文章编号: 1005-5630(2023)04-0054-08

DOI: 10.3969/j.issn.1005-5630.2023.004.008

# 基于叠加态涡旋光多普勒效应的物体速度探测

姚俊宇,常 敏,刘学静,俞宪同 (上海理工大学光电信息与计算机工程学院,上海 20093)

**摘要**:涡旋光携带轨道角动量,具有螺旋相位,其坡印廷矢量与光轴存在夹角。涡旋光坡印 廷矢量的角向分量会引起旋转多普勒效应,可对旋转速度进行直接测量。利用涡旋光的线性 多普勒效应与旋转多普勒效应可以对物体的线速度以及转动速进行探测,对物体的复合运动 状态进行描述。在此基础上,利用叠加了不同轨道角动量模式的涡旋光对目标进行探测,不 同的轨道角动量模式会造成不同的频移,结合线性多普勒效应造成的频移可以测量复合运动 具体速度成分。由此提出了一种叠加态涡旋光对于复合运动的测量模型,并分析了不同运动 状态对探测结果的影响。

关键词: 旋转多普勒效应; 涡旋光; 速度探测 中图分类号: O 439 文献标志码: A

# Velocity detection based on superpised vortex beams' Doppler effect

YAO Junyu, CHANG Min, LIU Xuejing, YU Xiantong

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** ortex beam carries orbital angular momentum and exhibits a helical phase, with a Poynting vector oriented at an angle to the optical axis. The angular component of the vortex beam's Poynting vector causes a rotational Doppler effect, which allows direct measurement of rotational velocity. The linear and rotational Doppler effects of vortex light can be used to detect both linear and rotational velocities of an object, providing a comprehensive view of its compound motion. On this basis, the target is detected using the vortex light superimposed with different orbital angular momentum modes. These different orbital angular momentum modes cause different frequency shifts, which, when combined with the frequency shifts resulting from the linear Doppler effect, allow us to measure the specific velocity components of the compound motion. In this paper, we propose a measurement model for compound motion using superimposed vortex beams and analyze how different motion states affect the detection results.

E-mail: changmin@usst.edu.cn

**收稿日期:** 2022-12-21

**第一作者**:姚俊宇 (1996—),男,硕士研究生,研究方向为光纤传感、涡旋光。E-mail: 459262488@qq.com 通信作者:常 敏 (1978—),女,副教授,研究方向为光纤与光纤传感、精密测量技术与仪器。

Keywords: rotational Doppler effect; vortex beam; velocity detection

## 引 言

携带轨道角动量(orbital angular momentum, OAM)的涡旋光<sup>[1]</sup>,其波前除具有螺旋相位结构 外,还具有额外的相位因子 exp(il\u0),其中 \u03c9为 角坐标,1为其螺旋相位波前的拓扑荷数(可为 任意整数)。该相位因子在研究中可视为一个额 外的物理自由度。涡旋光种类丰富,目前常见的 有拉盖尔高斯光束、贝塞尔光束<sup>[2]</sup>、贝塞尔高斯 光束<sup>[3]</sup>等。由于其具有额外物理自由度并携带轨 道角动量,近年来在信息传输与编码<sup>[4-6]</sup>、纳米 尺度的微操作,如光镊<sup>[7-8]</sup>以及金属纳米结构的 手性控制<sup>[9]</sup>等方面有着广泛的应用。

