

· 光电工程系统技术 ·

## 双光楔可控扫描一维轨迹分析

韦中超, 莫 玮, 熊言威, 戴峭峰, 梁瑞生

(华南师范大学信息光电子科技学院 光子信息技术广东省高校重点实验室, 广东 广州 510006)

**摘 要:** 根据几何光学和光的标量衍射理论, 对双光楔的折射特性进行了数学分析. 研究发现, 以相反旋向相同转速旋转的双光楔对光的折射作用等效于一个折射角随 2 个光楔转角变化的单光楔. 在此基础上, 对通过双光楔的光束在像面上的衍射光场分布作了理论分析, 得到了在夫琅禾费衍射下, 光束经转动双光楔在像平面上的衍射光斑随时间变化的规律, 从而为一维扫描的可控操作提供了理论指导.

**关键词:** 双光楔; 折射; 衍射; 扫描

**中图分类号:** TN201

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-1255(2009)05-0001-03

## Analysis for One-dimensional Trace by A Controllable Scan of Dual-wedge Prism System

WEI Zhong-chao, MO Wei, XIONG Yan-wei, DAI Qiao-feng, LIANG Rui-sheng

(Laboratory of Photonic Information Technology, School for Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** According to the theories of geometric optics and scalar diffraction, the refractive property of light for dual-wedge prism system was analyzed. The study found that the refractive effect of the dual-wedge prism rotating in the same rotation speed and in the opposite direction is equivalent to a single-wedge prism, of which an angle of refraction is changed with the rotary angle between two wedges. On this basis, a theoretical analysis on the diffraction light field of outgoing light through the rotary dual-wedge system was made and the law of position of diffraction light spots changes with the time under the situation of Fraunhofer diffraction was obtained. This research may give a useful theoretical direction for the 1-D controllable scan.

**Key words:** dual-wedge prism; refraction; diffraction; scan

折射角很小的棱镜称为光楔. 因其在激光波长调谐、像差控制、全息术、激光光斑整形等方面有重要用途而被广泛研究<sup>[1-4]</sup>. 双光楔是指折射率相同、折射角相等的 2 块相互靠近的光楔组成的系统. 双光楔除了可实现单光楔的功能外, 2 个光楔的相对运动可以产生新的特性和用途. 如选择不同旋转方向和转速, 可以得到各种不同的扫描图形. 这些特性已经被用来制作如高精度角度发生器、宽视角内窥镜等<sup>[5-6]</sup>. 双光楔以其对折射光控制的精确性

高、自由度大的特点正在得到日益广泛的应用.

在以往研究双光楔的光学特性时, 一般是逐个研究 2 个光楔的折光特性, 然后得出系统出射光的规律. 文中把双光楔看成一个整体并建立物理模型, 在此基础上分析了转动双光楔对平行光束的折射特性. 还计算了出射光衍射在像平面的光场分布, 求出了像平面上光斑随光楔转角变化的运动表达式, 这对于激光扫描控制、全息术、出射光斑调整、舞台灯光可控研究等有较重要的参考价值.

收稿日期: 2009-07-25

基金项目: 国家 973 计划项目“介观光学与新一代纳/微光子器件”资助课题(2007CB307000)

作者简介: 韦中超(1971-), 男, 河南安阳人, 博士, 讲师, 从事激光光谱学与非线性光学的研究与教学.

# 1 双光楔对光波折射的特性分析

## 1.1 双光楔模型

由现有理论<sup>[7]</sup>,当光楔的折射角  $\alpha$  很小,且光线的入射角很小时,出射角也很小,偏向角为

$$\delta = (n - 1)\alpha \quad (1)$$

式中,  $n$  为光楔折射率. 如图 1 所示, 2 个光楔折射角均为  $\alpha$ , 相隔一微小间隙, 当两光楔主截面平行且同向放置如图 1a、图 1b 所示时, 所产生的偏向角最大, 为两光楔偏向角之和; 当一个光楔绕光轴旋转  $180^\circ$  时, 所产生的偏向角为零, 如图 1c 所示; 当两光楔绕光轴相对旋转, 即一个光楔逆时针方向旋转  $\beta$  角, 另一个光楔顺时针方向旋转  $\beta$  角时, 两光楔产生的总偏向角随角  $\beta$  而变化, 即

