

文章编号: 1005-5630(2022)05-0069-08

DOI: 10.3969/j.issn.1005-5630.2022.005.009

完美涡旋光的自由空间传播特性

戴梦婷^{1,2}, 耿滔^{1,2}

(1. 上海理工大学上海市现代光学系统重点实验室, 上海 200093;
2. 上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

摘要: 理想完美涡旋光束是一种光强分布不随拓扑荷数的改变而改变的特殊光束, 与普通涡旋光束相比, 其可以大幅提升在微粒操纵、光纤传输等方面的应用效率。为了探究完美涡旋光束的自由空间传播特性, 利用汉克变换详细计算并分析了拓扑荷数、初始面光环半径以及环宽度对其衍射特性的影响, 发现完美涡旋光束不具备无衍射特性, 光环会随着衍射距离的增加而展宽并逐渐向贝塞尔函数转变。当初始面光环半径增加或环宽度减小时, 衍射效应增强, 其中环宽度的影响要大于光环半径。与前两者相比, 拓扑荷数对衍射效应的影响较小。研究结果对完美涡旋光的进一步应用提供了有益的理论参考。

关键词: 完美涡旋光; 拓扑荷数; 傅里叶变换; 衍射

中图分类号: O 436.1 **文献标志码:** A

Free space propagation characteristics of perfect vortex beam

DAI Mengting^{1,2}, GENG Tao^{1,2}

(1. Shanghai Key Laboratory of Modern Optical System, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The ideal perfect vortex beam is a special beam whose intensity distribution does not change with the change of the topological charge. Compared with ordinary vortex beam, it can greatly improve the application efficiency in particle manipulation and optical fiber transmission. In order to explore the free space propagation characteristics of the perfect vortex beam, this article uses Hank transformation to calculate and analyze the effects of the topological charge, the initial surface ring radius and the ring width on its diffraction characteristics in detail, it is found that the perfect vortex beam does not have the characteristic of non-diffraction, and the halo will broaden with the increase of the diffraction distance and gradually transform to the Bessel function. When

收稿日期: 2022-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(61975125); 上海市自然科学基金(21ZR1443800)

作者简介: 戴梦婷(1996—), 女, 硕士研究生, 研究方向为物理光学。E-mail: 921848472@qq.com

通信作者: 耿滔(1978—), 男, 副教授, 研究方向为物理光学以及新型光学材料。

E-mail: gengtao@usst.edu.cn

the radius of the initial surface increases or the width of the ring decreases, the diffraction effect increases, and the effect of the ring width is greater than the ring radius. Compared with the previous two cases, the topological charge has less influence on the diffraction effect. The research in this paper is expected to provide a useful theoretical reference for the further application of the perfect vortex beam.

Keywords: perfect vortex beam; topological charge; Fourier transform; diffraction

引 言

涡旋光束具有螺旋波前相位, 其重要特征是会出现相位奇点, 这是由于光子携带的轨道角动量(orbital angular momentum, OAM)会使光束相位结构发生改变^[1-2]。拓扑荷数是涡旋光束的重要参量, 光束的 OAM 与拓扑荷数的大小成正比关系。携带 OAM 的涡旋光束在量子信息编码^[3]、微粒的旋转与操控^[4]、光学超分辨成像^[5]等领域有着很大的潜在应用价值, 是当前光学领域的研究热点之一。

将携带 OAM 的光束应用于光镊系统中, 可以使悬浮微粒发生旋转, 最近研究者实现了真空捕获微粒的超高速旋转^[6]。除了光波以外, 自由空间传播的声波也可以携带相应的 OAM, 当声波携带有足够大的 OAM 时, 会使悬挂的宏观物体发生旋转^[7]。通过 OAM 与纳米结构材料发生相互作用, 可以诱导长度超过 10 μm 的银纳米线在电介质表面产生正弦光学力矩^[8], 从而使其在运动过程中获得角加速度。基于 OAM 的通信系统可以实现高密度数据通信, 在自由空间中的数据速率已达到 200 Tbit/s^[9], 已有的研究表明其可以用于自由空间和光纤, 其工作波长从光波段延伸至毫米波。将携带 OAM 的光束与光束复制、相位矫正技术相结合, 提高其衍射后的条纹清晰度, 从而降低了基于 OAM 通信系统的成本^[10]。将 OAM 与显微技术相结合, 使用螺旋谱分析识别梯度和位错, 同时利用傅里叶方法进行图像重建^[11]。

