{q(qx_A - py_A) \pm p \sqrt{R^2(p^2 + q^2) - (qx_A - py_A)^2}}{p^2 + q^2} \\ y_B = \frac{p(py_A - qx_A) \pm q \sqrt{R^2(p^2 + q^2) - (qx_A - py_A)^2}}{p^2 + q^2} \end{cases} \quad (8)$$

至于具体取哪一组解,可以根据式(5)中导出的下式判定

$$z_B = \frac{s}{q}(y_B - y_A) \quad (9)$$

按式(9)计算出来的 z_B 值可能为正或负.根据所讨论的情况,只有选取使 z_B 为正的那一组 $(x_B, y_B,$

z_B)值才有物理意义。

如图 2 所示,在 AB 与其镜面反射线 BCE 构成的平面 ABC 中, $\triangle ABC$ 为等腰三角形, BD 为其角平分线, D 点的坐标为 $D(x_A, y_A, z_B)$, C 点的坐标为 $C(x_A, y_A, z_C)$;因为 $AB = BC$,根据直线长度计算公式,容易求出

$$z_C = 2z_B \quad (10)$$

根据式(3),可以写出直线 BC 的方程为

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} = \frac{z - z_B}{z_B} \quad (11)$$

式中, $x_C = x_A, y_C = y_A$.将 BC 与芯片所在(大)平面的交点坐标 $E(x_E, y_E, H)$ 代入式(11),可得

$$\begin{cases} x_E = \frac{H - z_B}{z_B}(x_A - x_B) + x_B \\ y_E = \frac{H - z_B}{z_B}(y_A - y_B) + y_B \end{cases} \quad (12)$$

如果 $|x_E| \leq a, |y_E| \leq b$,则表明 E 点落在芯片区域内,计数器加 1.如此循环直至执行完整个过程。

3 算法的 MATLAB 实现

根据上述算法过程编写的 MATLAB 程序如下:

```
close all; clear all;
R=7;H=10;r=5;a=1;b=2; % 结构参数
N=1000000; % 总光线数
Nchip=0; % 统计落入探测器芯片区域光线的计数器
for j=1:N
rho=r*rand(1);theta=2*pi*rand(1); % 生成冷屏平面内半径及角度的随机值
xA=rho*cos(theta);yA=rho*sin(theta); % 转换为 A 点坐标值
p=rand(1);q=rand(1);s=rand(1); % 生成随机方向数
xB1=(q^2*xA+p*(p^2*R^2-q^2*xA^2-p^2*yA^2+2*q*xA*p*yA+R^2*q^2)^(1/2)-yA*p*q)/(p^2+q^2);
yB1=(yA*p^2-p*xA*q+q*(p^2*R^2-q^2*xA^2-p^2*yA^2+2*q*xA*p*yA+R^2*q^2)^(1/2))/(p^2+q^2);
zB1=s/q*(yB1-yA); % 第一组 B 点 z 轴坐标
if (zB1>=0) xB=xB1; yB=yB1; zB=zB1; end % 如果 B 点 z 轴坐标大于零,则启用该组坐标值
xB2=(q^2*xA-p*(p^2*R^2-q^2*xA^2-p^2*yA^2+2*q*xA*p*yA+R^2*q^2)^(1/2)-yA*p*q)/(p^2+q^2);
```

```
yB2=(yA*p^2-p*xA*q-q*(p^2*R^2-q^2*xA^2-p^2*yA^2+2*q*xA*p*yA+R^2*q^2)^(1/2))/(p^2+q^2);
```

```
zB2=s/q*(yB2-yA); % 第二组 B 点 z 轴坐标
```

```
if (zB2>=0) xB=xB2; yB=yB2; zB=zB2; end % 如果 B 点 z 轴坐标大于零,则启用该组坐标值
```

```
xE=(H-zB)/zB*(xA-xB)+xB; yE=(H-zB)/zB*(yA-yB)+yB; % 计算 E 点坐标值
```

```
if (abs(xE)<=a) & (abs(yE)<=b) Nchip=Nchip+1; end % 判断 E 点是否落在芯片区域
```

```
end
```

```
disp(['从冷屏区域投射出的总光线数:num2str(N)])
```

```
disp(['落入探测器芯片区域内的光线数:num2str(Nchip)])
```

```
disp(['冷屏效率 η=num2str(1-Nchip/N)])
```

程序中的随机数生成调用 MATLAB 的 rand() 函数实现.设冷屏半径为 r ,其边界圆周方程为 $x^2 + y^2 = r^2$.对于冷屏圆面内的随机点,采用如下极坐标形式生成

$$\begin{cases} x_A = \rho \cos \theta \\ y_B = \rho \sin \theta \end{cases}, \text{其中} \begin{cases} \rho = r \cdot \text{rand}(1) \\ \theta = 2\pi \cdot \text{rand}(1) \end{cases} \quad (13)$$

另外,程序中的 x_{B1}, y_{B1} 和 x_{B2}, y_{B2} 的表达式是由前面提到 simple() 化简结果直接复制、粘贴而来.该算法由于是基于随机数计算,故各次运行结果的末尾几位不会完全相同.对于上述程序中设定的参数条件 $R=7, H=10, r=5, a=1, b=2$,若干算例结果如表 1 所示。

