

文章编号: 1005-5630(2023)06-0052-08

DOI: 10.3969/j.issn.1005-5630.202302270029

基于坐标转换的分数轨道角动量探测

胡晓楠^{1,2}, 方心远^{1,2}

(1. 上海理工大学光子芯片研究院, 上海 200093;
2. 上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

摘要: 具有轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的涡旋光束因其无穷的空间状态, 在经典光学和量子光学中备受关注。近年来, 通过引入分数 OAM 的涡旋光束来增加 OAM 模式维度的复用能力。然而, 如何高效探测分数 OAM 模式仍然是一个有待解决的问题。通过逆向设计结合坐标转换的方式对分数 OAM 模式进行探测。首先, 分数 OAM 模式通过扇形转换调制, 得到螺旋相位梯度成倍增加的光场。其次, 通过对数转换的转换相位叠加逆向设计的补偿相位调制光场。最后, 实现对拓扑荷数间隔为 0.1 的 21 阶 OAM 模式的探测。结果发现, 两束复用分数 OAM 光束经过系统后, 光斑能被分开的最小间隔为 0.6。同时, 系统仍然能保持 83% 的高衍射效率。这为解决高效率、超高维度的光学处理领域提供了一种有效的方案。

关键词: 坐标转换; 逆向设计; 分数轨道角动量; 高衍射效率

中图分类号: O 436.1 **文献标志码:** A

Detection of fractional orbital angular momentum based on coordinate transformation

HU Xiaonan^{1,2}, FANG Xinyuan^{1,2}

(1. Institute of Photonic Chips, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Vortex beams with orbital angular momentum (OAM) have attracted much attention in classical and quantum optics due to their infinite spatial states. In recent years, fractional OAM vortex beams have been introduced to increase the multiplexing ability of OAM mode dimensions. However, how to efficiently detect fractional OAM patterns is still a problem to be solved. This paper uses reverse design combined with coordinate transformation to identify fractional OAM patterns. Firstly, the fractional OAM mode is modulated by sector conversion to obtain a light field with a spiral phase gradient that increases exponentially. Secondly, the light field is re modulated by

收稿日期: 2023-02-27

基金项目: 上海新星计划(20QA1404100); 国家自然科学基金(62005164、62005166、12004355)

第一作者: 胡晓楠(1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向为轨道角动量。E-mail: 203590537@st.usst.edu.cn

通信作者: 方心远(1992—), 男, 副教授, 研究方向为轨道角动量光束、全息技术、非线性光子晶体。E-mail: xinyuan.fang@usst.edu.cn

a logarithmically converted converted conversion phase superimposed on a reversely designed compensation phase. Finally, the recognition of a 21 order OAM pattern with a topological charge interval of 0.1 is realized. Moreover, it was found that after two multiplexed fractional OAM beams pass through the system, the minimum spacing at which the light spots can be separated is 0.6. At the same time, the system can still maintain a high diffraction efficiency of 83%. This provides an effective solution for solving the field of high efficiency and ultra high dimensional optical processing.

Keywords: coordinate transformation; reverse design; fractional orbital angular momentum; high diffraction efficiency

引 言

涡旋光束是携带每个光子的轨道角动量为 $l\hbar$ 的特殊光束, 包含螺旋相位因子 $\exp(i l \theta)$ 。其中 l 是取任意实数的拓扑电荷, θ 是空间方位角, \hbar 是约化普朗克常数(等于普朗克常数 $h/2\pi$)^[1-2]。值得注意的是轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的无穷物理维度使其具有广泛的应用领域, 比如光通信、量子纠缠、光操纵等^[3-5]。作为一类特殊的结构光, OAM 光束的产生^[6-7]和探测都十分重要。OAM 探测方法根据物理机制可分为衍射和干涉, 表面等离子体激元和轨道光电流效应^[8-11]。对于衍射探测方法, 包括设计特定的叉形光栅, 振幅型的三角形孔径, 以及全电介质超表面等^[12-14]。应当指出的是, 与衍射探测有关的方法无法实现高效率、高维度的探测。

近几年, 有研究者通过把不同阶 OAM 光束的相位频率变化从极坐标系转换到直角坐标系中, 实现 OAM 模式的高效探测, 这种方法被称为坐标转换。格拉斯哥大学的研究人员最先提出这个想法, 通过两个级联的衍射光学元件, 实现了混合 OAM 状态的分离^[15]。但是由于坐标转换时仅仅利用了一圈角向相位梯度, 导致可区分 OAM 状态分辨率很差(例如, 拓扑荷相差 1 的 OAM 光束在最后的成像面重叠严重, 无法区分)。为了解决这个问题, 罗切斯特大学课题组在衍射元件外, 额外加入 Fan-out 光栅以及相位校准元件, 提高了不同 OAM 光束在直角坐标系下的频率差别^[16]。中山大学余思远教授课题组

