

·信号与信息处理·

改进粒子滤波算法在目标状态估计中的应用

李春鑫, 王孝通, 徐晓刚

(海军大连舰艇学院, 辽宁 大连 116018)

摘要:针对粒子滤波算法(PF)建议性函数的选择问题和粒子匮乏现象,提出了改进粒子滤波算法.该算法利用无迹卡尔曼滤波(UKF)产生建议性分布,提高估计精度;采用马尔科夫蒙特卡罗法(MCMC)保持粒子多样性,抑制粒子匮乏现象.仿真结果表明该算法的目标状态估计精度明显优于PF、UPF、PF-MCMC和PF-EKF-MCMC算法.

关键词:粒子滤波;无迹卡尔曼滤波;马尔科夫蒙特卡罗法;状态估计

中图分类号:TN911.73

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2009)01-0066-04

Application of Improved Particle Filter Algorithm in Target State Estimation

LI Chun-xin, WANG Xiao-tong, XU Xiao-gang

(Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

Abstract: Aiming at the choice of proposal function and degeneracy problem in particle filter (PF), an improved algorithm is put forward. Unscented Kalman Filter (UKF) is used to produce the proposal function, the estimate accuracy can be improved, Markov Chain Monte Carlo (MCMC) is applied to keep the diversity of the particles and solve the degeneracy problem. The simulation result illustrates the algorithm is superior to PF, UPF, PF-MCMC (PF with MCMC) and PF-EKF-MCMC (PF with EKF and MCMC) in accuracy.

Key words: particle filter; Unscented Kalman Filter; Markov Chain Monte Carlo; state estimation

粒子滤波作为一种求解后验概率的实用性算法,在处理非线性和非高斯系统的参数估计和状态滤波问题方面具有独到的优势.但粒子滤波存在粒子匮乏现象,其建议性函数的选择直接影响算法的估计性能.目前出现了很多改进算法,主要是围绕建议性分布的选择或者是克服粒子匮乏现象.为了提高跟踪精度,综合考虑克服粒子滤波算法的这两大缺陷,研究将无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)和马尔科夫蒙特卡罗法(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)融合于粒子滤波算法,利用UKF生成建议性分布,提高估计精度;采用MCMC算法保持粒子多样性,抑制粒子匮乏现象.

1 基本粒子滤波算法

粒子滤波(particle filter, PF)的基本思想就是利用一系列随机抽取的样本以及样本的权重来计算状态的后验概率分布.系统的动态空间模型为

$$\text{状态方程: } x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) \quad (1)$$

$$\text{观测方程: } z_k = h(x_k, v_k) \quad (2)$$

其中, x_k 为系统在 k 时刻的状态; z_k 为系统状态 x_k 的观测值; u_{k-1} 、 v_k 分别为过程和观测噪声; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 为有界非线性映射函数.

设采样 N 个粒子, 粒子 $x_k^i \sim p(x_k | z_{1:k})$, 粒子滤波算法原理描述为

$$\hat{p}(x_k | z_{1:k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_k - x_k^i) \quad (3)$$

收稿日期:2009-01-13

基金项目:辽宁省自然科学基金(20082176);浙江大学CAD&CG国家重点实验室开放基金(A0906)

作者简介:李春鑫(1980-),男,辽宁大连人,博士研究生,主要研究方向为视频目标跟踪技术.

由于要从后验概率密度分布进行粒子的采样,而后验概率正是问题的求解,因此,根据重要性采样原理,可以通过从一个已知的、易于采样的替代建议性密度分布 $q(x_k | z_{1:k})$ 中采样,获得粒子对应权重,得到后验概率

$$\hat{p}(x_k | z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (4)$$

根据贝叶斯准则,推导迭代方式的权重计算公式为

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{p(z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k)} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)就构成了迭代的序贯重要性采样(SIS)算法的基本过程. Doucet^[1]从理论上证明了SIS算法出现粒子数匮乏现象的必然性,即随着时间的增加,重要性权值有可能集中到少数粒子上,不能有效表达出后验概率密度函数. Gordon等人^[2]提出了重采样方法,基本思想是通过粒子数和相应权值表示的概率密度函数重新采样,增加权值较大的粒子数,减少权值较小的粒子数. 粒子滤波算法中建议性分布的选择直接影响算法的估计性能.

