文章编号: 1005-5630(2023)04-0047-07

DOI: 10.3969/j.issn.1005-5630.2023.004.007

# 基于相位计算全息的完美涡旋光产生 和调控方法

周 回<sup>1,2</sup>, 耿 滔<sup>1,2</sup>

(1. 上海理工大学上海市现代光学系统重点实验室,上海 200093;2. 上海理工大学光电信息与计算机工程学院,上海 200093)

**摘要**:空间光调制器模拟锥透镜法是目前最为广泛使用的产生完美涡旋光的方法,但是该方 法无法调控光束环宽,为了解决这个问题,提出了使用傅里叶空间相位计算全息法产生、调 控完美涡旋光。通过理论分析和实验测量证明,改变编码相位可以实时调控完美涡旋光的光 环半径、环宽和拓扑荷数。该方法光路简单,产生的光束质量高,且光路只需进行一次调 整,操作简便。另外,该方法还具有通用性强的优点,可用于产生各类变形完美涡旋光。实 验产生了不同参数的椭圆形完美涡旋光,实验测量结果与理论结果吻合得很好。因此,傅里 叶空间相位计算全息法是一种简便、通用、实用性更强的完美涡旋光产生、调控方法。

关键词:完美涡旋光束;傅里叶变换;相位计算全息;空间光调制器 中图分类号:O436 文献标志码:A

## Generation and modulation of the perfect vortex beams based on phase-only computer-generated hologram

ZHOU Hui<sup>1,2</sup>, GENG Tao<sup>1,2</sup>

 Shanghai Key Lab of Modern Optical System, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
 School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** The method of simulating cone lens with spatial light modulator is the most widely used method to generate perfect vortex beams at present. However, the ring width of the generated beam can not be controlled in real time by this method. Here, we propose an approach to generate and control the perfect vortex beams based on computer-generated phase holography in Fourier space. Through theoretical analysis and experimental measurements, We demonstrate that the method presented in this paper enables real-time control of topological charge, radius, and thickness of the

收稿日期: 2022-11-17

基金项目: 国家自然科学基金(61975125); 上海市自然科学基金(21ZR1443800)

**第一作者**:周回(1997—),男,硕士研究生,研究方向为物理光学。E-mail: 102264650@qq.com

**通信作者:** 耿 滔 (1978—), 男, 副教授, 研究方向为物理光学以及新型光学材料。E-mail: Tao\_Geng@hotmail.com

generated ring beam by using a coded phase mask. The method offers simple optical path, high beam quality, and simple operation with only one of optical path ajustment. Furthermore, the proposed method can also be used to generate and control other abnormal perfect vortex beams, such as elliptic perfect vortex beams. The experimental results are in good agreement with the theoretical results. Thus, the proposed method based on phase-only computer-generated hologram presents a versatile and simple way of generating and controlling perfect vortex beams.

**Keywords:** perfect vortex beam; Fourier transform; phase-only computer-generated hologram; spatial light modulator

### 引 言

涡旋光束是一种具有螺旋波前相位的特殊光 束,其光子携带轨道角动量(orbital angular momentum, OAM),与光束的拓扑荷数成正比<sup>[1]</sup>。 由于涡旋光束在光通信<sup>[2-5]</sup>、微粒操控<sup>[6-9]</sup>、光学 成像<sup>[10-13]</sup>等领域有着巨大的潜在应用价值,因 此近十年来一直是光学以及相关领域的研究 热点。

早期的研究主要集中于拉盖尔-高斯涡旋光 束和贝塞尔-高斯涡旋光束,但研究者发现,当 这些涡旋光束的拓扑荷数发生改变时,会引起光 束环半径以及环宽的变化,而这会大幅削弱光 束在微粒操控以及光纤传输等方面的应用效 率<sup>[14-15]</sup>。为了克服这一困难,Ostrovsky 等<sup>16]</sup>在2013 年提出了一种振幅为δ函数的完美涡旋光(perfect vortex beam, PVB)概念,PVB的环宽趋于零, 且环半径恒定,不随拓扑荷数的改变而改变。最 近,Forbes 等<sup>[17]</sup>通过理论分析证明,拓扑荷数 对实际光束的光强分布的影响不可消除。