采用螺旋线方式进行相位取样, 仅用两个衍射相位元件完成了高分辨率的 OAM 区分任务^[17]。坐标转换方法能够实现一次性高效率探测, 然而, 以上所有工作只能用于整数 OAM 模式的探测。

分数 OAM 模式是具有复杂波前分布的涡旋光束, 其螺旋相位因子与整数 OAM 模式一样均可表示为 $\exp(i l \theta)$, 但其中拓扑电荷 l 的值为分数。因为其波前分布不是以固定的 $0 \sim 2\pi$ 为周期, 所以具有更多的正交维度(任意两个分数拓扑荷值之差为整数即相互正交)及更强的编解码能力。另外, 整体光斑呈现出有缺口的环形形状, 使得能量不再成均匀对称分布。如此复杂的波前分布特征使其在光操纵、光通信、光学成像、量子光学等领域应用十分广泛^[18-21]。目前分数 OAM 模式的探测方法包括设计特定的衍射光栅, 卷积神经网络等^[22-23]。但是, 使用这些方法探测分数 OAM 模式同样会出现效率低、模式少和系统操作复杂等问题。本文提出基于坐标转换结合逆向设计的方法, 实现了分数 OAM 模式的探测。采用 OAM 模式从 $-1 \sim 1$ 间隔为 0.1 的光束, 经扇形转换, 及对数转换和逆向设计结合生成的叠加相位的调制, 完成分数 OAM 模式的探测, 且光学系统的衍射效率保持在 83%。此外, 发现两束复用的分数 OAM 模式能被系统探测的最小拓扑荷间隔为 0.6。

1 原理与设计

为了实现对分数 OAM 模式的高效探测, 本文提出使用扇形转换和对数转换结合逆向设计的方法, 概念图如图 1 所示。首先, 多束复用的分

数 OAM 光束通过扇形转换后，相位梯度扩大 n 倍；其次，相位梯度扩大后的光场经过由对数转换的转换相位和逆向设计的补偿相位得到的叠加相位的调制；最后，经傅里叶变换透镜聚焦得到不同的光斑分布。

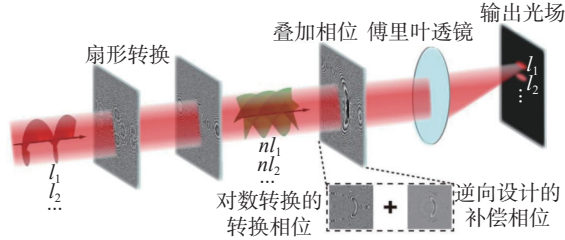


图 1 分数 OAM 模式探测概念图

Fig. 1 Fractional OAM modes recognition concept map

具体来说，可将图 1 中原理分为三部分，分别是扇形转换、对数转换和逆向设计算法。以下将对每一部分的原理进行详细描述。

1.1 扇形转换

执行光学信息的扇形转换任务，需要利用角向坐标之间的缩放，将处于第一平面极坐标系 (r, θ) 中的光学信息映射到第二平面极坐标系 (ρ, φ) ，其中 r 和 ρ 分别表示相应坐标系中的径向坐标， θ 和 φ 分别表示角向坐标。角向坐标之间的缩放关系为^[24]

$$\varphi = \frac{\theta}{n} \quad (1)$$

式中： n 表示坐标角向缩放比例系数。接着，利用保形映射关系，得出第二平面径向坐标

$$\rho = a \left(\frac{r}{b} \right)^{-\frac{1}{n}} \quad (2)$$

式中： a 和 b 是两个任意可调节参数。经过式 (1)、(2) 的变换，完成第一平面中 $0 \sim 2\pi$ 相位梯度到第二平面 $2\pi/n$ 扇形区域上的映射。由此得到转换光学元件的相位分布 Ω_1

$$\Omega_1(r, \theta) = \frac{kab}{f} \left(\frac{r}{b} \right)^{1-\frac{1}{n}} \frac{\cos \left[\theta \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]}{1 - \frac{1}{n}} - \frac{kr^2}{2f} \quad (3)$$

根据平稳相位近似^[25]，得出补偿光学元件的相位分布 Ω_2

$$\Omega_2(\rho, \varphi) = \frac{kab}{f} \left(\frac{\rho}{b} \right)^{1-n} \frac{\cos [\varphi(1-n)]}{1-n} - \frac{k\rho^2}{2f} \quad (4)$$