$$\varphi = 2(n - 1)\alpha \cos\beta \quad (2)$$

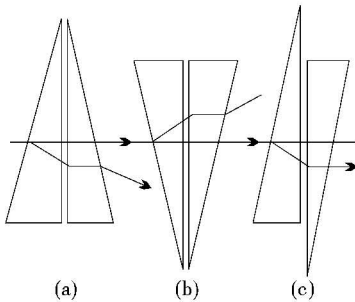


图 1 双光楔的折射特性

下面建立双光楔的模型. 如图 2 所示建立坐标系. 以  $z$  轴为主光轴; 圆柱面方程  $x^2 + y^2 = r^2$ , 分别以方程为  $x/r - z/a = 1, x/r + z/a = 1$  的平面(图 2 阴影部分)截圆柱体, 选取二平面所夹部分为研究系统. 系统关于  $xy$  平面对称, 由左右 2 个光楔构成, 记左光楔为光楔 1, 右光楔为光楔 2. 两平面分别与  $z$  轴相交于  $P、Q$  二点, 设这两点距原点  $O$  均为  $a$ ,  $PQ$  长为  $2a$ .

取  $x_0y_0$  面为入射面, 由图 2 知,  $x^2 + y^2 \leq r^2, z = -2a$  是入射范围.  $x_iy_i$  面为出射面.  $x_0y_0$  面和  $x_iy_i$  面距离  $xy$  平面均为  $2a$ . 记图 2 所示位置为系统初始位置. 以此模型研究双光楔对光波的折射性质.

## 1.2 双光楔的位相变换函数

由于光楔的厚度很薄, 所以光线入射光楔时, 可认为入射点与出射点在  $xy$  平面具有相同的坐标,

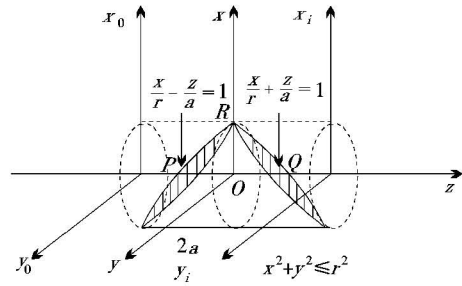


图 2 双光楔数学模型

设为  $(x, y)$ . 显然, 双光楔的厚度随  $(x, y)$  变化, 以  $\Delta(x, y)$  表示双光楔的厚度函数<sup>[8]</sup>. 沿  $-z$  方向看, 光楔 1 绕  $z$  轴逆时针旋转  $\beta$  角, 光楔 2 绕  $z$  轴顺时针旋转  $\beta$  角, 如图 3 所示.

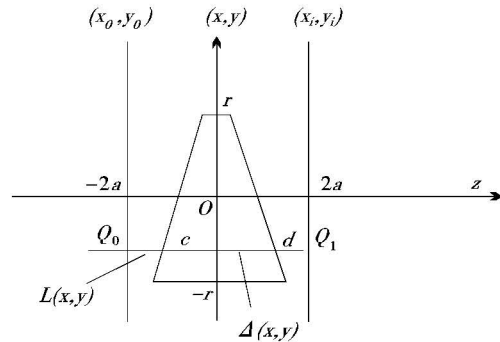


图 3 双光楔厚度函数的几何分析

平面  $\frac{x}{r} - \frac{z}{a} = 1$  绕  $z$  轴逆时针旋转  $\beta$  角后, 方程变为  $\frac{x \cos\beta + y \sin\beta}{r} - \frac{z}{a} = 1$ ; 平面  $\frac{x}{r} + \frac{z}{a} = 1$  绕  $z$  轴顺时针旋转  $\beta$  角后, 方程变为  $\frac{x \cos\beta - y \sin\beta}{r} + \frac{z}{a} = 1$ . 设光线依次经过  $Q_0、C(x, y, z_c)、D(x, y, z_d)$  和  $Q_1$ .  $C、D$  分别在  $\frac{x \cos\beta + y \sin\beta}{r} - \frac{z}{a} = 1$  和  $\frac{x \cos\beta - y \sin\beta}{r} + \frac{z}{a} = 1$  平面上. 那么