经典的线性多普勒效应指的是相对探测器存 在运动的光源,被探测器测量时出现频移,其本 质上为一种相对论效应,是电磁波遵循洛伦兹变 换的直接结果。

1992年后,随着人们对涡旋光关注的增 加,有关旋转多普勒效应的研究也相应增多,并 得到迅速发展。最初认为,旋转多普勒效应并不 是由观测者与光源之间的相对线性运动造成,而 是由光源与探测器之间的相对转动造成。实验中 最早观察到的旋转多普勒效应为具有 exp(ilø)相 位因子的电磁波在穿过旋转的π模式转换器后频 率发生了变化<sup>[10]</sup>。Courtial 等<sup>[11]</sup>也在 1998 年通 过归纳此前的实验结果后,总结出旋转多普勒效 应的计算模型与光子所具有的总角动量有关。近 年来,许多研究者从相位调制、能量转换以及相 对运动等不同的视角推导了旋转多普勒效应的频 移公式<sup>[12-15]</sup>。 Fang 等<sup>[16]</sup> 也于 2019 年从相位调 制的角度证明了线性多普勒效应与旋转多普勒效 应为同源效应,因此,旋转多普勒效应的机理也 愈发清晰。

涡旋光在运动物体测速方面具有诸多便利。 由于光源与观测者的相对旋转会引起旋转多普勒 效应,可利用电磁波对物体转速<sup>[17-18]</sup>以及流体 涡量<sup>[19]</sup>进行直接测量。同时,由于如贝塞尔高 斯光束这样的涡旋光在有限传播距离内具有无衍 射的特点<sup>[20]</sup>,测量转速时有一定能力越过障碍 物,从而拓宽了以该类涡旋光作为光源所设计的 传感器的应用场景。涡旋光同样可以利用线性多 普勒效应对线速度进行测量。2013年, Rosales-Guzmán 等<sup>[21]</sup>利用数字微镜器件模拟物体复合运动,通过涡旋光依次测量了物体相对运动的线速 度与旋转角速度。对涡旋光的额外物理自由度加 以利用,能够获得被测物体额外的运动信息。通 过嫁接完美涡旋光,两半环具有不同的轨道角动 量模式,可以通过不同轨道角动量模式的频移关 于零频的不对称性判断流速方向。

嫁接完美涡旋光与叠加态涡旋光的复杂相位 结构相较单一轨道角动量模式的涡旋光在具体测 量时频移谱也会呈现额外信息。复杂相位结构涡 旋光的制备日趋成熟,利用叠加态涡旋光对复合 运动状态的物体进行测速时,依据不同频率偏移 的结果可以算出不同运动成分的速度信息,无需 对线速度与转速分别进行测量<sup>[21]</sup>。叠加态涡旋 光作为探测光源速度的探测模型,在应用时具有 探测方便、信息量大以及探测成本低的优点。

本文利用涡旋光线性多普勒效应与旋转多普 勒效应的统一模型,提出一种基于叠加态涡旋光 经过单次测量可同时测得运动物体线速度与角速 度的方法。针对具体的刚体复合运动进行实例分 析与仿真,比较不同被测物运动状态以及光源偏 振态引起频移的区别。本文就涡旋光对复合运动 物体速度测量提出了新的方法,该方法对复合运 动的速度测量具有指导意义。

#### 1 涡旋光的多普勒效应

涡旋光在不同惯性参考系之间变换时遵循洛 伦兹变换。对相对速度为v的两惯性参考系,涡 旋光在参考系变换期间经历频移 $f' = f \sqrt{\frac{1+c/v}{1-c/v}}$ , 其一阶近似为

$$f' = f\left(1 + \frac{v}{c}\right) \tag{1}$$

式中, *c* 为光速。该现象被称为电磁波的线性多 普勒效应。

在傍轴近似的情况下,如图1所示,对于良 好校准的涡旋光(忽略径向线性动量密度带来的 影响),考虑涡旋光的角向线性动量密度与光轴 方向线性动量密度,其角向与光轴之间的夹角  $\alpha = \frac{l\lambda}{2\pi r} [22] (本文将忽略自旋角动量带来的影响),$ 其中 $\lambda$ 为涡旋光波长, r为涡旋光径向坐标。