式中： f 为傅里叶变换透镜的焦距； $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢， λ 是光波波长。进一步，利用移位项 $2\pi(j-1)/n$ 对式 (3)、(4) 分别求和，其中 $j=1, \dots, n$ ，得到相位梯度倍增的扇形转换表达式

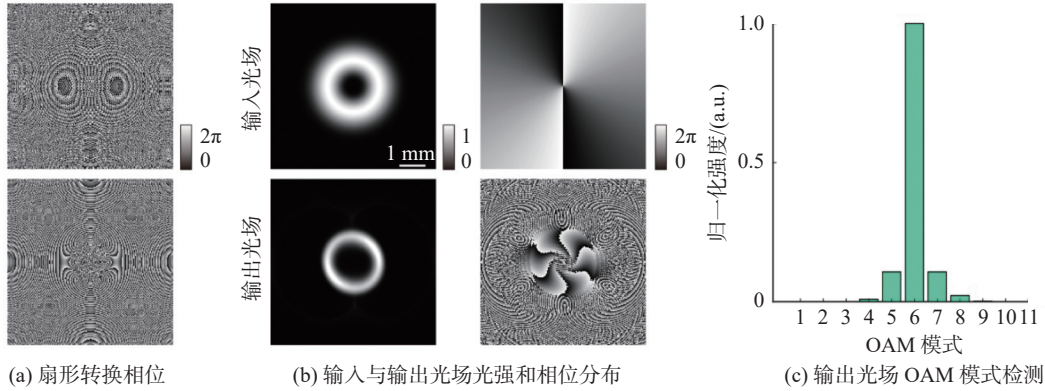
$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{M1}(r, \theta) = \arg \left\{ \sum_{j=1}^n e^{i\Omega_1^{(j)}} \right\}, \Omega_1^{(j)}(r, \theta) = \\ \frac{kab}{f} \left(\frac{r}{b} \right)^{1-\frac{1}{n}} \frac{\cos \left[\theta \left(1 - \frac{1}{n} \right) - (j-1) \frac{2\pi}{n} \right]}{1 - \frac{1}{n}} - \frac{kr^2}{2f} \quad (5) \\ \Omega_{M2}(\rho, \varphi) = \Omega_2^{(j)}(\rho, \varphi) = \\ \frac{kab}{f} \left(\frac{\rho}{b} \right)^{1-n} \frac{\cos [\varphi(1-n) - 2\pi(j-1)]}{1-n} - \frac{k\rho^2}{2f} \end{array} \right.$$

式中： Ω_{M1} 和 Ω_{M2} 分别表示转换光学元件和补偿光学元件的相位分布； \arg 为取辐角运算； i 为虚数单位。

本文选取波长为 633nm，像素个数为 512×512 ，像素大小为 $12.5 \mu\text{m}$ ，以及 $l=2$ 的拉盖尔高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束和束腰半径 w_0 为 1 mm 的参数模拟了光束通过扇形转换的结果。此外，扇形转换的相位平面设计参数为 $n=3$ ， $a=1 \text{ mm}$ ， $b=1 \text{ mm}$ ， $f=200 \text{ mm}$ ，模拟结果如图 2 所示。图 2(a) 中，第一行和第二行分别为模拟得到的扇形转换的转化相位和补偿相位。图 2(b) 中，第一行为输入 LG 光束的光强和相位分布，通过扇形转换后，得到输出光场的光强和相位分布如第二行所示。另外，选取了 $l=-11 \sim -1$ 的 OAM 模式与得到的输出光场分别叠加，取远场结果中心相同区域的强度值，绘制如图 2(c) 所示的归一化强度柱形图。证明了输出光场的 OAM 模式为 $l=6$ ，与原理上 $l=2$ 的 LG 光束经过扇形转换后相位梯度乘 3 倍的结果一致。

1.2 对数转换

根据文献 [15] 可知，执行光学信息的对数转换任务，需要将处于第一平面笛卡尔坐标系 (x, y) 中的光学信息映射到第二平面笛卡尔坐标系 (u, v) ，其中 x 和 u 分别表示相应坐标系中的横坐标， y 和 v 分别表示纵坐标。两者坐标转换关系为

图 2 $LG(l=2)$ 光束的扇形转换图Fig. 2 Sector conversion diagram of $LG(l=2)$ beam

$$\begin{cases} u = -c \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d}\right) \\ v = c \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases} \quad (6)$$