而一般可携带涡旋相位的拉盖尔-高斯光或贝塞尔-高斯光, 其拓扑荷数的改变会引起光束亮环半径以及环宽度的变化^[12], 因此削弱了其在图像处理以及光纤传输等方面的应用效率^[13-15]。

为了改善这一状况, 2013 年, Ostrovsky 等^[16]首先提出了一种亮环半径与环宽度不依赖于拓扑荷数的完美涡旋光(perfect vortex beam, PVB)概念, 并利用空间光调制器产生了 PVB, 但最初生成的这种 PVB 由于受到周围次级亮环的影响, 导致其光束质量较低。PVB 的提出引起了研究者的兴趣, 大量的研究工作集中于理想 PVB 的产生方法。Chen 等^[17]借助锥透镜生成了 PVB, 这种方法大幅降低了外圈次级亮环影响, 并实现了对微粒子的操作。Vaity 等^[18]基于贝塞尔-高斯函数的傅里叶变换, 使用相位掩膜板代替了文献[17]的锥透镜, 提升了实验生成光束的质量, 并且实现了 PVB 参数的实时可控。Chen 等^[19]用数字微镜设备生成了具有大拓扑电荷的 PVB, 该方法扩大了 PVB 在高维量子纠缠、光传输与跨越以及材料处理等的应用范围。赵建林等^[20]巧妙采用 Sagnac 干涉光路, 产生了矢量 PVB, 其横向光强分布不依赖于偏振度和拓扑荷值, 并且该光束在纵向传播空间具有良好的稳定性。2021 年, Zhou 等^[21]利用电介质 TiO₂ 纳米柱超表面, 在可见光范围内, 在不同波段产生了参数不同的 PVB, 并可以灵活操控光束的光强分布形状, 打破了光强分布一般为圆对称的限制。2019 年, Forbes 等^[22]通过理论分析证明了理想 PVB 是不存在的, 拓扑荷数对光强分布的影响不可消除, 并指出光环的半径与光环宽度之比越大, 其越接近理想 PVB。

如上所述, 目前针对 PVB 的研究主要集中于产生方法的优化和改进, 对其空间传播特性的研究鲜有报道, 而对涡旋光束而言, 自由空间的传播特性也是影响其应用价值的重要判断标准^[23-25]。基于此, 本文首先研究了实际 PVB 与理想 PVB 的吻合程度的影响因素; 然后研究了

实际 PVB 的自由空间传播特性, 利用衍射理论仿真计算并详细分析了光束初始面的拓扑荷数、光环半径以及光环宽度对其衍射特性的影响, 以期研究成果能对 PVB 的进一步应用提供有益的理论参考。

1 理论

Ostrovsky 等^[17]提出了一种光强分布不依赖于拓扑荷数的理想 PVB, 其可以表示为

$$PV(r, \theta) \propto \delta(r - R) \exp(i l \theta) \quad (1)$$

式中: (r, θ) 为初始面极坐标; R 为光环半径; l 为拓扑荷数。通过傅里叶变换, 可以获得其空间频谱为

$$F(\rho, \phi) \propto J_l(k_r \rho) \exp(i l \phi) \quad (2)$$

式中: (ρ, ϕ) 为频谱面极坐标; $J_l(\cdot)$ 为第一类 l 阶贝塞尔函数; k_r 为径向波数。从式(2)可以看到, 理想 PVB 的振幅为理想贝塞尔函数, 其函数形式向径向方向无限延展, 因此需要无穷大的能量, 实际无法实现。为了获得近似 PVB, 需要在式(2)的基础上增加额外的能量衰减项, 通常使用贝塞尔-高斯函数来近似, 其可表示为

$$F_G(\rho, \phi) \propto J_l(k_r \rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right) \exp(i l \phi) \quad (3)$$

式中, w_g 表示高斯光束的束腰半径, 该高斯光束主要是用于制约贝塞尔光束。这样, 只要在傅里叶透镜的前焦面利用锥透镜相位分布构造出如式(3)的贝塞尔-高斯光束^[18], 在透镜的后焦面就能获得近似理想的 PVB, 实验光路图如图 1 所示。