$$z_c = \frac{ax \cos\beta + a y \sin\beta}{r} - a \quad (3)$$

$$z_d = a - \frac{ax \cos\beta - a y \sin\beta}{r}$$

由  $\Delta(x, y) = z_d - z_c$ , 所以

$$\Delta(x, y) = 2a - \frac{2xa \cos\beta}{r} \quad (4)$$

如图 3 所示, 以  $L(x, y)$  表示光波在  $x_0y_0$  面上入射点  $Q_0$  与  $x_iy_i$  面上出射点  $Q_1$  之间所经历的光程,  $L(x, y)$  包括光楔内部光程  $n\Delta(x, y)$  和紧贴光

楔前后平面之间间隙的空气中的光程 $[4a - \Delta(x, y)]$ 两部分.即

$$L(x, y) = n\Delta(x, y) + [4a - \Delta(x, y)] \quad (5)$$

根据光程函数  $L(x, y)$  可以导出双光楔位相变换函数.以  $\varphi(x, y)$  表示光波经入射面和出射面后的位相差,则

$$\varphi(x, y) = kL(x, y) \quad (6)$$

式中,  $k$  表示光波的波数.双光楔系统的位相变换函数为  $t_1(x, y) = \exp[j\varphi(x, y)]$ .由式(4)~式(6),并忽略常数项,双光楔系统的位相变换函数可表示为

$$t(x, y) = e^{-j[2k(n-1)xa\cos\beta/r]} \quad (7)$$

式(7)说明光波经该双光楔引起位相的变化与经过一个折射角为  $2a\cos\beta/r$  的单光楔引起位相变化的效果是一样的;也就是说分别沿不同旋向旋转  $\beta$  角的双光楔系统等效为一个折射角为  $2a\cos\beta$  的单光楔,  $a \approx a/r$ .

## 2 双光楔的夫琅禾费衍射

设单位振幅平行于  $z$  轴的单色光波垂直入射双光楔,入射面光波复振幅为  $U_0(x, y) = 1$ ,出射面光波复振幅  $U_1(x, y) = U_0(x, y)t(x, y)$ ,如图 4 所示.光楔很薄,可认为  $x_0y_0$ 、 $xy$ 、 $x_iy_i$  平面重合.下面讨论夫琅禾费衍射像平面上任一点  $P(x_m, y_m)$  的复振幅和光强表达式.

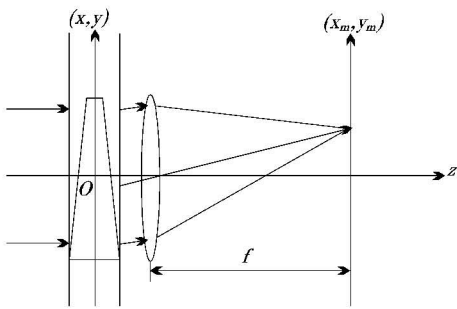


图 4 双光楔的夫琅禾费衍射

通常情况下采用图 4 所示的系统作为夫琅禾费衍射装置.光楔紧贴凸透镜的前表面放置,在透镜的后焦点  $x_my_m$  上观察光楔的夫琅禾费衍射.根据夫琅禾费衍射公式<sup>[7]</sup>

$$U(x_m, y_m) = \frac{\exp(jkf)}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(x_m^2 + y_m^2)} \iint_{\Sigma} U_1(x, y) \cdot e^{-j\frac{k}{f}[(x_m x + y_m y)]} dx dy \quad (8)$$

式中,  $U_1(x, y)$  表示衍射屏  $(x, y)$  点处的复振幅,  $U(x_m, y_m)$  表示观察屏  $(x_m, y_m)$  点处复振幅,  $f$  为凸透镜焦距.令  $\psi = 4f(n-1)a\cos\beta/r$ , 则  $U_1(x, y) = \exp[-jk\psi x/2f]$  代入得到

$$U(x_m, y_m) = \frac{\exp(jkf)}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(x_m^2 + y_m^2)} \iint_{\Sigma} e^{-j\frac{k}{f}[(x_m + \frac{\psi}{2})x + y_m y]} dx dy \quad (9)$$