2 UKF 算法的应用

粒子滤波建议性分布的选择,目前最常用的选取方法是令 $q(x_k | x_{k-1}^i, z_k) = p(x_k | x_{k-1}^i)$, 丢失了 k 时刻的观测值,使 x_k 严重依赖于模型. 如果模型不准确或者观测噪声突然增大,这种参考分布不能有效表示真实分布. 对于非线性模型, EKF(Extended Kalman Filter)只能精确到一阶水平,线性化将使得方差与真实值偏差较大,容易导致滤波的有偏或发散,使用 EKF 对每个粒子进行局部线性化来完成样本更新,使得粒子滤波算法没有从根本上绕开线性化问题. 而 UKF 是由 Julier 等^[3]提出的一种算法,该算法直接利用非线性模型,避免引入线性化误差,提高滤波精度,在密度统计估计问题中远远优于 EKF,但仍需假设后验概率为高斯分布. 利用 UKF 生成建议性分布产生新粒子的基本思想是:先根据前一时刻粒子及其方差确定一组 sigma 点,点集的位置和权值由粒子的期望和方差唯一确定,能较准确地抓住粒子概率分布的特征. 然后将这些点分别代入状态方程(1),得到一新点集,用这些点集的加权和作为期望,用其方差的加权和作为方差,再用观测方程(2)对已经求得的期望和方差进行修正,并用

修正后的值作为高斯分布的期望和方差,产生一个当前时刻的粒子.

3 MCMC 算法的应用

MCMC 算法主要是解决保持粒子多样性,抑制粒子退化问题. 采用的是 Metropolis - Hastings (MH) 算法^[4,5]. 其基本思想是:根据建议概率分布函数 $p(x_k | x_{k-1})$ 给定当前状态 x_{k-1}^i , 选择下一时刻的候选状态 $x_k^{i'}$, 根据接受概率来决定 k 时刻状态的选取. 接受概率计算公式如下

$$A(x_k^i, x_k^{i'}) = \min\left(1, \frac{p(y_k | x_k^{i'})}{p(y_k | x_k^i)}\right) \quad (6)$$

MH 算法应用到粒子滤波的具体步骤如下:

(1) 从均匀分布 $[0, 1]$ 中抽取阈值 $u \sim U[0, 1]$;

(2) 从建议概率分布函数 $p(x_k | x_{k-1})$ 抽样得到候选状态 $x_k^{i'}$;

(3) 计算接受概率 A , 若 $u \leq A$, 则接受 $x_k^{i'}$, 即 $x_k^i = x_k^{i'}$; 反之, 则拒绝 $x_k^{i'}$, 保留重采样粒子, 即 $x_k^i = x_k^i$.

4 改进的粒子滤波算法

将 UKF 和 MH 算法融合到粒子滤波算法中, 利用 UKF 产生建议性分布, 从建议分布中采样, 提高粒子滤波估计精度, 重采样后, 采用 MH 算法对估计状态进行进一步逼近处理, 既保持了粒子多样性, 又抑制了粒子退化现象. 改进粒子滤波算法的具体步骤:

(1) 对于 $i = 1, 2, \dots, N, j = 0, 1, \dots, 2l$, 从先验概率 $p(x_0)$ 中随机抽取 N 个粒子得到 x_0^i , 并令 $w_0^i = 1/N$.