PVB的提出引起了研究者的兴趣,实际无 法产生振幅为δ函数的理想 PVB,如何产生类δ 函数的环形光场分布成为研究重点之一,目前有 两种产生方法。一种是由 Ostrovsky等<sup>[16,18]</sup>提出 的使用贝塞尔函数的线性组合来拟合δ函数,并 利用空间光调制器(spatial light modulator, SLM) 来近似产生这些贝塞尔函数的线性组合,但这一 方法会产生额外的冗余光环,降低了光束质量。 2016年,Porfirev等<sup>[19]</sup>利用最优化设计方法改 进了 Ostrovsky等的最初方案,大幅提升了入射 光源的使用效率。另一种是由 Chen等<sup>[15]</sup>在 2013年提出,他们使用了锥透镜结合傅里叶变换的方法来产生 PVB,但改变光束环半径时需更换不同顶角的锥透镜,并重新准直光路。 2015年,Vaity等<sup>[20]</sup>改进了锥透镜方法,提出利用相位型 SLM 模拟锥透镜的相位分布,并使用高斯光束作为入射光源,这样既可以通过改变SLM 的相位分布来模拟不同顶角的锥透镜,又利用高斯光束对贝塞尔函数做了软边界切趾处理,避免了使用光阑硬边界带来的边缘衍射,大幅提升了光束质量。

随后研究者提出了各种矢量 PVB 和变形 PVB,并使用了多种技术手段和工具用于 PVB 的产生。2015年,中国科技大学的卢荣德小组<sup>[21]</sup> 利用数字微镜代替 SLM,产生了大拓扑荷数的 PVB: 2016年,西北工业大学的赵建林课题 组<sup>[22]</sup>提出了矢量 PVB的产生和偏振调控方法; 2017年, Karahroudi 等<sup>[23]</sup> 提出可用弧形叉状光 栅一次性产生多种拓扑荷数的 PVB, 但实际所 得光束质量较差; 2018 年, Li 等<sup>[24]</sup> 实验产生了 矢量椭圆形 PVB 并研究了光束性质; 2019 年, 中国科学院西安光学精密机械研究所的姚保利课 题组<sup>[25]</sup>实验产生了双环型 PVB 并研究了光束性 质; 2020年, Guo 等<sup>[26]</sup>提出可以使用聚合物相 位板代替 SLM 产生 PVB,其相位板的像素可达 亚微米级; 2021年, Dai 等<sup>[27]</sup>利用声光调制的 方法产生拓扑荷数为分数阶的 PVB。最近,研 究者们<sup>[28-30]</sup>使用 Pancharatnam-Berry 相位超表面 进一步产生了矢量 PVB 以及 PVB 阵列。虽然 PVB 的产生研究呈现多样性发展,但 PVB 特有 的类δ函数的环形光场产生方法仍然沿用了上述 介绍的贝塞尔函数的线性组合法和锥透镜相位模 拟法,目前研究者对于环形光场的获得这一问题

并没有提出更新的方法。

由于锥透镜相位法实验光路简单,且产生光 束质量高,因此是目前最为广泛使用的方法。虽 然 Vaity 等提出的改进锥透镜法可以通过 SLM 方便调控 PVB 的环半径以及拓扑荷数, 但当调 整环宽时仍需改变入射高斯光源的光斑大小或更 换不同焦距的傅里叶透镜。虽然可以通过额外加 载不同焦距的菲涅尔全息透镜相位来代替物理更 换透镜,但这样会使得产生光束的质量下降<sup>[31]</sup>, 且每次改变全息透镜的焦距后仍然需要调整后续 测量或应用光路的位置, 使得调控不能实时完 成,且增加了实验的操作难度,这对于微粒操控 等需要实时调整光束参数的应用来说是十分不利 的。为了克服这一困难,本文提出可使用傅里叶 空间相位计算全息法<sup>[32]</sup>产生 PVB,改进了相位 编码方法,进一步简化了实验光路,使得光束的 环半径、环宽以及拓扑荷数都可方便的通过加载 于 SLM 的编码相位进行调控,且在光束调控过 程中可固定光路进行实验,降低了实验操作难 度。同时,该方法还具有通用性强的优点,不仅 可用于产生常规 PVB,也可用于产生椭圆形 PVB<sup>[33]</sup>以及双环形 PVB<sup>[25, 34]</sup> 等变形 PVB。最 后,本文对理论分析和数值仿真结果进行了实验 验证,实验结果与理论结果相吻合。

#### 1 理论分析

理想 PVB 可表示为<sup>[16]</sup>

$$E_{\text{PVB}}(r,\theta) \propto \delta(r-R) \exp(il\theta) \tag{1}$$

式中: (*r*,θ)为初始面极坐标; δ(*r*)为狄拉克函数; *R*为 PVB 亮环半径; *l*为拓扑荷数。其频谱可以通过傅里叶变换获得

$$F(\rho,\phi) \propto J_l(k_r\rho) \exp(il\phi)$$
 (2)