设  $x_m + \psi/2 = \rho\cos\theta$ ,  $y_m = \rho\sin\theta$ ;  $x = \rho_0\cos\theta_0$ ,  $y = \rho_0\sin\theta_0$ ,  $\mu = \rho/f$ , 式(9)积分前面的因子  $\frac{\exp(jkf)}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(x_m^2 + y_m^2)}$  对像面光场的相位分布有调制作用,但对光强没有影响,记为  $A$ .则式(9)变为

$$U(\rho, \theta) = A \int_0^r \rho_0 d\rho_0 \int_0^{2\pi} e^{-jk\rho_0\mu\cos(\theta_0 - \theta)} d\theta_0 \quad (10)$$

圆对称情况下,式(10)积分的结果与方位角  $\theta$  无关,可令  $\theta = 0$ , 根据贝塞尔函数性质<sup>[7]</sup>,  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\rho_0\mu\cos\theta_0} d\theta_0 = J_0(k\rho_0\mu)$  是零阶贝塞尔函数,式(10)积分结果为

$$U(P) = 2\pi A' \int_0^r J_0(k\rho_0\mu) \rho_0 d\rho_0 = \pi r^2 A' \frac{2J_1(kr\mu)}{kr\mu} \quad (11)$$

式中,  $J_1(kr\mu)$  是一阶贝塞尔函数,  $U(P)$  表示  $P$  点的复振幅,因此像面上光强分布表达式为

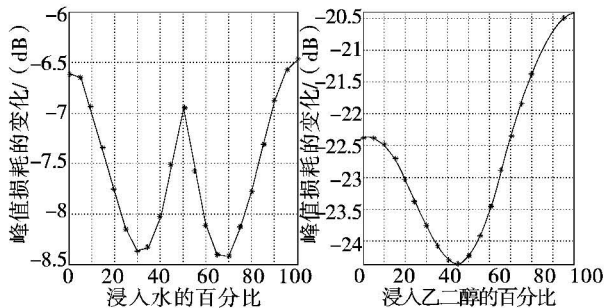
$$I = (\pi r^2)^2 |A'|^2 \left[ \frac{2J_1(kr\mu)}{kr\mu} \right]^2 \quad (12)$$

式(12)说明像平面上  $P$  点的光强与它对应的衍射角  $\mu$  有关,由于  $\mu = \rho/f$ ,  $\rho$  相等处的光强相等,也就是说衍射图样是以  $(-\psi/2, 0)$  为圆心的圆环,圆环中央是一个亮斑,这个亮斑称为艾里斑,光能绝大部分集中在中央亮斑内.由于光波波长远小于光楔孔径,故艾里斑半径很小.光斑坐标为  $(-\psi/2, 0)$ ;  $\psi = 4f(n-1)a\cos\beta/r$ , 所以改变  $\beta$  可以改变  $\psi$ .例如,初始位置为图 2 所示位置,光楔 1、2 分别绕  $z$  轴逆、顺时针以固定角速度  $\omega$  转动;那么  $\beta = \omega t$ ,  $-\psi/2 = -2f(n-1)a\cos(\omega t)/r$ , 即光斑的位置随时间  $t$  在  $x_my_m$  平面的  $x_m$  轴上移动.移动的速度为  $d(-\psi/2)/dt = 2f\omega(n-1)a\sin(\omega t)/r$ .可见相对匀速旋转双光楔可使光斑在像面上移动,从而达到一维扫描的目的.

## 3 结 束 语

文中对旋转双光楔的折射特性(下转第 26 页)

择拥有合适参数的光纤外还应注意光栅的长度,以防止过耦合的发生.