计算均值: $\bar{x}_0^i = E[x_0^i]$

扩维处理: $\bar{x}_0^{ia} = E[x_0^{ia}] = [(\bar{x}_0^i)^T 00]^T_{l \times 1}$

计算方差: $P_0^i = E[(x_0^i - \bar{x}_0^i)(x_0^i - \bar{x}_0^i)^T]$

扩维得到: $P_0^{ia} = \begin{bmatrix} P_0^i & 0 & 0 \\ 0 & P_u & 0 \\ 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}_{l \times l}$

(2) 计算粒子的 sigma 点集, 选取 $2l + 1$ 个点集.

$$\chi_{k-1}^{ia} = [x_{k-1}^{ia} \quad x_{k-1}^{ia} + \sqrt{(l + \lambda) P_0^{ia}} \quad x_{k-1}^{ia} - \sqrt{(l + \lambda) P_0^{ia}}]$$

(3) 时间更新:

$$\chi_{k|k-1}^{i,x} = f(\chi_{k-1}^{i,x}, \chi_{k-1}^{i,u})$$

$$\hat{x}_{k|k-1}^{\wedge} = \sum_{j=0}^{2l} w_j^m \chi_{j,k|k-1}^{i,x}$$

$$P_{k|k-1}^i = \sum_{j=0}^{2l} w_j^c (\chi_{j,k|k-1}^{i,x} - \hat{x}_{k|k-1}^{\wedge}) (\chi_{j,k|k-1}^{i,x} - \hat{x}_{k|k-1}^{\wedge})^T$$

$$y_{k|k-1}^i = h(\chi_{k|k-1}^{i,x}, \chi_{k-1}^{i,\nu})$$

$$\hat{y}_{k|k-1}^{\wedge} = \sum_{j=0}^{2l} w_j^m y_{j,k|k-1}^i$$

(4) 测量更新:

$$P_{x_k y_k} = \sum_{j=0}^{2l} w_j^c (\chi_{j,k|k-1}^{i,x} - \hat{x}_{k|k-1}^{\wedge}) (y_{j,k|k-1}^i - \hat{y}_{k|k-1}^{\wedge})^T$$

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1}$$

$$\hat{x}_k^{\wedge} = \hat{x}_{k|k-1}^{\wedge} + K_k (y_k - \hat{y}_{k|k-1}^{\wedge})$$

$$P_k^i = P_{k|k-1}^i - K_k P_{y_k y_k} K_k^T$$

(5) 从建议分布获得采样 $\hat{x}_k^{\wedge} \sim N(\hat{x}_k^{\wedge}, P_k^i)$, 根据式(5)计算粒子权值, 并归一化处理。

(6) 重采样, $Pr(x_k^i = \hat{x}_k^{\wedge}) = \frac{\hat{x}_k^{\wedge}}{w_k^i}$.

(7) 抽取阈值 $u \sim U[0, 1]$, 从建议分布 $N(\hat{x}_k^{\wedge}, P_k^i)$ 中抽样得到候选状态 $x_k^{i'}$, 计算接受概率 A , 若 $u \leq A$, $x_k^i = x_k^{i'}$; 反之, $x_k^i = \hat{x}_k^{\wedge}$. 重置 $w_k^i = 1/N$.

(8) 输出 k 时刻的状态估计: $x_k = \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i$. $k = k + 1$, 返回步骤(2).

其中: 合成比例参数 $\lambda = \alpha^2(l + \beta) - l$; β 为缩放比例参数, 控制 Sigma 点到均值的距离; α 为正的缩放比例参数, 控制粒子分布的距离, 为了避免在强非线性情况下产生采样的非局部效应, 应取较小值. 这里取 $\beta = 0, \alpha = 1$. w_j^m 为均值权值, w_j^c 为方差权值.

$$w_0^m = \lambda / (l + \lambda)$$

$$w_0^c = \lambda / (l + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \gamma)$$

$$w_i^m = w_i^c = 1 / [2(l + \lambda)], i = 1, 2, \dots, 2l.$$

式中, γ 为非负的权值参数, 对于高斯先验分布, 最佳选择 $\gamma = 2$.