式中 c 和 d 是两个任意可调节参数。由此得到转换光学元件的相位分布 Ω_3

$$\Omega_3(x, y) = \frac{kc}{f} \left[y \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - x \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d}\right) + x \right] - \frac{k(x^2 + y^2)}{2f} \quad (7)$$

依据平稳相位近似, 得到补偿光学元件的相位分布 Ω_4

$$\Omega_4(u, v) = -\frac{kcd}{f} \exp\left(-\frac{u}{c}\right) \cos\left(\frac{v}{c}\right) - \frac{k(u^2 + v^2)}{2f} \quad (8)$$

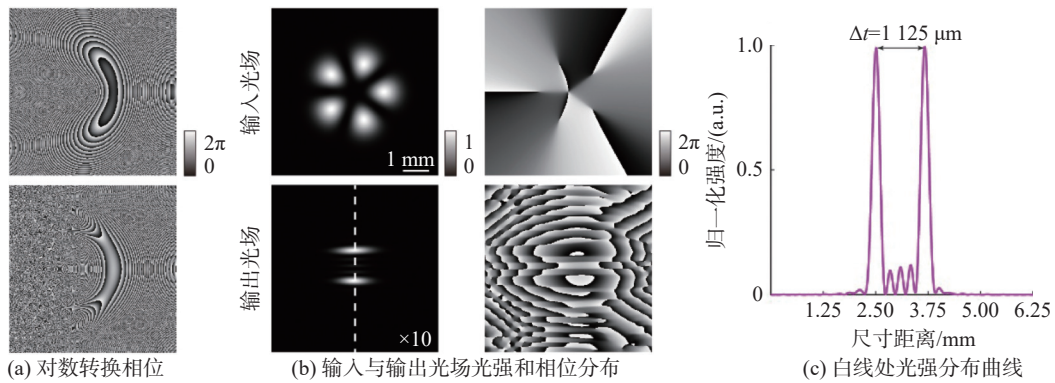
为了更直观的理解对数转换的作用, 本部分选取与上述图 2 中一致的参数, 并根据式(7)、

(8), 对 $l = -2$ 和 $l = 3$ 的两种 OAM 模式的 LG 相干光束的对数转换进行模拟, 得到图 3 所示结果。其中式(6)中参数 $c = 0.85$ mm, $d = 2$ mm。

图 3(a) 第一行和第二行分别为对数转换的转换相位和补偿相位。图 3(b) 第一行为模拟输入光场, 通过对数转换后, 得到放大 10 倍的输出光场的光强和相位分布如第二行所示。理论上光斑的横向位置 t 随拓扑电荷 l 的函数变化, 关系式为

$$t = \frac{\lambda fl}{2\pi c} \quad (9)$$

图 3(b) 中白色虚线处的归一化强度曲线如图 3(c) 所示。根据模拟结果, 当输入两束相干的 LG 光束时, 缩放前 OAM 模式探测的光斑横向间距 Δt 为 $112.5 \mu\text{m}$, 而根据式(9)所得理论间距 Δt 为 $118.5 \mu\text{m}$ 。可知模拟和理论几乎一致, 证明对数转换的准确性。

图 3 $LG(l=-2, 3)$ 相干光束的对数转换图Fig. 3 Logarithmic conversion diagram of $LG(l=-2, 3)$ coherent beams

1.3 逆向设计

为了简化光学系统的复杂程度, 本文省略了对数转换的补偿相位光学元件, 并用逆向设计的方法(本文为神经网络算法)在对数转换的转换相位层上进行补偿设计, 即在已知输入光场和输出光场的条件下, 逆向设计出满足特定要求的光学系统。接下来, 对具体细节进行详细描述。