图 1 坡印廷矢量与光轴方向夹角 Fig. 1 Skew angle between Poynting vector and its optical axis

该夹角说明相对光轴方向及平行光轴方向相 对静止的参考系之间可因为角向运动造成频移  $f' = f\left(1 + \frac{v \cdot \sin \alpha}{c}\right) \approx f\left(1 + \frac{v \cdot \alpha}{c}\right), \ \alpha$ 较小时成立。对相 对角速度为  $\Omega$  以及相对光轴方向相对静止的两 参考系,若光轴与旋转轴中心重合,如图 2(a) 所示,拓扑荷为 l的涡旋光照射造成频移

$$f' = f\left(1 + \frac{l\Omega}{2\pi f}\right) \tag{2}$$

其频移与转速成正比,称为旋转多普勒效应。

如图 2(b)和(c)所示,当光轴和旋转中心不 重合时,若光轴与旋转中心的偏移*d>r*,频率 偏移与式(2)吻合<sup>[23]</sup>;当*d<r*时,所得频移与光



Fig. 2 Deviation between the optical axis and the spinning center

轴中心具体位置相关,但其中心频移依然可以用 式(2)描述<sup>[24]</sup>。

涡旋光的坡印延矢量与光轴在角向上的夹角 α使其在测量复合运动速度时的频移既依赖于沿 光轴方向,也依赖于垂直于光轴平面上角向运动 造成的多普勒效应。对于相对复合运动的两参考 系,涡旋光经过参考系变换后的总频移为

$$f' = f\left(1 + \frac{v}{c} + \frac{l\Omega}{2\pi f}\right) \tag{3}$$

其频移量由参考系相对线性速度与相对转速来共 同决定。

#### 2 叠加态涡旋光对复合运动的测量

叠加态涡旋光是在一束涡旋光中含有多个轨 道角动量模式,相比单一轨道角动量的涡旋光通 常具有更复杂的相位结构。对于多轨道角动量模 式的涡旋光其截面光强可能呈花瓣状,出现多个 圆环,如图 3(a)与(b)所示。含有n个模式的涡 旋光可表示为 $E \propto \sum_{l=0}^{n} \alpha_l \exp(il\varphi)$ ,其中 $\alpha_l$ 为轨道 角动量模式l的振幅。





如图 3(c)所示,由于叠加态涡旋光中含有 多种轨道角动量模式,不同轨道角动量模式*l*的 坡印廷矢量与光轴在角向有不同夹角 α<sub>l</sub>(与其拓 扑荷数1及波长λ成正比)。根据式(2),不同 轨道角动量模式的成分会引起不同的频移。叠 加态涡旋光探测到的额外频率偏移信息可用于 区分线性多普勒效应与旋转多普勒效应带来的 频移。

物体复合运动的速度测量可以通过对粒子使 用涡旋光进行两次测量,分别确定粒子的线性速 度与转速<sup>[22]</sup>。使用叠加态涡旋光则不需要对线 性速度和转动速度进行分别测量,其优点在于多 模式轨道角动量具有的额外信息量。

对于拓扑荷为|l<sub>1</sub>>+|l<sub>2</sub>>的叠加态涡旋光其频 率分别为 f<sub>l1</sub>和 f<sub>l2</sub>,当以该叠加态涡旋光照射沿 光轴方向进行复合运动的物体 M 时如图 4所示。



反射光将经历线性多普勒效应造成的频移  $\Delta f = \frac{2fv}{c}$ 。这里的偏移量是式(1)中的2倍,因 为以光源S为实验室系,物体M相对于光源沿 光轴方向以速度v移动,涡旋光接触M后,M 作为光源相对于探测器D(相对S静止)沿光轴方 向的速度同样为v,即当涡旋电磁波返回探测器 时经历2次洛伦兹变换。同时,由于M在垂直 涡旋光光轴平面方向上的转动,反射光经历旋转 多普勒效应造成频移 $\Delta f = \frac{l\Omega}{2\pi}$ 。叠加态涡旋光产 生总频移