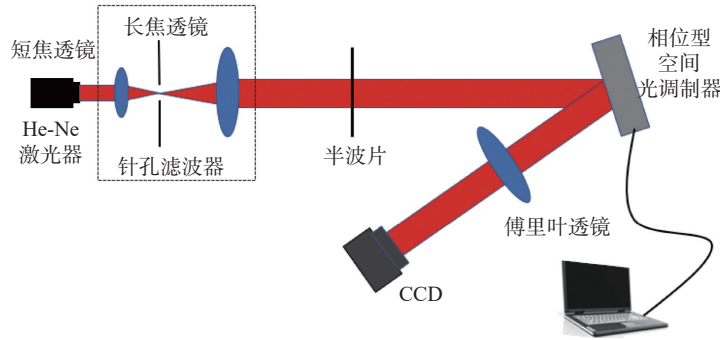


图 1 产生 PVB 的实验光路图

Fig. 1 Experimental light path for generating PVB

对式(3)做傅里叶变换, 可以获得实际 PVB 的复振幅分布^[19]

$$u(r, \theta, z = 0) \propto \exp\left(-\frac{r^2 + R^2}{T^2}\right) I_l\left(\frac{2Rr}{T^2}\right) \exp(i l \theta) \quad (4)$$

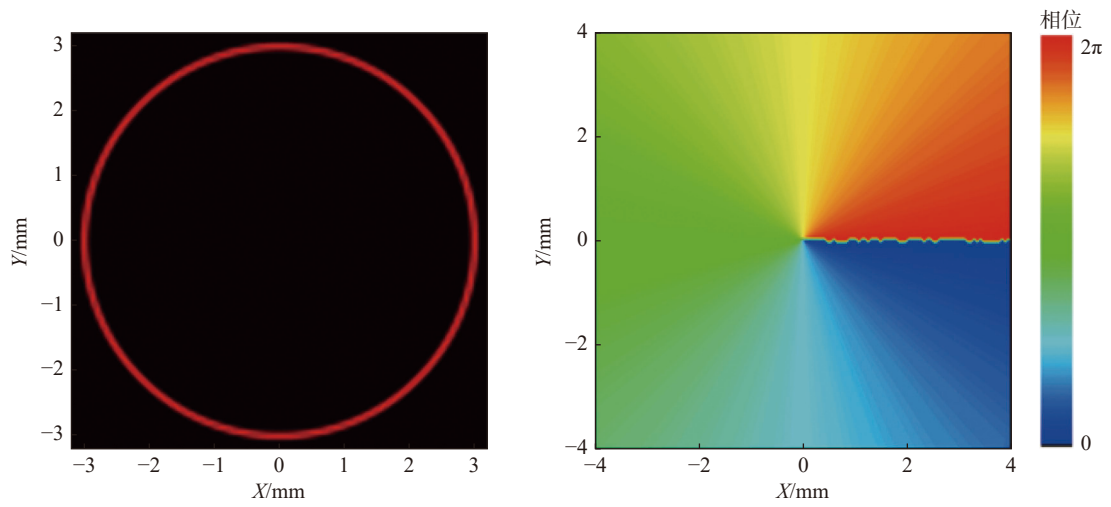
式中: $I_l(\cdot)$ 为第一类 l 阶修正贝塞尔函数; $T = 2f/(kw_g)$, f 为傅里叶透镜的焦距, k 为波数。图 2 给出了 $R = 3 \text{ mm}$, $T = 0.04 \text{ mm}$ 相同, 但拓扑荷数 l 不同的 PVB 的光强和相位分布, 从图中可以看到, 与拉盖尔高斯涡旋光束相比, 虽然 l 从 1 增大到 15, 但光环的形状基本保持不变, 受 l 的影响很小。图 2(c)、(d) 给出了相应的实验光强分布, 从图可以看到, 与理论计算值相吻合。比较理论计算和实验测量的光强分布可以发现, 理论 PVB 的光强分布完全不受拓扑荷数的