5 仿真测试与分析

为了便于比较和说明, 分别采用 PF、UPF(利用

UKF 产生建议性分布的粒子滤波算法)、PF-MCMC(利用 MCMC 进行抽样和采样的粒子滤波算法)、PF-EKF-MCMC(利用 EKF 产生建议性分布, 同时采用 MCMC 进一步抽样的粒子滤波算法)和文中提出的算法进行状态估计仿真, 如图 1 所示. 将观测过程分为 2 个时间段, 分别采用 2 个不同的观测模型对算法进行测试, 非平稳非线性模型如下

$$x_t = 1 + 0.5x_{t-1} + 0.5x_{t-1} / (1 + x_{t-1}^2) + \cos(0.05\pi(t-1)) + u_{t-1}$$

$$y_t = \begin{cases} x_t^2/5 + \nu_t & 0 \leq t \leq 30 \\ x_t/2 + \nu_t & 30 < t \leq 60 \end{cases}$$

其中 u_{t-1} 和 ν_t 为零均值的高斯白噪声. 取 100 个粒子, 各算法的估计结果和后验概率分布情况如图 1 所示. 为了进一步分析各算法的性能, 反复初始化仿真估计 10 次, 各算法的估计性能参数的平均值如表 1 所示. 从仿真结果可得出以下结论: 这里提出算法的估计精度明显高于 PF、UPF、PF-MCMC 和 PF-EKF-MCMC. 此外, 由于模型高度的非线性, 使用 EKF 产生建议性分布产生误差大, 因此, PF-EKF-MCMC 算法的仿真结果略差于 UPF.

表 1 不同算法 10 次估计性能参数均值比较

算法	RMSE	运算时间/(s)
PF	0.3998	1.9729
PF-MCMC	0.3511	3.0867
UPF	0.2614	8.1143
PF-EKF-MCMC	0.2771	8.8946
本文算法	0.0126	16.7908

6 结束语

综合考虑克服粒子滤波算法中建议性分布的选择和粒子匮乏现象, 研究将 UKF 和 MCMC 算法融合于粒子滤波算法中, 利用 UKF 生成建议性分布, 提高估计精度; 采用 MCMC 算法中的 MH 算法保持粒子多样性, 抑制粒子匮乏现象. 通过仿真测试与比较, 该算法的精度高于 PF、UPF、PF-MCMC、PF-EKF-MCMC 算法. 下一步工作, 研究如何减少该算法的计算量, 提高实时性, 并将其应用于视频图像的目标跟踪.