在保证使用的基本参数与上述一致的情况下, 选择两束 $LG(l=-2, 3)$ 光束作为网络的输入光场, 一层相位变量层作为未知的调制信息,

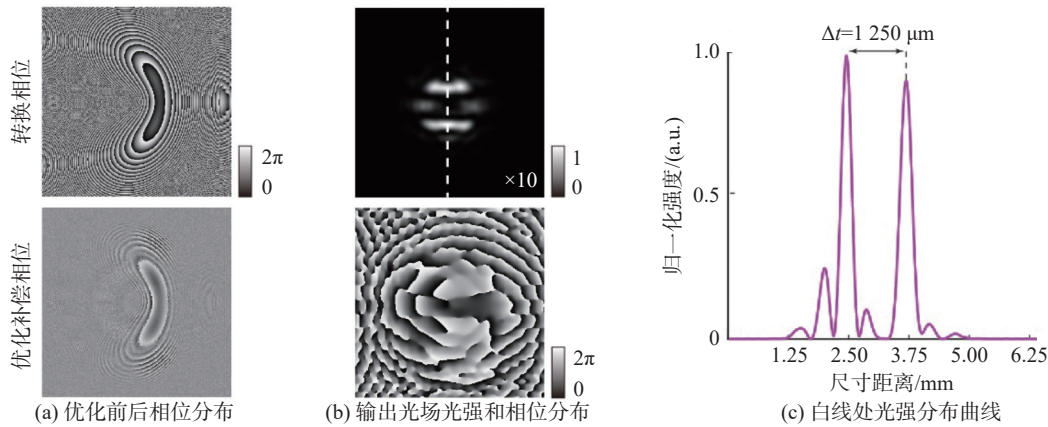


图 4 逆向设计下 $LG(l=-2, 3)$ 光束的对数转换图

Fig. 4 Logarithmic conversion diagram of $LG(l=-2, 3)$ beam under reverse design

LG 相干光束通过图 4(a) 中转换相位和优化补偿相位叠加后的相位元件, 得到图 4(b) 所示的光强和相位分布, 其中 $10\times$ 表示光场放大 10 倍。如图 4(c) 所示, 模拟的 LG 相干光束探测的横向间距 Δl 为 $125.0 \mu\text{m}$ (缩放前)。由此可见, 结合逆向设计的方法仍能实现 LG 相干光束的探测, 并且模拟得到的探测间距与上述理论间距 ($\Delta l = 118.5 \mu\text{m}$) 结果几乎一致。另外, 定义衍射效率 η 来衡量系统的能量损耗, 即光学系统中输出光场总能量与输入光场总能量之比

$$\eta = \frac{\iint_S |E_{\text{output}}|^2 ds}{\iint_S |E_{\text{input}}|^2 ds} \quad (10)$$

式中: E_{output} 和 E_{input} 分别表示输出和输入的光电场分布; S 表示积分的光场区域。光学系统的衍射效率高于 80% 时, 则认为该系统能耗较低、性能较好。对数转换和对数转换的转换相位叠加逆向设计的补偿相位这两种方法模拟得到的

学习率设置为 0.01。接着, 把补偿后的结果作为输出光场, 经过对数转换方法调制的结果作为目标光场。计算输出光场和目标光场的光强分布的均方误差, 作为损失函数。通过网络的不断迭代优化, 降低损失函数的数值, 更新变量相位层, 最终经过 6000 次迭代得到预期结果。本文使用型号为 Intel(R) Xeon(R) W-2133 CPU @ 3.60 GHz 和 NVIDIA CUDA 11.4, 以及配置 Python(3.8.13) 和 TensorFlow(2.6.0) 的计算机做运算。模拟结果如图 4 所示。

衍射效率分别为 99% 和 89%, 可见通过逆向设计补偿的转换相位仍然能满足高衍射效率的要求。

综上所述, 本文将对数转换的补偿相位省略, 利用逆向设计进行补偿的方法, 实现了 $l=-2, 3$ 的相干 LG 光束的探测。与仅用坐标转换方法相比, 得到的衍射效率较高, 横向间距几乎一致的结果, 验证了逆向设计对坐标转换的可行性。

2 讨 论

经上述分析, 本文选定坐标转换与逆向设计结合的新方式, 实现分数 OAM 模式的探测。模拟选取了 $n = 5$, $a = 2 \text{ mm}$, $b = 10 \mu\text{m}$, $c = 0.8 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$, $w_0 = 2 \text{ mm}$, $f = 200 \text{ mm}$ 的参数, 得到结果如图 5 所示。

