·信号与信息处理·

基于 FRFT 的非均匀转动目标 ISAR 自聚焦算法

徐会法1,刘锋1,2,邹士杰1,陶然2

(1.海军航空工程学院,山东 烟台 264001;2.北京理工大学信息科学技术学院,北京 100081)

摘 要:在 ISAR 成像中,目标的非均匀转动会引入与散射点位置有关的相位误差,无法用统一的相位误差函数表示,而 散射点子回波的相位精度对于 ISAR 自聚焦的相位校正非常重要.针对加速转动的目标,提出了一种基于分数阶傅里叶变换 (FRFT:fractional Fourier transform)的自聚焦算法.在预先选定的距离单元上,利用分数阶傅里叶变换提取最大功率散射点对 应的调频信号,并以该信号为参考信号消除目标平动引起的相位误差.利用同样的方法,在多个距离单元上提取最强散射点 对应的调频信号,并对调频信号的估计值加权平均,得到非均匀转动参数的最优估计,进而对信号非均匀采样,消除非均匀转 动的相位误差.仿真结果验证了该算法能够很好地消除相位误差.

关键词:分数阶傅里叶变换(FRFT);非均匀转动;ISAR;自聚焦 **中图分类号:**TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:**1673-1255(2009)03-0067-05

Novel ISAR Autofocus Algorithm for the Target with Non-uniform Rotation Based on Fractional Fourier Transform

XU Hui-fa¹, LIU Feng^{1,2}, ZOU Shi-jie², TAO Ran²

(1. Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China;

2. School of Information Science and Technology, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In the inverse synthetic aperture radar (ISAR) imaging, the non-uniform rotation of the targets can bring phase errors relevant to scatters' positions. The phase errors can not be expressed by one uniform function. But the scatters' phase precision is very important to phase emendation of ISAR's autofocus. For the accelerating targets, an autofocus algorithm based on fractional Fourier transform (FRFT) is proposed. FRCFT is applied to process the signals in the selected range unit, and extract the scatter's signal with the maximum energy. this selected scatter signal is taken as the reference signal to eliminate the plane motion phase errors. By the same method, the scatters' signals with maximum energy are also extracted on several selected range units. And modulated frequency signals are weighted on the average to get the optimized estimated values of the non-uniform rotation parameters. Based on the parameters, the signals are sampled non-uniformly to eliminate the phase errors. Finally, the simulation results demonstrate that the algorithm can eliminate the phase errors very well.

Key words: fractional Fourier transform; non-uniform rotation; ISAR; autofocus

在 ISAR 成像中,假设目标平稳运动,并且在 很短的相关成像时间内,目标相对雷达视线均匀转 过了一个小的角度,首先利用运动补偿算法消除目 标平动引起的相位误差,将目标上某特定的参考点 移至转台轴心,使运动目标成像简化为小角度下的 转台目标成像,然后再利用距离多普勒算法获得目 标的 ISAR 像.但是,目标存在机动,目标均匀转动 的假设不再成立.目标的非均匀转动会在 ISAR 信

收稿日期:2009-04-20

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(60625104);国家部委预研资助项目(41001020201)

作者简介:徐会法(1981-),男,山东郯城人,博士研究生,主要研究方向为信息处理.

号中引入新的相位误差,并且该相位误差与散射点 的位置有关,不能用统一的相位误差函数进行校 正^[1].而非均匀转动引起的相位误差,会使散射点 的多普勒频谱展宽,ISAR 像变模糊.

为获得目标在非均匀转动情况下清晰的 ISAR 像,文献[2]给出了一种基于离散调频傅里叶变换 (DCFT)的自聚焦成像算法,但是 DCFT 获得好的 估计性能时要求调制斜率和初始频率是整数,而且 无法估计信号的初始相位和振幅,其计算量为 O(N²).针对该问题,提出了一种基于分数阶傅里叶 变换(FRFT)的自聚焦算法.该算法利用分数阶傅 里叶变换(FRFT)提取散射点对应的调频信号,消 除目标平动引起的相位误差,以及非均匀转动引起 的相位误差.