影响, 但实际光强分布会受到拓扑荷数的影响, 拓扑荷数较大时会出现轻微的明暗结构, 如图 2(d) 所示。

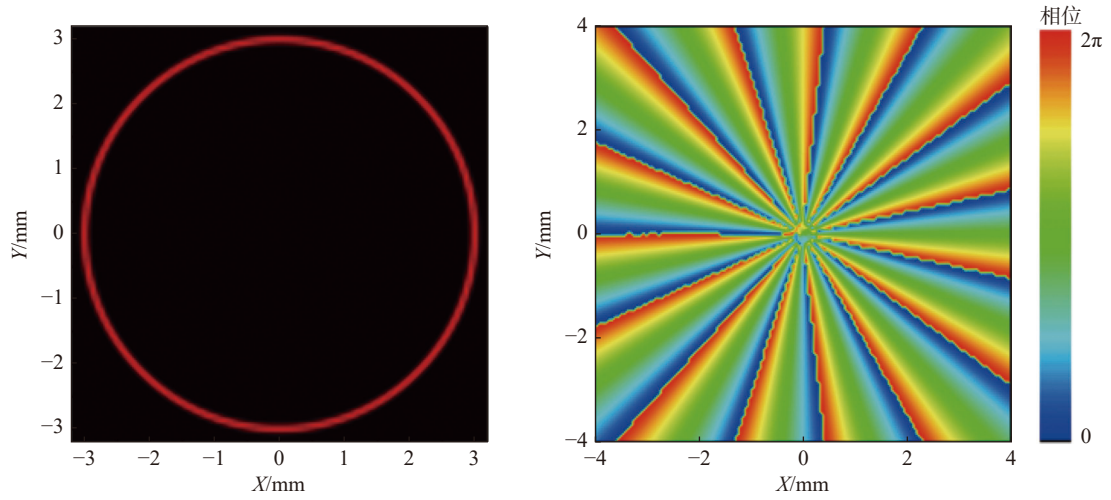
一般情况, 傍轴光束的自由空间衍射可以使用菲涅尔衍射计算, 但由于式(3)、(4)可分离变量, 因此本文将利用 l 阶的汉克变换来计算, 以达到简化计算的目的, 其可表示为

$$u(r, \theta, z) = 2\pi \exp(i l \theta) \int g(\rho) J_l(2\pi \rho r) \cdot \exp\left(2i\pi z \sqrt{\lambda^{-2} - \rho^2}\right) \rho d\rho \quad (5)$$

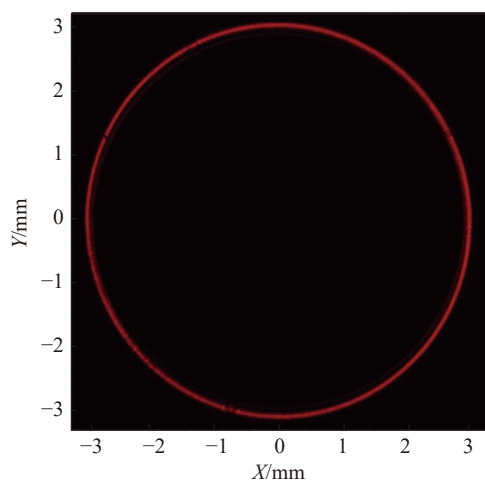
式中 $g(\rho)$ 为式(3)中只与变量 ρ 相关的项, 即 $g(\rho) \propto J_l(k_r \rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_g^2}\right)$ 。



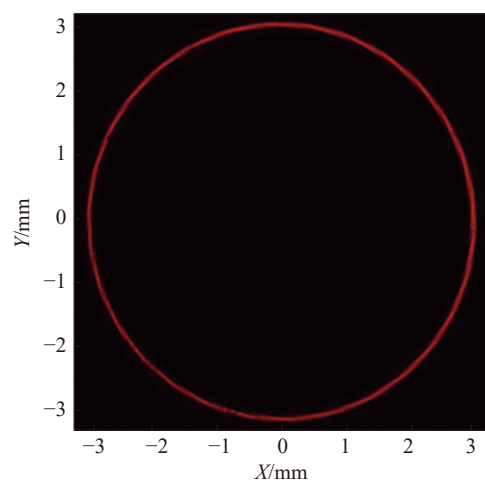
(a) $l=1$ 时, 理论计算的光强和相位分布



(b) $l=15$ 时, 理论计算的光强和相位分布



(c) $l=1$ 时, 实验光强分布



(d) $l=15$ 时, 实验光强分布

图 2 参数 $R = 3 \text{ mm}$, $T = 0.04 \text{ mm}$ 保持不变, 拓扑荷数 l 不同的 PVB 的光强和相位分布

Fig. 2 The normalized light intensity and phase distribution of PVBs with different topological charges l with the parameter $R = 3 \text{ mm}$ and $T = 0.04 \text{ mm}$ unchanged

2 模拟分析

PVB 的复振幅分布可由式(4)表示, 但其中含有第一类 l 阶修正贝塞尔函数 $I_l(\cdot)$, 因此不易于计算和理论分析。文献 [18] 通过理论分析指出, 当式(4)中 $R/T \gg 1$ 时, 式(4)可以近似简化为

$$u(r, \theta, z = 0) \sim \exp\left(-\frac{(r-R)^2}{T^2}\right) \exp(il\theta) \quad (6)$$

此时 PVB 的光场振幅分布呈现为高斯函数的形式, T 可以视作光环宽度。由于 R/T 越大, 近似 PVB 越接近于理想 PVB^[19], 且相比于式(4), 式(6)去除了修正贝塞尔函数 $I_l(\cdot)$, 更易于计算和理论分析, 因此被研究者广泛使用。但 $R/T \gg 1$ 这一判断依据较为模糊, 因此本文首先对这一问题进行了研究。