图 5(a) 给出了本文设计的整体流程图。首先输入光场自由空间传播经过扇形转换得到一个

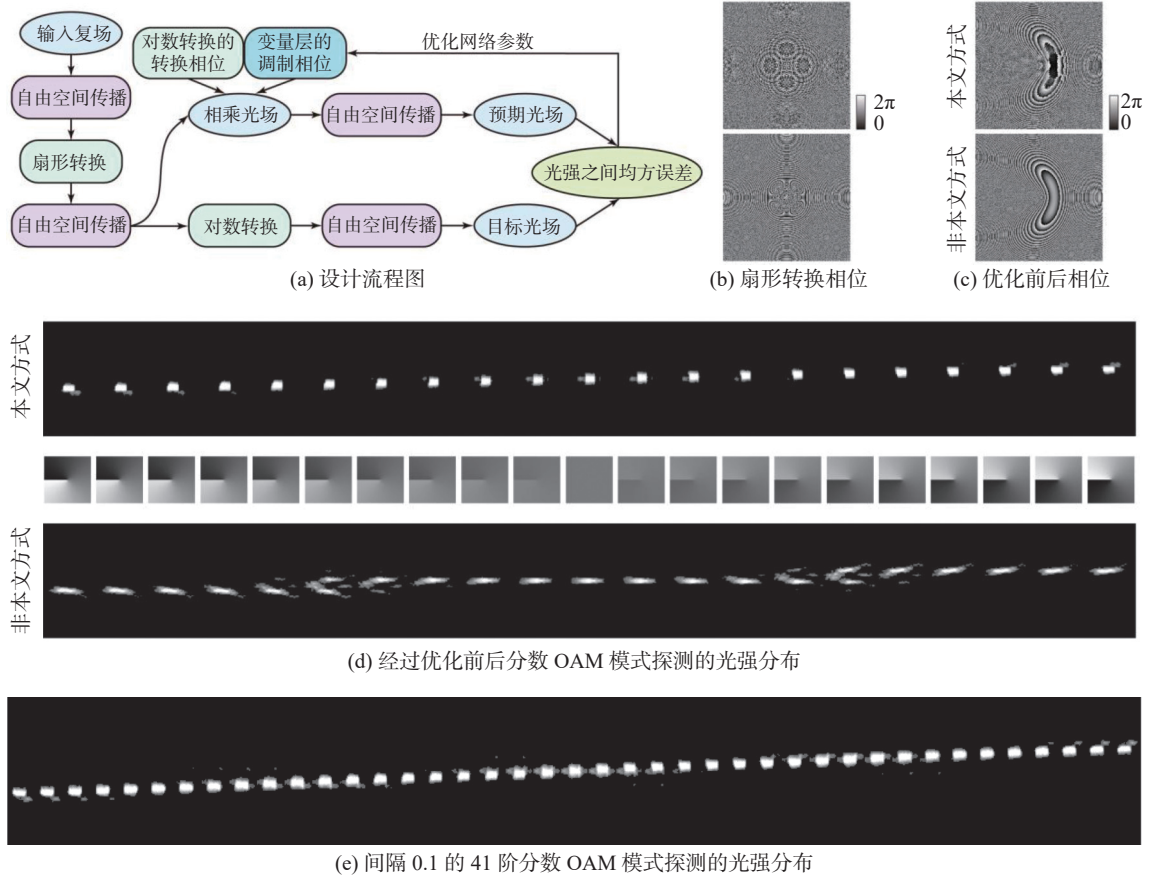


图 5 逆向设计下的坐标转换图

Fig. 5 Coordinate transformation diagram under reverse design

复场。然后该复场分两路在自由空间衍射传播, 一路经过对数转换调制得到目标光场, 另一路经过转换相位和一层变量相位的共同调制得到预期光场。接着将目标光场与预期光场之间的光强做均方误差计算, 得到网络的损失函数。最后通过随机梯度下降方法, 在不断的更新迭代中优化网络参数, 以得到预期的结果。

为了说明使用逆向设计优化的系统比未使用优化的系统的分数 OAM 模式探测能力更好, 给出间隔为 0.1 的 OAM 模式经过扇形转换相位 (见图 5(b)), 再分别经由优化前后的相位 (见图 5(c)) 第一行为优化相位, 第二行为未优化相位调制, 得到如图 5(d) 所示的衍射光斑分布。可见, 使用逆向设计优化的相位后, 得到了区分明显的光强分布。相反, 未经优化的相位只能得到强度分布不易区分的结果。证实了本文使用的方法可以实现拓扑荷数范围在 $-1 \sim 1$ 之间, 间隔

为 0.1 的 21 阶 OAM 模式探测, 并且保持了高达 83% 的衍射效率。

为了证明该方法并不局限于 21 阶数分数 OAM 模式探测, 本文使用同样方式再一次进行模拟。图 5(e) 中, 从左到右依次表示输入拓扑荷数从 $l = -2$ 开始, 间隔依次增加 0.1 的 41 阶 OAM 模式探测结果的光强分布, 并且衍射效率仍保持 81%。

另外, 为了进一步验证本文分数 OAM 模式探测方法的可行性, 图 6 给出了拓扑荷数变换范围从 $\Delta l = 0.4$ 到 $\Delta l = 0.9$ 的 OAM 模式探测光强分布曲线。定义探测效率为图中阴影区域中的强度分数^[26], 具体指的是两波峰交点处到其中一波峰的距离的两倍, 所指定的区域强度与其一光斑总强度之比, 探测效率代表两束光斑能否被分开的程度, 探测效率越低, 说明两光斑越不容易被区分开, 反之亦然。不失一般性, 认为探测效