1 目标回波信号模型

目标相对于雷达的运动可以分解为平动分量和 转动分量.假设目标的转动矢量方向保持不变,则目 标的转动限制在二维平面上,但转动矢量的幅值可 能会随时间而变化,即可能存在非均匀转动.宽带目 标回波信号经距离向压缩得到脉冲压缩域信号,并 且假设在自聚焦之前已完成了距离对准,使各个散 射点位于自身相应的距离单元上.设在第 *n* 个距离 单元上有 *K_n* 个散射点,则目标回波信号具有下面 的形式^[2]

$$s(n,m) = \sum_{k=1}^{K_n} A_k \exp\{-j4\pi f_0/c [R(m) + x_k \cos(\varphi(m)) + y_k \sin(\varphi(m))]\} m = 1LM$$
 (1)
式中, M 为成像相关时间内总的脉冲数目; A_k 为散
射点的复幅度; f_0 为中心频率; 第 k 个散射点在目
标坐标系内的坐标为(x_k, y_k), 其中 x 为雷达视线
方向上的纵向距离, y 为横向距离; 目标运动的平动
分量引起径向距离的变化为 R(m);转动分量引起

$$R(m) = R_0 + vmT + \frac{1}{2}v'(mT)^2 + \frac{1}{3!}v''(mT)^3 \cdots$$
$$\varphi(m) = \Omega mT + \frac{1}{2}\Omega'(mT)^2 + \frac{1}{3!}\Omega''(mT)^3 \cdots$$
(2)

的角度变化为 $\varphi(m)$,将它们展开成多项式形式^[3]

其中,T为脉冲重复周期;v为目标速度;v'为目标 加速度;v''为目标加速度的导数; Ω 为转动角速度; Ω' 为转动角加速度; Ω'' 为转动角加速度的导数.针 对加速转动的目标,在较短的成像时间内,一般取二 次多项式形式就可以较好地反映出近似目标的运动 特性^[2],此时式(1)可写为

$$s(n,m) \approx \sum_{k=1}^{K_n} A_k \exp\{-j \frac{4\pi f_0}{c} [d_k + a_k m T + b_k (mT)^2]\}$$
(3)

式中, $d_k = R_o + x_k$; $a_k = v + y_k \Omega$; $b_k = (\frac{1}{2}(v' - x_k \Omega^2 + y_k \Omega') \approx \frac{1}{2}(v' + y_k \Omega')$.

在一般的 ISAR 成像系统中,在相关成像时间 内目标转动的角度为几度, $(\Omega m T)^2 = 1$, 则 b_k 中的 第二项可以忽略^[2].由式(3)可知,一个距离单元上 的散射点的回波信号为多个线性调频信号之和,其 中每个线性调频信号对应一个散射点,而且散射点 的多普勒频率随时间变化;第 k 个散射点的起始时 刻的多普勒频率项 a_{μ} ,包含散射点的横向位置 v 和 目标的径向速度 v,若整个成像时间内,径向速度保 持不变,该项仅使得整个目标 ISAR 像在横向上有 一个固定的多普勒偏移,不会使 ISAR 像变得模糊; 二次项是 ISAR 像模糊的主要因素,因为该项使得 散射点的多普勒频率随时间而变化,该项系数 b, 包 含2部分,一是目标的径向加速度,这部分与散射点 的位置无关,另一部分由目标的非均匀转动引起,这 部分与散射点的位置有关,即散射点的位置不同,相 位误差函数不同.

经分析可知,在各个距离单元上,目标回波为多 分量线性调频信号.而分数阶傅里叶变换是一种检 测和估计线性调频信号的高效工具^[4],利用该变 换,能够从含有多个散射点的信号中,提取单散射点 对应的调频信号.