图 3 分别给出了利用式(4)和式(6)计算的

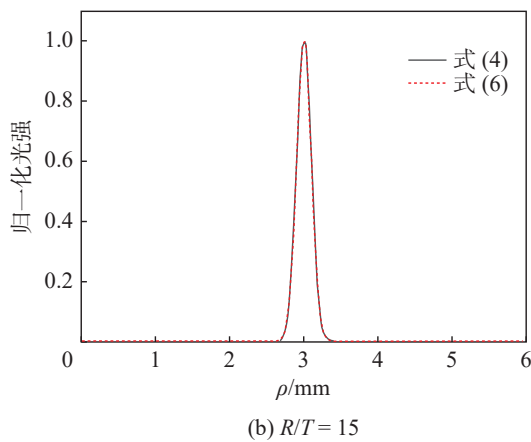
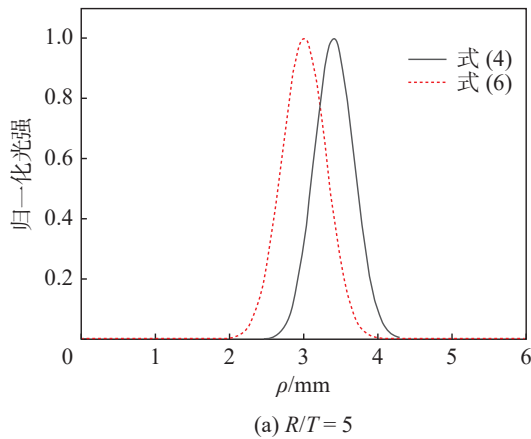


图 3 $R = 3 \text{ mm}$, $l = 31$ 时, 式(4)和式(6)计算的归一化径向光强分布

Fig. 3 The normalized radial intensity distribution calculated by equation(4) and equation (6) with $R = 3 \text{ mm}$ and $l = 31$

PVB 光强分布, 为了便于比较, 这里对最大光强做了归一化处理。从图中可以看到, 当 $R/T = 5$ 时, 相比于式(4)的计算结果, 式(6)计算结果的光环中心位置向中心移动, 光环宽度较宽。当 $R/T = 15$ 时, 两者的计算结果几乎完全重合。

为了讨论这一问题, 本文计算了 PVB 初始面的实际环宽度 W_0 , 并认为 $W_0/T \rightarrow 1$ 时式(6)有效, 可替代式(4)使用。图 4 给出了 $R = 3 \text{ mm}$ 不变时, 不同 PVB 的实际环宽度 W_0 与 T 的比值。从图中可以看到, 当 R/T 较小时, 环的实际宽度 W_0 小于 T , 使用式(6)会高估光环宽度, 拓扑荷数 l 越大, 两者之间的差距越明显。随着 R/T 增大, W_0/T 逐渐趋近于 1, 趋近速度与 l 成反比。这说明, 式(6)的近似条件与拓扑荷数 l 相关, l 值越大, 近似条件越苛刻, 需要 R/T 的值越大。例如 $l = 7$ 时, $R/T \geq 8$ 即可满足近似条件, 但当 l 增大到 $l = 31$ 时, 需要满足 $R/T \geq 17$ 。

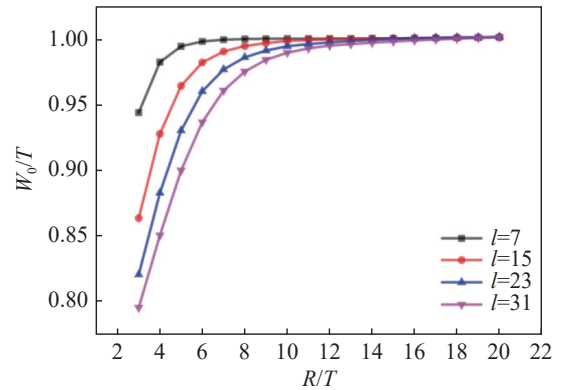


图 4 $R = 3 \text{ mm}$ 时, 不同拓扑荷数 PVB 的 W_0/T 与 R/T 的变化关系

Fig. 4 The relationship between W_0/T and R/T of PVB with different topological loads when $R = 3 \text{ mm}$