率至少达到 60%，两束光斑才能被分开。如图 6 所示， $\Delta l = 0.4$ 到 $\Delta l = 0.9$ 的 OAM 模式探测效率从 48.09% 增加到 84.63%，且两束光斑至少能

被分开的间隔为 $\Delta l = 0.6$ ，此时对应的探测效率为 62.91% (见图 6(c))。

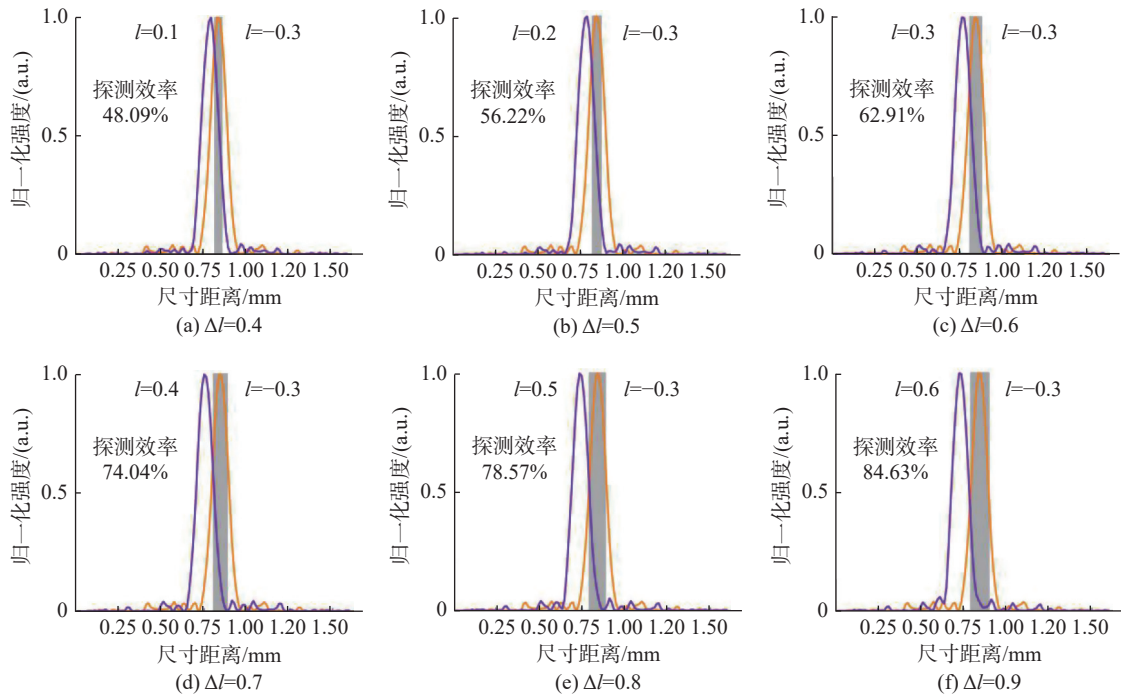


图 6 两种不同模式间隔的分数 OAM 模式通过系统后光斑的强度曲线

Fig. 6 The intensity curve of the facula after the fractional OAM mode with two different mode intervals passes through the system

3 结 论

本文提出了一种采用逆向设计结合坐标转换实现不同分数 OAM 模式探测的方法。分数 OAM 模式通过扇形转换成倍增加相位梯度，再经由对数转换的转换相位补偿逆向设计的特定相位，最终实现了最小间隔为 0.1 的分数 OAM 模式探测。同时，还确保了系统整体的衍射效率高达 83%。此外，两束复用的 OAM 光束间隔至少为 $\Delta l = 0.6$ 时，通过系统得到的光斑才能被分开。另外，相信在未来对逆向设计和坐标转换的更深入研究过程中，可以设计出更高维度、更高性能的光学系统，实现对 OAM 模式阶数的充分利用。未来能在 OAM 光通信的大容量和高效率方面展现出优异的应用前景，为 OAM 光计算提供更多逻辑信息复用探测的可能，并为以后经典光学和量子光学领域的发展做出贡献。

参考文献:

- [1] FORBES A, DE OLIVEIRA M, DENNIS M R. Structured light[J]. *Nature Photonics*, 2021, 15(4): 253 – 262.
- [2] SHEN Y J, WANG X J, XIE Z W, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities[J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8: 90.
- [3] ERHARD M, KRENN M, ZEILINGER A. Advances in high-dimensional quantum entanglement[J]. *Nature Reviews Physics*, 2020, 2(7): 365 – 381.
- [4] WANG D Y, LIU F F, LIU T, et al. Efficient generation of complex vectorial optical fields with metasurfaces[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10(1): 67.
- [5] WANG J, LIU J, LI S H, et al. Orbital angular momentum and beyond in free-space optical communications[J]. *Nanophotonics*, 2022, 11(4): 645 – 680.