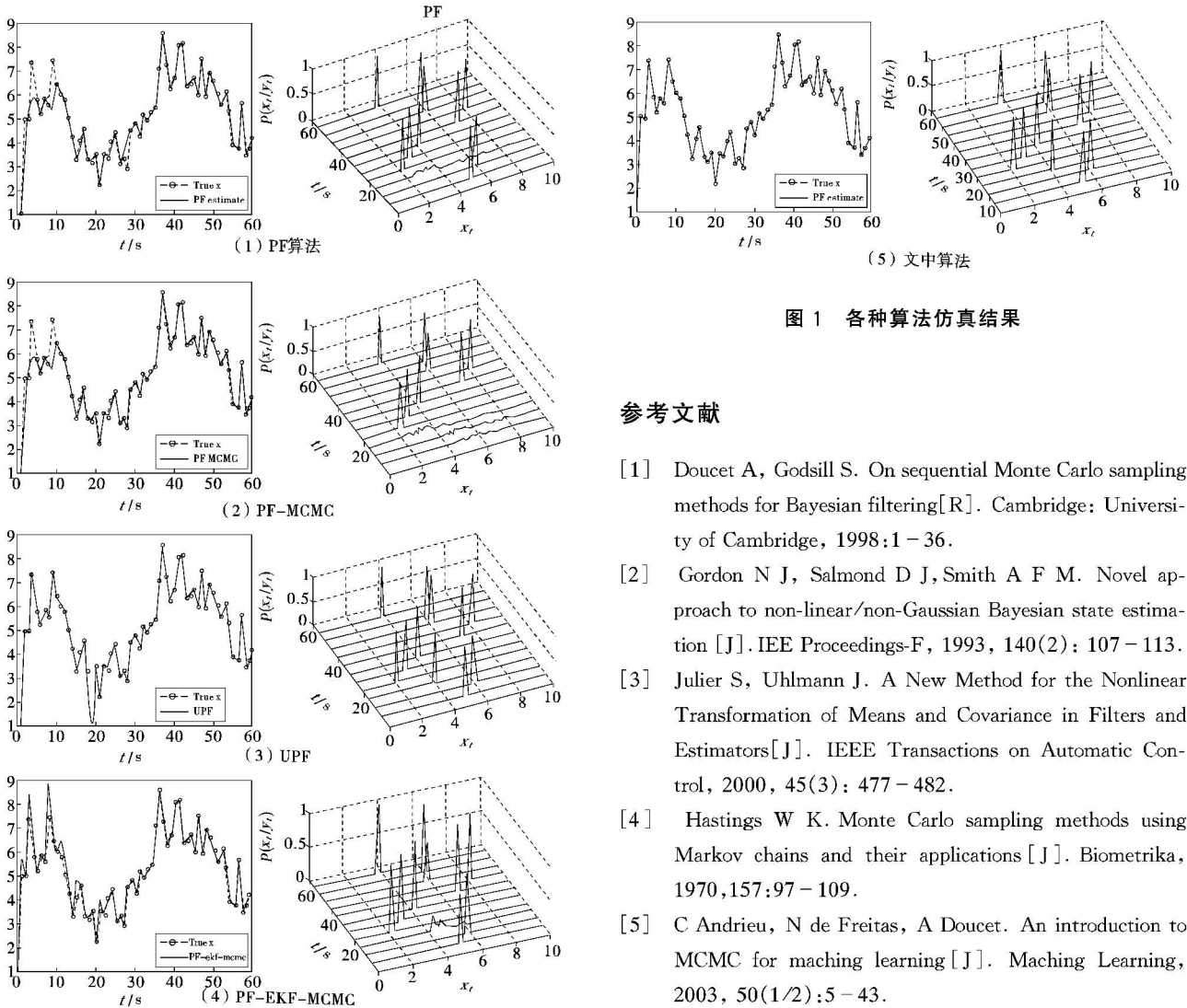


图 1 各种算法仿真结果

参考文献

[1] Doucet A, Godsill S. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering[R]. Cambridge: University of Cambridge, 1998:1 - 36.

[2] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to non-linear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. IEE Proceedings-F, 1993, 140(2): 107 - 113.

[3] Julier S, Uhlmann J. A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariance in Filters and Estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477 - 482.

[4] Hastings W K. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications [J]. Biometrika, 1970, 157:97 - 109.

[5] C Andrieu, N de Freitas, A Doucet. An introduction to MCMC for machine learning [J]. Machine Learning, 2003, 50(1/2):5 - 43.

简讯

基于激光监视技术的 Ellipse 反狙击手系统

美国和欧洲正在加紧研究反狙击手技术,以应对在阿富汗、伊拉克以及本国面临的威胁.大多数系统使用声学或热传感器,要等到狙击手开火后才能锁定其方位.EADS 公司开发了一种技术,可在狙击手扣动扳机之前,通过狙击手瞄准镜跳动的光线,警告攻击及狙击手的精确位置.

ELLIPSE 类似一个架在三脚架上的加速雷达,用激光束扫描保护区域,遇到任意透镜都会反射光,处理器随后识别狙击手的瞄准信号.如果将几个

ELLIPSE 布放在政治集会或运动场中的要人周围,狙击手的位置能够通过“三角测量法”(GPS 卫星导航采用的技术)的扫描迅速测定和定位.

EADS 公司称:“系统的原理与公路中央的‘猫眼’是一样的.‘猫眼’的作用与猫的视网膜类似,通过反射车头灯的光线照亮道路”.

EADS 公司希望将这种理念应用于 2012 年伦敦奥运会,作为安保的重要防御手段之一.

(张洁提供)