利用式(5)计算参数 $R = 2 \text{ mm}$, $T = 0.056 \text{ mm}$, $l = 15$ 时, PVB 在不同传播距离截面上的径向光强分布, 实验结果如图(5)所示。图 5(d) 由于光斑尺寸太大, 超出 CCD 测量范围, 因此只有图 5(a)~(c) 为实验测量结果, 图 5(d) 为理论计算结果。从图中可以看到, 实验结果与理论计算结果基本吻合, 当传播距离在非涅尔衍射区内, 随着传播距离的增大, 环宽度在逐渐变宽, 表现出明显的衍射特征, 环中心位置基本保持不变, 如图 5(a)~(c) 所示, 因此 PVB 不具备如贝塞尔光束类似的无衍射特性。随着传播距离进

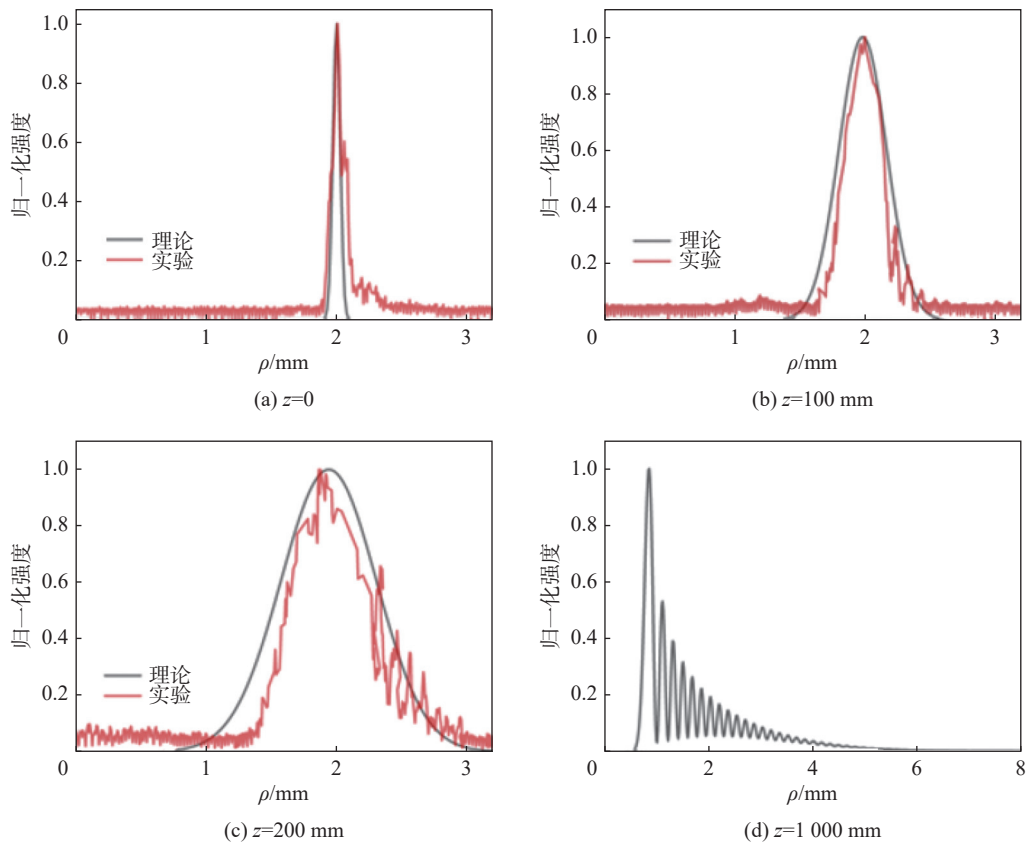


图 5 参数 $R = 2 \text{ mm}$, $T = 0.056 \text{ mm}$, $l = 15$ 的 PVB 在不同截面上的径向光强分布

Fig. 5 Radial light intensity distribution of PVB with parameters $R = 2 \text{ mm}$, $T = 0.056 \text{ mm}$ and $l = 15$ on different sections

一步增加, 光束传播到夫琅禾费衍射区时, 光环宽度进一步展宽的同时, 峰值位置开始向光轴方向移动, 其分布失去高斯函数的形状, 逐渐向其频谱的形状, 即贝塞尔函数转变, 如图 5(d) 所示。

为了探讨不同参数对 PVB 光环宽度展宽的影响, 图 6 给出了不同参数的 PVB 在自由空间

传播 $z = 200 \text{ mm}$ 后环宽度 W_z 与初始面环宽度 W_0 的比值 W_z/W_0 。图 6(a) 给出了 $R = 3 \text{ mm}$ 保持不变的结果, 从图中可以看到, 随着 T 的减小, 衍射效应逐渐增强, W_z/W_0 的比值增大且变化速度越来越快, 此时环宽度的增宽几乎不受拓扑荷数 l 的影响。图 6(b) 给出了 $T = 0.15 \text{ mm}$ 保持不