- [6] CAI X L, WANG J W, STRAIN M J, et al. Integrated compact optical vortex beam emitters[J]. *Science*, 2012, 338(6105): 363 – 366.
- [7] ZHOU N, ZHENG S, CAO X P, et al. Ultra-compact broadband polarization diversity orbital angular momentum generator with $3.6 \times 3.6 \mu\text{m}^2$ footprint[J]. *Science Advances*, 2019, 5(5): eaau9593.
- [8] FANG X Y, KUANG Z Y, CHEN P, et al. Examining second-harmonic generation of high-order Laguerre–Gaussian modes through a single cylindrical lens[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(21): 4387 – 4390.
- [9] WEI D Z, WANG Y M, LIU D M, et al. Simple and nondestructive on-chip detection of optical orbital angular momentum through a single plasmonic nanohole[J]. *ACS Photonics*, 2017, 4(4): 996 – 1002.
- [10] GENEVET P, LIN J, KATS M A, et al. Holographic detection of the orbital angular momentum of light with plasmonic photodiodes[J]. *Nature Communications*, 2012, 3(1): 1278.
- [11] JI Z R, LIU W J, KRYLYUK S, et al. Photocurrent detection of the orbital angular momentum of light[J]. *Science*, 2020, 368(6492): 763 – 767.
- [12] LEI T, ZHANG M, LI Y R, et al. Massive individual orbital angular momentum channels for multiplexing enabled by Dammann gratings[J]. *Light: Science & Applications*, 2015, 4(3): e257 – e257.
- [13] YONGXIN L, HUA T, JIXIONG P, et al. Detecting the topological charge of vortex beams using an annular triangle aperture[J]. *Optics & Laser Technology*, 2011, 43(7): 1233 – 1236.
- [14] ZHANG S, HUO P C, ZHU W Q, et al. Broadband detection of multiple spin and orbital angular momenta via dielectric metasurface[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2020, 14(9): 2000062.
- [15] BERKHOUT G C G, LAVERY M P J, COURTIAL J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(15): 153601.
- [16] MIRHOSSEINI M, MALIK M, SHI Z M, et al. Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light[J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 2781.
- [17] WEN Y H, CHREMMOS I, CHEN Y J, et al. Spiral transformation for high-resolution and efficient sorting of optical vortex modes[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(19): 193904.
- [18] DASGUPTA R, AHLAWAT S, VERMA R S, et al. Optical orientation and rotation of trapped red blood cells with Laguerre-Gaussian mode[J]. *Optics Express*, 2011, 19(8): 7680 – 7688.
- [19] LEACH J, YAO E, PADGETT M J. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam[J]. *New Journal of Physics*, 2004, 6(1): 71.
- [20] LIU H Y, WANG Y, WANG J Q, et al. Electromagnetic vortex enhanced imaging using fractional OAM beams[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2021, 20(6): 948 – 952.
- [21] OEMRAWSINGH S S R, MA X, VOIGT D, et al. Experimental demonstration of fractional orbital angular momentum entanglement of two photons[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(24): 240501.
- [22] SUN J J, SUN S, YANG L J. Machine learning-based fast integer and fractional vortex modes recognition of partially occluded vortex beams[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2022, 70(8): 6775 – 6784.
- [23] DENG D, LIN M C, LI Y, et al. Precision measurement of fractional orbital angular momentum[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 12(1): 014048.
- [24] RUFFATO G, MASSARI M, ROMANATO F. Multiplication and division of the orbital angular momentum of light with diffractive transformation optics[J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8: 113.
- [25] HOSSACK W J, DARLING A M, DAHDOUH A. Coordinate transformations with multiple computer-generated optical elements[J]. *Journal of Modern Optics*, 1987, 34(9): 1235 – 1250.
- [26] GUO Y H, ZHANG S C, PU M B, et al. Spin-decoupled metasurface for simultaneous detection of spin and orbital angular momenta via momentum transformation[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10(1): 63.

(编辑: 张 磊)