式中:  $(\rho, \phi)$ 为频谱极坐标;  $J_l(*)$ 为第一类 l阶 贝塞尔函数;  $k_r$ 为径向波数。由于贝塞尔函数 无限延展,所需能量无穷大,通常使用高斯函数 做切趾处理,此时式(2)可改写为

$$F_G(\rho,\phi) \propto J_l(k_r\rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right) \exp(il\phi)$$
 (3)

式中 $w_g$ 为高斯半径。对式(3)做傅里叶变换,可得实际 PVB 的复振幅<sup>[20]</sup>

$$E(r,\theta) \propto \exp\left(-\frac{r^2 + R^2}{T^2}\right) I_l\left(\frac{2Rr}{T^2}\right) \exp(il\theta)$$
 (4)

其中

$$R = k_r f/k \tag{5}$$

$$T = 2f/kw_{\rm g} \tag{6}$$

式中:f表示傅里叶透镜的焦距;k为波数。  $I_{l}(*)表示第一类 l 阶修正贝塞尔函数,正是由于$ 此项的存在,使得实际 PVB 的光强分布总会受 $到拓扑荷数 l 的影响而无法消除。当<math>R \gg T$ 时, 可将R和T近似为 PVB 的环半径和环宽<sup>[20]</sup>,因 此实际 PVB 的 3 个主要参数为拓扑荷数 l、环半 径R和环宽T。

为了获得式(3)所示的贝塞尔-高斯光束, 可使用半径为wg的高斯光束照射锥透镜,当利 用 SLM 代替锥透镜时,SLM 的相位分布可表 示为<sup>[20]</sup>

$$\psi = \exp(iar + il\theta) \tag{7}$$

式中a为棱锥参数,与 $k_r$ 相关。从式(5)和式(6) 可知,通过改变式(7)中的参数a和l便可调控 PVB的半径R和拓扑荷数l,但无法调控环宽T。

由式(6)可知,如果想要改变T,则必须改 变入射高斯光束的半径 $w_g$ 或傅里叶透镜的焦距 f。改变傅里叶透镜的焦距可以通过在 SLM 上 额外加载不同焦距的菲涅尔全息透镜来实现。但 使用这种方法不仅会使得产生光束的质量下降<sup>[31]</sup>, 而且通过相位分布改变全息透镜的焦距后仍然需 要将后续的测量光路或应用光路再次调整到改变 后的焦面位置,无法做到固定实验光路进行光束 调控,这对于微粒操控等需要实时调整光束参数 的应用来说是十分不利的。因此更佳的调控方法 应该是通过 SLM 的相位分布改变式(6)中的高 斯函数半径 $w_g$ 。

为了实现这一目标,本文引入了相位计算全 息法<sup>[32]</sup>,并选择针对频谱函数编码,即选择式 (3)作为编码对象,这样可将文献中的4*f*系统简 化为2*f*系统,降低实验操作难度和缩减实验空 间。此时式(3)中的参数*k*<sub>r</sub>、*l*和*w*<sub>g</sub>全部可调。 需要特别强调的是,这里wg不再是实际入射高 斯光束的半径,而是一个可随时调整的编码参数。将式(3)改写为

$$F_G(\rho,\phi) = c(\rho) \exp[i\varphi(\phi)]$$
(8)

$$c(\rho) = A \mathbf{J}_l(k_r \rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right)$$
(9)

$$\varphi(\phi) = il\phi \tag{10}$$

式中A为振幅比例系数,使得 $c \in [0,1]$ , $\varphi \in [0,2\pi]$ 。 设加载于 SLM 的编码相位函数为 $\psi(c,\varphi)$ ,根据 已有的理论分析,其必须关于 $\varphi$ 呈奇对称关系<sup>[32]</sup>。 通过比较,本文选择了如下关系构造编码相位 函数

$$\psi(c,\varphi) = \varphi + M(c)\sin\varphi \tag{11}$$

$$J_0[M(c)] = c \tag{12}$$

式中J<sub>0</sub>(\*)为第一类零阶贝塞尔函数。

为了将各级衍射光在傅里叶透镜的后焦面分 离,可在编码相位中添加一载波相位调制,此时 式(11)改写为

$$\psi(x_0, y_0) = [\varphi + 2\pi (px_0 + qy_0)] + M(c) \sin[\varphi + 2\pi (px_0 + qy_0)]$$
(13)