$$\Delta f_{l_1} = \frac{2f_{l_1}v}{c} + \frac{l_1\Omega}{2\pi} \tag{4a}$$

$$\Delta f_{l_2} = \frac{2f_{l_2}v}{c} + \frac{l_2\Omega}{2\pi} \tag{4b}$$

式中, $\Delta f_{l_1}, \Delta f_{l_2}$ 分别为轨道角动量模式 $l_1, l_2$ 的频移。由式(4a)及(4b)可以得出物体的线速度与转动速度分别为

$$\Omega = 2\pi \frac{\Delta f_{l_1} - \Delta f_{l_2}}{l_1 - l_2}$$
(5a)

$$v = \frac{c}{2f_{l_1}} \left( \Delta f_{l_1} - l_1 \frac{\Delta f_{l_1} - \Delta f_{l_2}}{l_1 - l_2} \right)$$
$$= \frac{c}{2f_{l_2}} \left( \Delta f_{l_2} - l_2 \frac{\Delta f_{l_1} - \Delta f_{l_2}}{l_1 - l_2} \right)$$
(5b)

即通过叠加态涡旋光进行单次测量后,可以 测得涡旋光频移,利用式(5a)和(5b)可以同时 求出物体的线性速率与转动速率。

在实际的实验与应用中,对于涡旋光的测量,通常使用外差法。假设以频率为f的 $|l_1\rangle+|l_2\rangle$ 叠加态涡旋光作为光源,对相对转速为 $\Omega$ ,相 对线性速度为v的运动体进行探测,根据式(4a) 及(4b),探测器可以得到信号光

$$E_{s}(t)_{l_{1}} = E_{s} \exp[-i(2\pi ft - kz) + i(l_{1}\Omega/2\pi + 2fv/c)]$$
(6a)

$$E_{s}(t)_{l_{2}} = E_{s} \exp[-i(2\pi f t - kz) + i(l_{2}\Omega/2\pi + 2fv/c)]$$
(6b)

式中, *E*<sub>s</sub>为信号光振幅。使用频率为*f*, 轨道角 动量模式为*l*<sub>3</sub>的涡旋光作为参考光

 $E_{\text{ref}}(t) = E_{\text{ref}} \exp[-i(2\pi f t - kz) + il_3 \Omega t]$ (7)

式中, *E*<sub>ref</sub> 为参考光振幅, 干涉后原则上可以提取到拍频

$$\left|\Delta f_{l_1}\right| = \left|(l_1 - l_3)\Omega/2\pi + 2f\nu/c\right|$$
(8a)

$$\left|\Delta f_{l_2}\right| = \left|(l_2 - l_3)\Omega/2\pi + 2fv/c\right|$$
(8b)

通过与式(5a)以及(5b)类似的方法

$$\Omega = 2\pi \frac{|\Delta f_2 - \Delta f_1|}{l_1 - l_2} \tag{9a}$$

$$v = \frac{c}{2f} \left[ |\Delta f_2| - \frac{l_3 - l_2}{l_1 - l_2} (|\Delta f_2| - |\Delta f_1|) \right]$$
$$= \frac{c}{2f} \left[ |\Delta f_1| - \frac{l_3 - l_1}{l_1 - l_2} (|\Delta f_2| - |\Delta f_1|) \right]$$
(9b)

得到复合运动的线速度与角速度。

#### 3 复合运动测速仿真及分析

根据前面的结论,旋转多普勒效应与涡旋光 的拓扑荷数1以及光源与被测物的相对转速Ω成 正比,线性多普勒效应与涡旋光的频率f以及光 源与被测物的相对线性速度v成正比。仿真结果 基于式(4a)、(4b)、(5a)及(5b),根据所测频 移  $\Delta f$  可以还原所测物体速度成分。选取  $l_1$ , $l_2$ , $l_3$ 分别为4,16,25,频率分别为 $f_1$ =4.2× 10<sup>9</sup> Hz, $f_2$ =5.0×10<sup>9</sup> Hz, $f_3$ =6.1×10<sup>9</sup> Hz的叠加 态涡旋光进行仿真,图 5(a)表示旋转多普勒效 应引起的 $\frac{l\Omega}{2\pi}$ 频移,图 5(b)表示线性多普勒效应 引起的 $\frac{2fv}{c}$ 频移。