(a) 浸入水中 (b) 浸入乙二醇中  
图6 浸入水、乙二醇中的长周期光纤光栅的百分比与峰值损耗的关系图

## 4 结 论

从简化的光纤三层模型出发,在理论上对应用长周期光纤光栅作液位传感器进行了研究.研究表明,应用长周期光纤光栅作液位传感器能对液体液面进行实时、精确的测量.另外,在制作长周期光纤光栅液位传感器时,除了要选择拥有合适参数的光纤外,还要注意控制写入的光栅长度,以防止过耦合的发生.这一结果对在化学化工检验检测领域应用 LPG 作液位传感器有一定的参考价值.

### 参考文献

[1] Vikram Bhatia, A M Vengsarkar. Optical fiber long-pe

riod grating sensors[J]. OPTICAL LETTERS, 1996, 21(9):692-694.

- [2] 姜德生,何伟. 光纤光栅传感器应用概况[J]. 光电子·激光, 2002, 13(4):420-430.
- [3] 饶云江. 长周期光纤光栅研究现状分析[J]. 电子科技大学学报, 2005, 24(15): 884-873.
- [4] T Erdogan. Cladding-mode resonances[J]. J. Opt. Soc., 1997, (14)8:1760-1773.
- [5] Xiangfeng Chen, Kaining Zhou, et al. Detial biochemical sensors based on long period fibre gratings uv-inscribed in D-fibre with enhanced sensitivity by HF etching process[J]. Proc. of SPIE, 2004, 5486: 149-187.
- [6] Jian Yang, Chang-qing Xu, Cheng-lin Xu, et al. Immo-bieized DNA biosensorbased on evane-scent wavelong period fiber gratings[J]. Proc. of SPIE, 2004, 5578: 109-116.
- [7] Gilbert E Pacey, sean D Puckett, et al. Detection of DNA chimica Acta[J]. 2005, 5(33):135-139.
- [8] Yanping Xu, zhengtian Gu, et al. Stru-cture optimization of long-period fiber grating gas-sensing sensors[J]. Proc of SPIE, 2004, 5547:49-56.
- [9] R Falate, E Cacao Jr, et al. Optical fiber sensor for gaso-tine blend quality control[J]. Proc. of SPIE, 2004, 5622: 194-199.
- [10] Beatrgs M Lacquet, Poeter L Swart, et al. Long-period grating with sol-gel coating for co2 detection[J]. Proc. of SPIE, 2004, 5502:287-290.
- [11] T Erdogan. Fiber Grating Spectra[J]. Journal of light-ware technology, 1997(8):1277-1297.

(上接第3页)

分析得出:对光的折射现象,旋转双光楔可以简化为一个折射角不断变化的单光楔,等价光楔的折射角和双光楔的转角有对应的关系.另外,通过出射光的夫琅禾费衍射分析算出了像平面上光场分布.结合旋转双光楔的折射特性和夫琅禾费衍射的知识,分析得到旋转光楔对像面光斑运动的控制作用,从而能达到按需扫描的效果.

### 参考文献

- [1] 徐惠真,邱怡申,徐斌. 改善外腔半导体激光器调谐特性的新方法[J]. 应用光学, 2008, 29(6): 975-977.
- [2] Mao wenwei. Error and adjustment of reflecting prisms[J]. Optical Engineering, 1997, 36(12): 3367-3371.

- [3] Hariharan P. Optical Holography[M]. LONDON: Cambridge university Press, 1986:124-127.
- [4] 刘忠永,蔡邦维,吕百达. 用正交光楔列阵获得连续可调的均匀方形光斑[J]. 中国激光, 1996, A23(8):702-706.
- [5] 贺磊,袁家虎,李展,等. 双光楔高精度角度发生器设计[J]. 光电工程, 2002, 29(6):46-49.
- [6] Etsuko Kobayashi, Kim Daeyong, Ichiro Sakuma, et al. A new wide-angle view endoscopic robot using wedge prisms[C]// International Congress Series 1230, 2001: 149-153.
- [7] 郁道银,谈恒英. 工程光学[M]. 2版. 北京:机械工业出版社, 2008:50-52, 347-348.
- [8] 梁瑞生,吕晓旭. 信息光学[M]. 2版. 北京:电子工业出版社, 2008:79-81.