式中(x<sub>0</sub>,y<sub>0</sub>)为编码平面坐标。这样选取合适的 p、q参数,就可以在傅里叶透镜的后焦面获得 完全分离的正、负1级衍射光束,其拓扑荷数分 别为1和-1。

#### 2 仿真与实验结果

实验光路示意图如图1所示,本文使用了型

号为 DH-HN250P, 功率约为 2.4 mv, 波长为 632.8 nm 的氦氖激光器作为光源, 光束经过半波 片将偏振方向调整到与 SLM(Holoeye GAEA-2) 的工作方向平行, SLM 的分辨率为 3840×2160, 像素尺寸为3.74  $\mu$ m, 相面尺寸 15.32 mm×9.22 mm。 然后经透镜组与针孔整形、扩束后入射到 SLM 上。SLM 位于傅里叶透镜的前焦面上, 图 像传感器(charge-coupled, CCD)位于傅里叶透镜的后焦面上, 测量所需的正 1 级衍射光束。实验使用了焦距 f = 300 mm 的傅里叶透镜, 并保持不变, 这样光路经一次调整准直后就无需变更, 在整个实验过程中可固定光路进行实验。



编码时改变式(10)中的1,便可方便地调控 产生光束的拓扑荷数。为了实验验证产生光束的 拓扑荷数,本文使用了原位测量法<sup>[35]</sup>,其优点 在于无需变更光路且实现简单,只需在编码时改 用式(11),即去除式(13)中添加的载波相位调 制项。此时正、负1级衍射光束会在傅里叶透镜 的后焦面完全重合并发生干涉,干涉条纹数应为 拓扑荷数1的两倍<sup>[35]</sup>。图2给出了实验干涉结 果,这里对光束中心位置的零级衍射光斑做了遮 挡,从图中可以看到,实验结果完全符合理论预



图 2 参数 R = 0.8 mm, T = 0.05 mm 不变, 拓扑荷数 l 不同时正、负 1 级衍射光的干涉实验测量结果 Fig. 2 Experimental results of the interference of +1 and -1 diffraction orders with R = 0.8 mm, T = 0.05 mm and different l

期,证明了拓扑荷数的可控性。

由式(5)可知,编码时改变式(9)中的 $k_r$ 便可方便的调控产生光束的亮环半径。表1给出了 光束参数T = 0.05 mm,l = 10不变时,不同半 径 PVB的理论光强分布和实验结果,表中同时 给出了相应的编码相位分布。从表中可以清楚地 看到实验光束半径随编码相位的变化,且实验测 量结果与理论预期相吻合,证明了光束半径的可 控性。

表 1 参数 T = 0.05 mm, l = 10 不变,光束半径 R 不同时 PVB 的理论光强分布和实验测量结果,以及相应的加载于 SLM 的相位分布

```
Tab. 1 Phase masks on the SLM, simulation and experimental results of intensity distributions of PVB with T = 0.05 \text{ mm}, l = 10 and different R
```

光束半径	SLM加载的相位分布	理论光强分布	实验测量结果
<i>R</i> / mm	(1.5 mm×1.5 mm)	(1.5 mm×1.5 mm)	(1.5 mm×1.5 mm)
0.6		$\bigcirc$	0
1.0			$\bigcirc$

由式(6)可知,改变式(9)中的 $w_g$ 便可调控 产生光束的亮环宽度。由于此时 $w_g$ 不再是实际 入射高斯光束的半径,而是一个可随时调整的编 码参数,因此可方便地通过编码相位函数来调 控 PVB的环宽。表 2 给出了光束参数 R = 0.8 mm, *l*=10不变时,不同环宽 PVB 的理论光强分布和 实验结果,表中同时给出了相应的编码相位分 布。与理论预期一致,实验光束的环宽随编码相 位的变化而变化,且实验测量结果与理论结果相 吻合,证明了光束环宽的可控性。

表 2	参数 <i>R</i> = 0.8 mm,	<i>l</i> = 10不变,	改变环宽 $T$ 不同时 PVB 的理论光强分布和实验测量结果		
以及相应的加载于 SLM 的相位分布					
	Tab. 2 Phase mas	sks on the SLN	A, simulation and experimental results of intensity		

1 av. 2	2 I hase masks on the SLIVI, simulation and experimental results of					
	distributions of PVB width	R = 0.8  mm, l = 10  and different	Т			