2 分数阶傅里叶变换

1980年, Namias 首先从数学的角度提出了 FRFT的定义^[5], Almeida分析了它和 WVD的关系 并将其解释为时频平面的旋转算子^[6], 作为 Fourier 变换的一种广义形式, 信号的 FRFT 可以看作信号 在时频平面内坐标轴绕原点逆时针旋转任意角度后 构成的分数阶 Fourier 域上的表示方法. 信号 x(t)的 FRFT 定义为

$$X_{a}(u) = \{F^{a}[x(t)]\}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_{a}(t, u) dt$$
(4)

式中,FRFT 的变换核
$$k_{\alpha}(t,u)$$
为
 $k_{\alpha}(t,u) = \int \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(j\frac{t^2+u^2}{2}\cot\alpha - tu\csc\alpha\right), \alpha \neq n\pi$

$$\delta(t-u), \qquad \alpha - 2n\pi$$

$$\delta(t+u), \qquad \alpha = (2n\pm 1)\pi$$

(5)

式中,p 为 FRFT 的阶,可以为任意实数; $\alpha = p\pi/2$ 为 FRFT 的旋转角度.关于离散的分数阶傅里叶变换的实现,文中选用 Ozaktas H M 等提出的基于 FFT 的快速算法^[7],其计算复杂度为 $O(Nlog_2N)$, 其中 N 为信号的采样点数.

3 分数阶 Fourier 域中 LFM 信号的 检测与参数估计

含噪声的单分量 LFM 信号可表示为

$$x(t) = s(t) + w(t) = a_0 \exp(j\varphi_0 + j2\pi f_0 t + j\pi\mu_0 t^2) + w(t) - \Delta t/2 \le t \le \Delta t/2$$
(6)

式中, a_0 , φ_0 , f_0 和 μ_0 为未知参数;w(t)为加性 Gauss 白噪声.一个有限长的 LFM 信号在时频面上 呈现为斜直线的背脊形分布;而由 FRFT 的定义可 知,FRFT 的实质是对信号的"旋转",选择合适的旋 转角度对信号进行分数阶傅里叶变换,LFM 信号在 该域上呈现出能量的聚集,其幅度出现明显的峰值; 而白噪声的能量则均匀地分布在整个时频平面上, 在任何的分数阶傅里叶域上均不会出现能量的聚 集.利用这一特性,可实现 LFM 信号的检测与参数 估计.基本思路是以旋转角 α 为变量,对观测信号 连续进行 FRFT,形成信号能量在参数(α ,u)平面 上的二维分布,在此平面上按阈值进行峰值点的二 维搜索即可实现信号的检测和参数估计.对于式(6) 给出的信号模型,其参数估计表达式为^[4]

$$\begin{cases} \binom{1}{\alpha_{0}}, \binom{1}{u_{0}} = \arg \max_{d,u} |X_{a}(u)|^{2}$$

$$\begin{pmatrix} \binom{1}{\mu_{0}} = -\cot \binom{1}{\alpha_{0}}, \\ \binom{1}{f_{0}} = \binom{1}{u_{0}} \csc \binom{1}{\alpha_{0}}, \\ \binom{1}{g_{0}} = \arg \left[\frac{X_{\alpha_{0}} \binom{1}{u_{0}}}{A_{\alpha_{0}} e^{j\pi} \binom{1}{u_{0}} \cot \alpha_{0}} \right]$$

$$\begin{cases} \binom{1}{\alpha_{0}} = \frac{|X_{\alpha_{0}} \binom{1}{u_{0}}}{\Delta t |A_{\alpha_{0}}|} \end{cases}$$
(8)

从式(7)可以看出这是一个二维的搜索,在搜索的过程中,为了减小搜索次数以及提高参数估计精度,采用下面逐次减小扫描间隔的2级搜索方法.