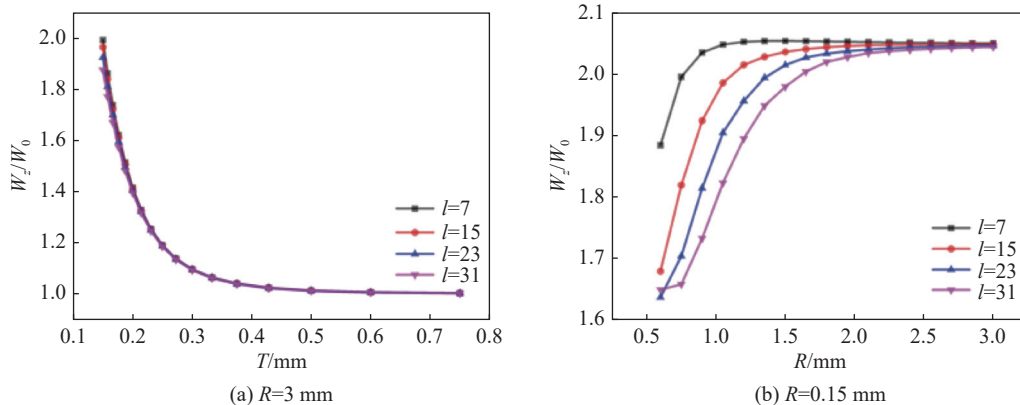


图 6 不同参数的 PVB 在 $z = 200 \text{ mm}$ 处的环后环宽度 W_z 与初始面环宽度 W_0 的比值 W_z/W_0

Fig. 6 The ratio of the back ring width W_z to the initial face ring width W_0 at $z = 200 \text{ mm}$ for PVB with different parameters W_z/W_0

变的结果, 从图中可以看到, 随着 R 的增大, 衍射效应逐渐增强, W_z/W_0 的比值增大, 但变化速度变慢, 最后趋于恒定, 当 R 大于一定数值后, W_z/W_0 几乎不再变化, 即环宽度不再随着 R 的增大而增大。此时光环的展宽速度受到拓扑荷数 l 的影响, 随着 R 的增大, 不同 l 的光束其环宽度的增宽会逐渐趋同, 但变化趋势不同, l 越小, 其越快趋向于稳定。

图 7 给出了 $R = 2 \text{ mm}$, $T = 0.056 \text{ mm}$ 时, 不同拓扑荷数 l 的 PVB 在自由空间传播不同距离后, 相应的 W_z/W_0 比值, 由于传播距离太远光环变形无法很好地定义 W_z , 因此 z 的取值限制在 300 mm 。从图中可以看到, 光环的增宽速度与传播距离几乎呈线性关系, 不同拓扑荷数 l 的曲线几乎重合, 说明 l 对光环宽度随距离的增宽影响很小, 只有当 l 较大时, 增宽速度才略微减缓。

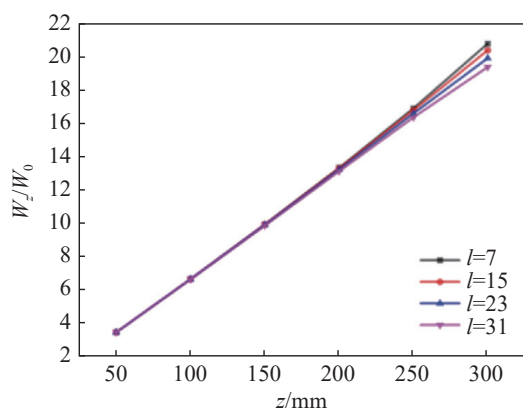


图 7 $R = 2 \text{ mm}$, $T = 0.056 \text{ mm}$ 时, 不同拓扑荷数 l 的 PVB 的传播距离 z 与 W_z/W_0 的关系

Fig. 7 The relationship between the propagation distance z and W_z/W_0 of PVB with different topological charges l when $R = 2 \text{ mm}$ and $T = 0.056 \text{ mm}$

3 结 论

本文主要研究了实际 PVB 的自由空间传播特性, 发现近似 PVB 与理想 PVB 的接近程度不仅取决于 R/T 值, 还受到拓扑荷数的影响, 拓扑荷数越大, 近似条件越苛刻。通过衍射积分的数值计算发现, PVB 不具备如贝塞尔光束类似的无衍射特性, 光环宽度会随着衍射距离展宽, 并随着衍射距离进一步增大, 光环分布形状会逐渐