环宽 T/mm	SLM加载的相位分布	理论光强分布	实验测量结果
	(1.5 mm×1.5 mm)	(1.5 mm×1.5 mm)	(1.5 mm×1.5 mm)
0.04			$\bigcirc$
0.06		$\bigcirc$	$\bigcirc$
0.08		$\bigcirc$	0

上述实验结果证明,使用傅里叶空间相位编 码法可以方便地通过编码相位函数来调控包括环 宽*T*在内的3个主要光束参数,实验过程中光路 固定,操作简单、易实现,且实验产生的光束质 量高,几乎不受光束参数的影响。 该方法还具有适用性广的优点,只要在编码 时将式(3)替换为变形 PVB 的频谱,就可用此 方法产生变形 PVB,且无需变更光路。图 3 给 出了不同参数的椭圆形 PVB 的理论光强分布和 实验测量结果。光束参数选取 *T* = 0.05 mm, *l* =



图 3 光束参数 m 不同的椭圆形 PVB 的理论光强分布和实验测量结果。(a)~(d)理论光强分布; (e)~(h)实验测量结果 Fig. 3 Simulation and experimental results of intensity distributions of elliptic PVB with different m.(a)-(d)simulation results;(e)-(h)experimental results

5以及 y 轴半轴长  $R_y = 1 \text{ mm}$  保持不变,  $m = R_y/R_x$ 表示 y 轴半轴长与 x 轴半轴长的比值。从图中可 以看到,实验结果与理论结果都吻合得很好,由 此证明傅里叶空间相位计算全息法不仅可以用于 产生常规 PVB,也可用于产生、调控基于 PVB 的各类变形光束,且光束质量高。

#### 3 结 论

本文提出了使用傅里叶空间相位计算全息法 产生、调控 PVB。通过理论分析可知,使用该 方法可以方便的通过改变相位编码函数实时调 控 PVB 的 3 个主要光束参数,且光路简单,经 一次调整准直后就无需变更,在整个实验过程中 可固定光路进行实验,操作简便。实验测量结果 与理论预期相吻合,实验产生的光束质量高,且 光束质量几乎不受光束参数的影响。另一方面, 计算相位全息法的通用性强,此方法还可用于产 生高质量的变形 PVB。本文实验产生了不同参 数的椭圆形 PVB,实验测量结果与理论结果相 吻合。综上所述,傅里叶空间相位计算全息法是 一种简便、通用、实用性更强的完美涡旋光产 生、调控方法。

#### 参考文献:

[1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J

C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185 – 8189.

- [2] WILLNER A E, WANG J, HUANG H. A different angle on light communications[J]. Science, 2012, 337(6095): 655 – 656.
- [3] WANG J, YANG J Y, FAZAL I M, et al. Terabit freespace data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488 – 496.
- [4] CHEN Y X, LIU S S, LOU Y B, et al. Orbital angular momentum multiplexed quantum dense coding[J].
   Physical Review Letters, 2021, 127(9): 093601.
- [5] WILLNER A E, PANG K, SONG H, et al. Orbital angular momentum of light for communications[J].
   Applied Physics Reviews, 2021, 8(4): 041312.
- [6] DHOLAKIA K, ČIŽMÁR T. Shaping the future of manipulation[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 335 – 342.
- [7] PADGETT M, BOWMAN R. Tweezers with a twist[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 343 – 348.
- [8] OTTE E, DENZ C. Optical trapping gets structure: structured light for advanced optical manipulation[J].
   Applied Physics Reviews, 2020, 7(4): 041308.
- [9] FUJIWARA H, SUDO K, SUNABA Y, et al. Spin-orbit angular-momentum transfer from a nanogap surface plasmon to a trapped nanodiamond[J]. Nano Letters, 2021, 21(14): 6268 – 6273.
- [10] HELL S W, WICHMANN J. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulatedemission-depletion fluorescence microscopy[J]. Optics

Letters, 1994, 19(11): 780 - 782.