根据前面的内容,对双轨道角动量模式的叠加态涡旋光,若参考光的拓扑荷数l=25,频率  $f=6\times10^8$  Hz,截取复合运动线速度v=25 m/s, 角速度 $\Omega=50$  rad/s时的探测结果,可以提取的 拍频如图 6 所示。

依据式(5a)、(5b)、(9a)以及(9b)可以还 原出物体的运动线速度以及角速度。

如图7所示,图中各点为采样点,通过两两





Fig. 6 Beat frequency in multi-OAM mode vortex beam detection compound motion

轨道角动量模式叠加态涡旋光的计算,还原出物体的线性速度以及角速度。



图 7 叠加态涡旋光对物体运动速度的描述 Fig. 7 Motion of object portrayed by superposed vortex beams

从图 7 中可以看出,总频移为线性多普勒效 应与旋转多普勒效应的线性叠加。

### 4 模型关于复杂复合运动的改进

在叠加态测速模型基础上,本研究给出了最为基本的物体复合运动测速模型。但事实上,物体的复合运动将会有更加复杂的情况。前面所提到的频率偏移模型忽略了垂直光轴方向的横动带来的频率偏移。实际上,从相位调制的角度,垂直光轴平面上的运动同样可能带来反射光的频率偏移。对于有相位结构的光束 $u(t) = u_0 \exp(ikz + \Phi(x_1)),其中k为电磁波波数,x_1为垂直光轴方$ 

向的截面位置。其相位调制部分带来的频率偏 移为

$$\Delta f_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \nabla \Phi \cdot \boldsymbol{v}_{\perp} \tag{10}$$

式中,  $\nabla \phi \cdot v_{\perp}$ 为由被探测物体在垂直光轴平面运动引起的相位梯度。可见垂直于光轴方向的运动,其相位梯度可能引起频移。如图 8 所示,对于有相位因子 exp(il $\varphi$ )的涡旋光,其相位梯度为 $l\dot{\phi}_r$ 。对于速度为v的横向平动,相对运动速度在极坐标下可视为 $v = v(\cos \varphi r - \sin \varphi \phi)$ 。利用拓扑荷为l的涡旋光对其进行探测,根据式(10)得到的频移为

$$f' = f(1 + \frac{ldv}{2\pi r^2 f})$$
(11)

由于涡旋光相位结构的影响,带有相位因子 exp(ilq)的涡旋光在测量物体横向运动时,所得



频移与其速度以及其测量位置相关如图 8(b) 与(c)所示。对于这样的横动,同样可以通过频 率为 f<sub>l1</sub>, f<sub>l2</sub>, f<sub>l3</sub>, 轨道角动量模式为 l<sub>1</sub>, l<sub>2</sub>, l<sub>3</sub> 的叠加态涡旋光进行探测。根据式(4a), (4b) 以及式(11)得到反射光总频率偏移该物体的转 动速度、光轴方向线速度,以及横向运动的线速 度可以通过联立公式(12a)~(12c)进行求解。

$$\Delta f_{l_1} = \frac{2f_{l_1}v_z}{c} + \frac{l_1\Omega}{2\pi} + \frac{l_1dv_x}{2\pi r^2}$$
(12a)

$$\Delta f_{l_2} = \frac{2f_{l_2}v_z}{c} + \frac{l_2\Omega}{2\pi} + \frac{l_2dv_x}{2\pi r^2}$$
(12b)

$$\Delta f_{l_3} = \frac{2f_{l_3}v_z}{c} + \frac{l_3\Omega}{2\pi} + \frac{l_3dv_x}{2\pi r^2}$$
(12c)