首先,确定各个估计参数的精度要求和 p 所在 区间[$p_{min}: p_{max}$];接着,用较大的采样间隔 ω_1 对 [$p_{min}: p_{max}$]进行离散化,计算对应的 FRFT,通过搜 索得到 p 的估计值 p_0 和 u 的估计值 u_0 ;然后,根据 估计参数的精度要求,用较小的采样间隔 ω_2 对[p_0 $-\omega_1 + \omega_2: p_0 + \omega_1 - \omega_2$]进行离散化,计算对应的 FRFT,通过搜索得到 p 的估计值 p_1 和 u 的估计值 u_1 ;最后,根据式(8)计算各个参数的估计值.

该算法的复杂度为 O(PNlog₂N), P 为 p 的搜 索点数,一般情况都能使得 P=N,显然该算法的计 算复杂度较小.

4 基于 FRFT 的自聚焦方法

根据以上分析,一个距离单元的回波信号如式 (3)所示,近似为一个多分量线性调频信号.利用分 数阶傅里叶变换可以从距离单元的回波信号中检测 并估计出散射点对应的调频信号.即使在一个距离 单元上有多个散射点,分数阶傅里叶变换也可以提 取单个散射点对应的信号.最后,借鉴文献[2]中的 自聚焦方法,消除相位误差.下面分2个步骤实现自 聚焦.

步骤 1:平动相位误差的校正.选择某个距离单元,对该单元的信号进行分数阶傅里叶变换,检测并估计该距离单元上某个强散射点对应的调频信号

 $S_{0}(m) = A_{0}\exp\{-j4\pi f_{0}/c[d_{0} + a_{0}mT + b_{0}(mT)^{2}]\} = A_{0}\exp\{-j4\pi f_{0}/c[(R_{0} + x_{0}) + (v + y_{k}\Omega)mT + 1/2(v' + y_{0}\Omega')(mT)^{2}]\} = A_{0}\exp\{-j4\pi f_{0}/c[(R_{0} + x_{0}) + (v + y_{k}\Omega)mT + 1/2(v' + y_{0}\Omega')(mT)^{2}]\}$ (9) 只需估计出 $\{A_{0}, d_{0}, a_{0}, b_{0}\}$,就可得到该散射点信 号的表达式.目标平动引起相位误差与散射点的位 置无关,因而该误差在各个距离单元上保持不变.为 消除平动相位误差,在每个距离单元上乘以该散射

$$s_{1}(n, m) = s(n, m) * s_{0}^{*}(m) = \sum_{k=1}^{K_{n}} A_{k} A_{0}^{*} \exp \{-j \frac{4\pi f_{0}}{c} [(d_{k} - d_{0}) + (a_{k} - a_{0}) mT + (b_{k} - b_{0}) \cdot (mT)^{2}] \} = \sum_{k=1}^{K_{n}} A_{k} A_{0}^{*} \exp\{-j \frac{4\pi f_{0}}{c} [(x_{k} - x_{0}) + (mT)^{2}] \}$$

点信号 $s_0(m)$ 的共轭,则距离单元 n 上的信号为

 $(y_k - y_0)\Omega mT + \frac{1}{2}(y_k - y_0)\Omega'(mT)^2]$ (10) 式(10)中的平动相位误差已经被消除,但还存在非 均匀转动引起的相位误差.

步骤 2:非均匀转动相位误差的校正.非均匀转 动相位误差,与散射点的横向位置有关,需要通过非 均匀采样来消除.非均匀采样的实质,是通过采样间 隔的变化,使得在非均匀转动的情况下,目标在各个 采样间隔内转动过相同的角度.为分析方便,用连续 的慢时间 t 代替离散的脉冲数,重写式(10)得

$$s_{1}(n,t) = \sum_{k=1}^{N_{n}} A_{k} A_{0}^{*} \exp\{-j4\pi f_{0}/c[(x_{k}-x_{0}) + (y_{k}-y_{0})\Omega(t+\frac{1}{2}\frac{\Omega'}{\Omega}t^{2})]\}$$
(11)