向其空间频谱形式, 即贝塞尔函数转变。在非涅尔衍射区内, 当初始面光环半径增大或环宽度减小时, 衍射效应都会增强, 但其中光环宽度的影响要显著强于光环半径。当初始面光环半径和光环宽度不变时, 光环的增宽速度与传播距离几乎呈线性关系, 此时拓扑荷数增大会略微减小光环宽度随距离的增宽速度, 但影响非常小。

参考文献:

- [1] YAO A M, PADGETT M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, 3(2): 161 – 204.
- [2] FRANKE-ARNOLD S, RADWELL N. Light served with a twist[J]. *Optics and Photonics News*, 2017, 28(6): 28 – 35.
- [3] BOZINOVIC N, YUE Y, REN Y X, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers[J]. *Science*, 2013, 340(6140): 1545 – 1548.
- [4] 屈檀, 吴振森, 韦尹煜, 等. 拉盖尔高斯涡旋光束对生物细胞的散射特性分析 [J]. *光学学报*, 2015, 35(S1): s129002.
- [5] PADGETT M J. Orbital angular momentum 25 years on [Invited][J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11265 – 11274.
- [6] LEACH J, MUSHFIQUE H, DI LEONARDO R, et al. An optically driven pump for microfluidics[J]. *Lab on a Chip*, 2006, 6(6): 735 – 739.
- [7] VOLKE-SEPÚLVEDA K, SANTILLÁN A O, BOULLOSA R R. Transfer of angular momentum to matter from acoustical vortices in free space[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(2): 024302.
- [8] YAN Z J, SCHERER N F. Optical vortex induced rotation of silver nanowires[J]. *The Journal of Physical Chemistry Letters*, 2013, 4(17): 2937 – 2942.
- [9] XIE G D, REN Y X, YAN Y, et al. Experimental demonstration of a 200-Gbit/s free-space optical link by multiplexing Laguerre–Gaussian beams with different radial indices[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(15): 3447 – 3450.
- [10] 柯熙政, 谢炎辰, 张颖. 涡旋光束轨道角动量检测及其性能改善 [J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0126017.
- [11] FANG Y, CHEN J, WANG P B, et al. A novel image formation method for electromagnetic vortex SAR with

- orbital-angular-momentum[J]. *Progress In Electromagnetics Research M*, 2019, 82: 129 – 137.
- [12] 孙喜博, 耿远超, 刘兰琴, 等. 弯曲阶跃型光纤中光学涡旋的传输特性研究 [J]. *光学学报*, 2015, 35(S1): s106001.
- [13] 程振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究 [J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1213002.
- [14] 黎芳. 涡旋光束在自由空间中的传输特性 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(1): 012603.
- [15] 杨红红, 陈鹤鸣, 白秀丽. 一种可传输 42 个 OAM 模的光子晶体光纤 [J]. *光通信研究*, 2018(2): 32 – 35.
- [16] OSTROVSKY A S, RICKENSTORFF-PARRAO C, ARRIZÓN V. Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(4): 534 – 536.
- [17] CHEN M Z, MAZILU M, ARITA Y, et al. Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(22): 4919 – 4922.
- [18] VAITY P, RUSCH L. Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(4): 597 – 600.
- [19] CHEN Y, FANG Z X, REN Y X, et al. Generation and characterization of a perfect vortex beam with a large topological charge through a digital micromirror device[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(27): 8030 – 8035.
- [20] LI P, ZHANG Y, LIU S. Generation of perfect vectorial vortex beams[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(10): 2205 – 2208.
- [21] ZHOU Q W, LIU M Z, ZHU W Q, et al. Generation of perfect vortex beams by dielectric geometric metasurface for visible light[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2021, 15(12): 2100390.
- [22] PINNELL J, RODRÍGUEZ-FAJARDO V, FORBES A. How perfect are perfect vortex beams?[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(22): 5614 – 5617.
- [23] CHEN C Y, YANG H M, TONG S F, et al. Changes in orbital-angular-momentum modes of a propagated vortex Gaussian beam through weak-to-strong atmospheric turbulence[J]. *Optics Express*, 2016, 24(7): 6959 – 6975.
- [24] MALIK M, O'SULLIVAN M, RODENBURG B, et al. Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding[J]. *Optics Express*, 2012, 20(12): 13195 – 13200.
- [25] RODENBURG B, LAVERY M P J, MALIK M, et al. Influence of atmospheric turbulence on states of light carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(17): 3735 – 3737.

(编辑: 张 磊)