该模型的频率偏移会受到的另一类影响是光 源本身的特性以及所用光源的偏振态。文献 [11] 中将涡旋光的偏振态对频移的影响总结为  $\Delta f = \frac{(l+\sigma)\Omega}{2\pi},$ 其中-1 $\leq \sigma \leq 1$ ,为矢量电磁势中 对椭圆偏振及圆偏振的描述。该文献认为旋转多 普勒效应与线性多普勒效应类似,线性多普勒效 应频移与单光子的总线性动量有关,而旋转多普 勒效应则与单个光子所带的总角动量有关。偏振 态确实可以通过影响涡旋光的线性动量中角向的 成分改变坡印廷矢量与光轴夹角 $\alpha$ ,从而改变探 测光的频移量。在旁轴近似下,若矢量电磁势

$$\boldsymbol{A} = (\alpha \hat{\boldsymbol{x}} + \beta \hat{\boldsymbol{y}}) \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) \exp(ik\boldsymbol{z})$$
(13)

式中:系数  $\alpha$  和  $\beta$  为  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ ; *u* 为电磁波的空间强度分布; *k* 为波数。

满足洛伦兹规范,其电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \mathbf{i}\omega\boldsymbol{A} + \nabla\left(\frac{c^2}{\mathbf{i}\omega}\nabla\cdot\boldsymbol{A}\right) = \begin{bmatrix} \mathbf{i}\omega\alpha u\hat{\boldsymbol{x}} + \mathbf{i}\omega\beta u\hat{\boldsymbol{y}} - c\left(\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \beta\frac{\partial u}{\partial y}\right) \end{bmatrix} \exp(\mathbf{i}kz) \quad (14)$$

磁场强度为

$$\boldsymbol{B} = \left[ -\beta \left( \frac{\partial u}{\partial z} + iku \right) \hat{\boldsymbol{x}} + \alpha \left( \frac{\partial u}{\partial z} + iku \right) \hat{\boldsymbol{y}} + \left( \beta \frac{\partial u}{\partial x} - \alpha \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{\boldsymbol{z}} \right] \exp(ikz)$$
(15)

$$\varepsilon_{0} < \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} >= \frac{\varepsilon_{0}}{2} \left[ i\omega(u\nabla u^{*} - u^{*}\nabla u) + 2\omega k\varepsilon_{0}|u|^{2}\hat{z} + i\omega\sigma(\frac{\partial}{\partial y}\hat{x} - \frac{\partial}{\partial x}\hat{y})|u^{2}| \right]$$
(16)

因为有

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\hat{\boldsymbol{x}} - \frac{\partial}{\partial x}\hat{\boldsymbol{y}}\right)|\boldsymbol{u}^2| \equiv \nabla|\boldsymbol{u}|^2 \times \hat{\boldsymbol{z}}$$
(17)

可以看出,垂直于光轴平面上的线性动量密 度与光场梯度相关,即角向的线性密度动量取决 于空间中具体的光场梯度。

从上述含有椭圆对称偏振因子的涡旋光计算 中可以发现,偏振因子对偏离角的影响将与具体 的光场梯度相关,需要对测量中所用具体光源以 及具体偏振态进行分析,不存在对于偏振涡旋光 的普适模型。

#### 5 结 论

本文针对复合运动状态的速度测量复杂度较 大的问题,提出了利用叠加态涡旋光对复合运动 进行测速。在此基础上推导了叠加态涡旋光的速 度测量模型,并且给出实际测量涡旋光时常用的 外差法复合运动测量的模型。对模型在涡旋光测 量复合运动的情形下进行了仿真与分析,对比了 不同频移下对应的运动状态。在此基础上进一步 讨论了更加复杂的运动状态可能对涡旋光测量造 成的影响,具体讨论了垂直光轴平面上的横动造 成的频移,以及涡旋光本身具有椭圆对称偏振下 的频移。该模型将对复合运动的测速,以及速度 传感器的设计有指导作用。

#### 参考文献:

- [1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J].
  Physical Review A, 1992, 45(11): 8185 8189.
- [2] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams.
  I. The scalar theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651 – 654.
- [3] GORI F, GUATTARI G, PADOVANI C. Bessel-Gauss beams[J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491 –

495.