若采用新的参考时间

$$t' = t + \frac{1}{2} \frac{\Omega'}{\Omega} t^2 = t + \eta t^2$$
(12)

则式(11)化为

$$s_{1}(n,t') = \sum_{k=1}^{n} A_{k} A_{0}^{*} \exp\{-j4\pi f_{0}/c[(x_{k} - x_{0}) + (y_{k} - y_{0})\Omega t']\}$$
(13)

在新的参考时间下,每个散射点的回波信号只 有一次相位项.按新的参考时间 t[′]进行傅里叶变 换,就会得到清晰的 ISAR 像,完成自聚焦.

为得到新的参考时间,需要估计式(12)中的参数 η .设在式(11)中,第 k 个散射点信号的一次相位 项系数为 $f_{1,k}$,二次相位项系数为 $f_{2,k}$,从式(13)中 可以看出^[2]

$$\frac{f_{2,k}}{f_{1,k}} = \frac{1\Omega'}{2\Omega} = \eta \tag{14}$$

可以发现,式(14)在各个距离单元上的散射点 信号中都成立.因此可以利用多个距离单元上的信 号,提高参数 η 的估计精度.在平动相位误差校正 后的信号中,选择几个距离单元,通过分数阶傅里叶 变换,在各距离单元上提取强散射点的信号参数,估 计参数 η.将多个距离单元上的估计值加权平均,得 到 η 的最优估计.然后根据该估计值,将信号在慢 时间上进行非均匀采样,消除非均匀转动相位误差 的影响.实际得到的是均匀间隔的回波数据,信号的 横向采样间隔为恒定的脉冲周期.而非均匀采样的 时间点往往会落在 2 个实际采样点之间的位置上, 可通过插值算法计算新的采样位置上的信号值.

5 算法性能分析

首先,分析该自聚焦算法适用的限制条件.在式

(3)的分析中,假设(ΩmT^2)=1,忽略了相位二次项 系数 b_k 中的第二项.但这部分二次相位项还与目标 的纵向尺寸有关,其表达式为 $\varphi(t) = \frac{2\pi f_0}{c} x \Omega^2 t^2$,其 中 t 为慢时间.当纵向尺寸很大时,该相位项在整个 成像时间内引起的多普勒频率可能会超过一个多普 勒分辨单元,引起目标 ISAR 像的模糊^[2].在基于分 数阶傅里叶变换的自聚焦算法中,这部分相位误差 无论是平动相位误差校正还是转动相位误差校正都 无法去除.因此,应用基于分数阶傅里叶变换的自聚 焦算法时,应保证该相位项对应的最大多普勒频移 在一个多普勒分辨单元之内,即

$$\max\left(\frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t}\right) \leqslant \frac{2\pi}{T_{abc}} \tag{15}$$

其中, T_{abc} 为整个成像时间.将相位项代入式(15)得 $D_r \leq 4\rho_a^2/\lambda$ (16)

其中, D_r 为目标纵向最大尺寸,目标的横向分辨率 为 $\rho_a = \lambda/(2\theta)$,其中, θ 为M次回波的总转角度. 式(16)在目标尺寸与横向分辨率的关系方面,给出 了该自聚焦算法适用的限制条件.

该算法的性能取决于能否利用分数阶傅里叶变 换准确地在距离单元内提取散射点信号.下面设计 仿真试验,采用 Monte Carlo 方法,考察分数阶傅里 叶变换在不同信噪比下估计信号参数的均方根误 差.采用在试验中只考虑一个距离单元,假设在该距 离单元内有一个理想散射点,由于二次相位误差的 影响,该散射点的回波信号为线性调频信号,且噪声 为加性高斯白噪声.信号长度为 60,信号表达式为

x(t) = s(t) + w(t) =

 $\exp(j2 + j18\pi t + j5\pi t^2) + w(t) \quad (17)$

取输入信噪比的变化范围为-12~12 dB,间隔为1 dB,分别进行 100 次 Monte Carlo 模拟,各参数估计值的均方根误差曲线如图1 所示.