表 1 在不同总光线数下的冷屏效率算例结果

总光线数	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000	100 000 000
落入芯片光线数	602	5 885	58 159	585 399	5 847 746
冷屏效率 η	0.939 8	0.941 15	0.941 84	0.941 46	0.941 524

4 结 束 语

在制冷型红外成像系统中,如果冷屏孔径太小,则探测器芯片不能被完全覆盖,导致光敏元得不到充分有效的利用;如果孔径太大,又将引入较大的杂散热辐射,增加噪声,削弱信号的动态范围^[6].一个设计较为理想的冷屏可以将不希望的辐射屏蔽 90%,而大多数仅有 30%~50%的效率^[7].工程应用上有一个冷屏设计的优化问题.文中所述的分析

(下转第 32 页)

在视场范围内具有接近衍射极限的成像质量,而且结构合理,无遮拦.

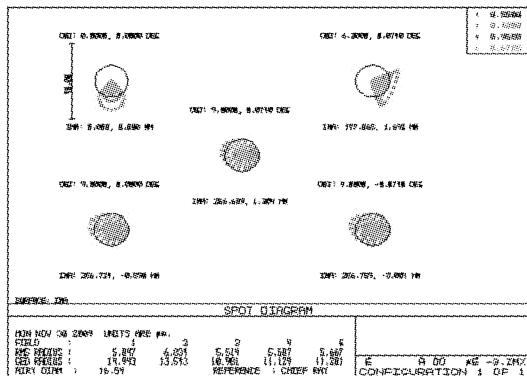


图 6 系统的点列图

3 结 束 语

在同轴三反射系统的基础上,采用视场离轴的方法避免中心遮拦,极大地提高了光学系统的成像质量.孔径光阑和次镜重合,无中间像,具有良好的对称性,因此可以达到很大的视场,同时系统的结构较为紧凑,适合应用于高分辨率成像光谱仪.在系统设计时不但考虑满足设计要求,还兼顾了系统的加工和装调成本,如尽量使主镜到次镜的距离和次镜到三镜的距离大致相等.在避免中心遮拦的前提下尽可能地减少加工离轴非球面镜所需的面形尺寸,必要时还可以考虑将镜面倾斜一定角度.

另外,由于系统没有中间像面,对系统的杂光抑

制相比较有一次像面的系统要差些.但系统的结构近似对称分布,校正像差的能力很强,可以取得相对较大的设计视场.如果使用高次非球面,也可以提高系统校正像差的能力或者减小系统的结构.

参 考 文 献

[1] H J JURANEK, R SAND, J SCHWEIZER, et al. Off Axis Telescope-the Future Generation of Earth Observation Telescopes[J]. SPIE,1998,3439:104 - 115.

[2] 常军,翁志成,姜会林,等. 用于空间的三反射镜光学系统设计[J]. 光学学报,2003,23(2):216 - 219.

[3] 潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 北京:科学出版社,1994:157 - 160.

[4] John W FIGOSKI. Development of a three-mirror, wide-field sensor, from paper design to hardware[J]. SPIE, 1989,1113:126 - 133.

[5] 刘琳,薛鸣球,沈为民. 提高离轴三反射镜成像质量的途径[J]. 光学技术,2002,28(2): 181 - 184.

[6] 卜江萍,田维坚,杨小君,等. 一种新型离轴三反式光学系统的设计[J]. 光子学报,2006,35(4):608 - 610.

[7] Wongthanavas S, Sadananda R. A CA-based edge operator and its performance evaluation [J]. J. Vis. Commun. Image R, 2003(14):83 - 96.

[8] Chattopadhyay Santanu, Shelly Adhikari, Sabyasachi Sengupta, et al. Highly regular, modular, and cascable design of cellular automata-based pattern classifier [J]. IEEE, 2000,8(6):724 - 735.

[9] Dietrich Korsch. A Three-Mirror Space Telescope[J]. Optical Engineering, 1975, 14(6):533 - 535.

(上接第 28 页)

计算过程概念清晰,程序实现简单.虽然只考虑了最简单的镜面反射的情况,但足以反映本算法实现冷屏效率计算的可操作性和简捷性.通过在程序中设定不同参数,可以观察结构条件变化对于冷屏效率的影响.该算法进一步细化后可用于实际冷屏的效率分析和计算.

参 考 文 献

[1] 王忆锋,范乃华. 用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算矩形冷屏的视场角[J]. 光电技术应用,2008,23(6):18 - 21

[2] 王忆锋,范乃华. 用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算田径场形冷屏的视场角[J]. 激光与红外,2009,39(3):

274 - 276

[3] 王忆锋,范乃华,庄继胜. 用 MATLAB 实现圆形冷屏限制下投影面积的准确计算[J]. 激光与红外,2009,39(5):397 - 398

[4] 王忆锋,庄继胜,毛京湘. 用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算糖果形冷屏的视场角[J]. 红外,2009,30(12):45 - 48

[5] 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京:高等教育出版社,1979.

[6] Y J Shanam, M Umbricht, S Rudin. Cold shield effectiveness in MWIR cameras[J]. SPIE,1994,2269:438 - 449.

[7] John Lester Miller. Principles of Infrared Technology, A Practical Guide to the State of the Art[M]. New York: Chapman and Hall, 1994.