- [4] WANG J, YANG J Y, FAZAL I M, et al. Terabit freespace data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488 – 496.
- [5] LIU J, NAPE I, WANG Q, et al. Multidimensional entanglement transport through single-mode fiber[J].
   Science Advances, 2020, 6(4): eaay0837.
- [6] WANG A D, ZHU L, CHEN S, et al. Characterization of LDPC-coded orbital angular momentum modes transmission and multiplexing over a 50-km fiber[J].
   Optics Express, 2016, 24(11): 11716 – 11726.
- [7] DHOLAKIA K, ČIŽMÁR T. Shaping the future of manipulation[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 335 – 342.
- [8] PADGETT M, BOWMAN R. Tweezers with a twist[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 343 – 348.
- [9] TOYODA K, MIYAMOTO K, AOKI N, et al. Using optical vortex to control the chirality of twisted metal nanostructures[J]. Nano Letters, 2012, 12(7): 3645 – 3649.
- [10] GARETZ B A, ARNOLD S. Variable frequency shifting of circularly polarized laser radiation via a rotating half-wave retardation plate[J]. Optics Communications, 1979, 31(1): 1 – 3.
- [11] COURTIAL J, ROBERTSON D A, DHOLAKIA K, et al. Rotational frequency shift of a light beam[J].
  Physical Review Letters, 1998, 81(22): 4828 4830.
- [12] MARRUCCI L. Spinning the Doppler effect[J]. Science, 2013, 341(6145): 464 – 465.
- [13] LAVERY M P J, SPEIRITS F C, BARNETT S M, et al. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. Science, 2013, 341(6145): 537 – 540.
- [14] PHILLIPS D B, LEE M P, SPEIRITS F C, et al. Rotational doppler velocimetry to probe the angular velocity of spinning microparticles[J]. Physical Review A, 2014, 90(1): 011801.
- [15] ZHOU H L, FU D Z, DONG J J, et al. Theoretical analysis and experimental verification on optical rotational Doppler effect[J]. Optics Express, 2016, 24(9): 10050 – 10056.
- [16] FANG L, PADGETT M J, WANG J. Sharing a common origin between the rotational and linear Doppler effects[J]. Laser & Photonics Reviews, 2017, 11(6): 1700183.
- [17] 邱松, 任元, 刘通, 等. 基于涡旋光多普勒效应的旋转

柱体转速探测 [J]. 光学学报, 2020, 40(20): 2026001.

- BELMONTE A, ROSALES-GUZMÁN C, TORRES J
  P. Measurement of flow vorticity with helical beams of light[J]. Optica, 2015, 2(11): 1002 1005.
- [19] WANG F, YUAN W, HANSEN O, et al. Selective filling of photonic crystal fibers using focused ion beam milled microchannels[J]. Optics Express, 2011, 19(18): 17585 – 17590.
- [20] FU S Y, WANG T L, ZHANG Z Y, et al. Nondiffractive Bessel-Gauss beams for the detection of rotating object free of obstructions[J]. Optics Express, 2017, 25(17): 20098 – 20108.
- [21] ROSALES-GUZMÁN C, HERMOSA N, BELMONTE A, et al. Measuring the translational and rotational

velocities of particles in helical motion using structured light[J]. Optics Express, 2014, 22(13): 16504 – 16509.

- [22] ALLEN L, PADGETT M J. The poynting vector in Laguerre-Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density[J]. Optics Communications, 2000, 184(1/4): 67 – 71.
- [23] ZHANG J J, CEN L Z, ZHANG J D, et al. Rotation velocity detection with orbital angular momentum light spot completely deviated out of the rotation center[J]. Optics Express, 2020, 28(5): 6859 – 6867.
- [24] QIU S, LIU T, WANG C, et al. Influence of lateral misalignment on the optical rotational Doppler effect[J]. Applied optics, 2019, 58(10): 2650 – 2655.

(编辑:李晓莉)