- [11] JESACHER A, RITSCH-MARTE M, PIESTUN R. Three-dimensional information from two-dimensional scans: a scanning microscope with postacquisition refocusing capability[J]. Optica, 2015, 2(3): 210 – 213.
- [12] LIN Z Z, HU J Q, CHEN Y J, et al. Spectral selfimaging of optical orbital angular momentum modes[J]. APL Photonics, 2021, 6(11): 111302.
- [13] XIAO Q, MA Q, YAN T, et al. Orbital-angularmomentum-encrypted holography based on coding information metasurface[J]. Advanced Optical Materials, 2021, 9(11): 2002155.
- [14] YAN H W, ZHANG E T, ZHAO B Y, et al. Free-space propagation of guided optical vortices excited in an annular core fiber[J]. Optics Express, 2012, 20(16): 17904 – 17915.
- [15] CHEN M Z, MAZILU M, ARITA Y, et al. Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam[J]. Optics Letters, 2013, 38(22): 4919 – 4922.
- [16] OSTROVSKY A S, RICKENSTORFF-PARRAO C, ARRIZÓN V. Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator[J]. Optics Letters, 2013, 38(4): 534 – 536.
- [17] PINNELL J, RODRÍGUEZ-FAJARDO V, FORBES A.
   How perfect are perfect vortex beams?[J]. Optics Letters, 2019, 44(22): 5614 – 5617.
- [18] GARCÍA-GARCÍA J, RICKENSTORFF-PARRAO C, RAMOS-GARCÍA R, et al. Simple technique for generating the perfect optical vortex[J]. Optics Letters, 2014, 39(18): 5305 – 5308.
- [19] KOTLYAR V V, KOVALEV A A, PORFIREV A P. Optimal phase element for generating a perfect optical vortex[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2016, 33(12): 2376 – 2384.
- [20] VAITY P, RUSCH L. Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam[J]. Optics Letters, 2015, 40(4): 597 – 600.
- [21] CHEN Y, FANG Z X, REN Y X, et al. Generation and characterization of a perfect vortex beam with a large topological charge through a digital micromirror device[J]. Applied Optics, 2015, 54(27): 8030 – 8035.
- [22] LI P, ZHANG Y, LIU S, et al. Generation of perfect vectorial vortex beams[J]. Optics Letters, 2016, 41(10): 2205 – 2208.
- [23] KARAHROUDI M K, PARMOON B, QASEMI M, et al. Generation of perfect optical vortices using a Bessel-Gaussian beam diffracted by curved fork grating[J]. Applied Optics, 2017, 56(21): 5817 – 5823.
- [24] LI D L, CHANG C L, NIE S P, et al. Generation of

elliptic perfect optical vortex and elliptic perfect vector beam by modulating the dynamic and geometric phase[J]. Applied Physics Letters, 2018, 113(12): 121101.

- [25] LIANG Y S, YAN S H, HE M R, et al. Generation of a double-ring perfect optical vortex by the Fourier transform of azimuthally polarized Bessel beams[J]. Optics Letters, 2019, 44(6): 1504 – 1507.
- [26] GUO Z M, LIU H H, XIANG L N, et al. Generation of perfect vortex beams with polymer-based phase plate[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2020, 32(10): 565 – 568.
- [27] DAI K J, MILLER J K, LI W Z, et al. Fractional orbital angular momentum conversion in second-harmonic generation with an asymmetric perfect vortex beam[J]. Optics Letters, 2021, 46(14): 3332 – 3335.
- [28] LIU Y C, KE Y G, ZHOU J X, et al. Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements[J]. Scientific Reports, 2017, 7(1): 44096.
- [29] ZHOU Q W, LIU M Z, ZHU W Q, et al. Generation of perfect vortex beams by dielectric geometric metasurface for visible light[J]. Laser & Photonics Reviews, 2021, 15(12): 2100390.
- [30] XIE J F, GUO H M, ZHUANG S L, et al. Polarizationcontrollable perfect vortex beam by a dielectric metasurface[J]. Optics Express, 2021, 29(3): 3081 – 3089.
- [31] LING J Y, YANG Q Y, ZHANG S X, et al. Improved generation method utilizing a modified Fourier spectrum for Airy beams with the phase-only filter technique[J]. Applied Optics, 2017, 56(25): 7059 – 7066.
- [32] ARRIZÓN V, RUIZ U, CARRADA R, et al. Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(11): 3500 – 3507.
- [33] LI X Z, MA H X, YIN C L, et al. Controllable mode transformation in perfect optical vortices[J]. Optics Express, 2018, 26(2): 651 – 662.
- [34] DU Y F, LIU D M, FU S N, et al. Reconfigurable generation of double-ring perfect vortex beam[J]. Optics Express, 2021, 29(11): 17353 – 17364.
- [35] MA H X, LI X Z, TAI Y P, et al. *In situ* measurement of the topological charge of a perfect vortex using the phase shift method[J]. Optics Letters, 2017, 42(1): 135 – 138.