为了比较文中的自聚焦算法和基于离散调频傅 里叶变换的自聚集算法,也对离散调频傅里叶变换 估计信号参数的性能进行了模拟.仿真条件为:信号 形式同式(19),信号长度为17,输入信噪比的变化 范围为-12~12 dB,间隔为1 dB,分别进行100 次 Monte Carlo 模拟,信号调频率和初始值的估计值的 均方根误差曲线如图2 所示.

比较图 1 和图 2 可知:(1)随着信噪比的减小, 参数估计的均方根误差逐渐增大,当信噪比小于某 个门限时均方根误差迅速变大,分数阶傅里叶变换



图 1 FRFT 参数估计值的均方根误差曲线图



图 2 DCFT 参数估计值的均方根误差曲线图

的门限是-10 dB,而离散调频傅里叶变换的门限是 -6 dB;(2)分数阶傅里叶变换受噪声的影响较小, 参数估计精度较高,而离散调频傅里叶变换受噪声 影响较大,参数估计精度较低;(3)基于分数阶傅里 叶变换的自聚焦算法估计相位精度要高于基于离散 调频傅里叶变换的自聚焦算法.

6 结 论

(上接第24页)

- [2] [苏]瓦金等.无线电干扰和无线电技术侦察基础[M].北京:科学出版社,1977.
- [3] [俄]瓦金等,[美]敦威尔.电子战基本原理[M].北京: 电子工业出版社,2004.
- [4] R. Mittra, Computer Techniques for Electromagnetics, 1973.
- [5] 胡守军,刘丽君. 箔条云极化特性与雷达散射截面测量 研究[J]. 光电技术应用,2008,23(3):62-64.

利用分数阶傅里叶变换处理 LFM 信号的优良 特性,分析了在 ISAR 成像中目标非均匀转动情况 下的自聚焦问题.基于分数阶傅里叶变换的自聚焦 算法与基于离散调频傅里叶变换的自聚焦算法相 比,不仅能够得到更精确的调频率估计值及初始频 率估计值,而且还能估计出自聚焦必需的初相估计 值,进而能够得出更精确的相位估计值,达到更好的 自聚焦效果.尤其提出的此种算法计算量较小,可提 高自聚焦的实时处理能力.

参考文献

- [1] 保铮,刑孟道,王彤.雷达成像技术[M].北京:电子工 业出版社,2004.
- Steinberg B D, Carlson D L, Lee W. Microwave imaging of aircraft[J]. Proceedings of the IEEE, 1988, 76: 1578 - 1592.
- [3] 韩兴斌, 胡卫东, 郁文贤,等. 一种非均匀转动目标的 ISAR 自聚焦算法[J]. 信号处理, 2007, 23(6): 844-848.
- [4] 齐林,陶然,周思永,等.基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J].中国科学(E辑),2003,33(8):749-759.
- [5] Namias V. The fractional Fourier transform and its application in quantum mechanics [J]. J. Inst. Appl. Math, 1980,(25):241-265.
- [6] Almeida L B. The fractional Fourier transform and timefrequency representa-tions [J]. IEEE, Transaction on Signal pr- ocessing, 1994, 42(11): 3084-3091.
- [7] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A, et al. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Trans on SP, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [6] 胡守军.毫米波多散射单元线散射体的雷达截面计算 [J].红外与毫米波学报,1999(4).
- [7] 林象平.电子对抗原理(下册)[M].北京:国防工业出版社,1982.
- [8] 李世智.电磁辐射与散射问题的矩量法[M].北京:电子工业出版社,1985.
- [9] R. F. Harrington. Field Computation by Moment Methods, 1968.
- [10] [美]克拉特.雷达散射截面——预估、测量和减缩
 [M].北京:电子工业出版社,1988.