**文章编号:**1005-5630(2015)02-0111-05

# 基于 QMC 的齿轮测量中心测量不确定度评定方法

韩连福<sup>1,2</sup>,付长凤<sup>1</sup>,王 军<sup>2</sup>,唐文彦<sup>1</sup>

(1.哈尔滨工业大学精密仪器研究所,黑龙江哈尔滨 151400;2.东北石油大学电子科学学院,黑龙江大庆 163318)

**摘要:**为评定齿轮测量中心测量不确定度,提出了一种基于拟蒙特卡罗法(quasi Monte-Carlo method,QMC)的齿轮测量不确定度评定方法。研究了齿轮测量中心的几何误差源,应用坐标 变换法建立了齿轮测量中心精密测量模型,采用拟蒙特卡罗仿真法对齿轮测量中心测量不确定 度进行了评定,并分析了评定的稳定性。评定实验表明,该方法可准确评定齿轮测量中心测量 不确定度,评定结果最大偏差为 2.35%,评定方法稳定。 关键词:齿轮测量中心;拟蒙特卡罗法;测量不确定度

中图分类号: TP 391.4 文献标志码: A doi: 10.3969/j.issn.1005-5630.2015.02.005

# Evaluation on uncertainty of gear center measurement based on quasi Monte-Carlo method

HAN Lianfu<sup>1,2</sup>, FU Chang feng<sup>1</sup>, WANG Jun<sup>2</sup>, TANG Wenyan<sup>1</sup>
(1. Institute of Precision Instrument, Harbin Institute of Technology, Harbin 151400, China;
2. College of Electronic Science, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: To evaluate the uncertainty of gear center measurement, evaluation method on uncertainty of gear center measurement based on quasi Monte-Carlo method (QMC) is proposed. The geometric errors are confirmed. The gear measurement model based on gear center measurement is established by coordinate transformation. The uncertainty of gear center measurement is evaluated by QMC, and the stability of this method is studied. The experiment shows that the evaluation proposed in this paper can accurately evaluate uncertainty of gear center measurement. The maximum deviation is 2. 35%, so the method is stable.

Keywords: gear measuring center; quasi Monte-Carlo method(QMC); measurement uncertainty

# 引 言

齿轮测量中心是一种高精密齿轮测量仪,适应了齿轮测量向高精度、多功能、自动化发展的趋势, 已成为齿轮测量领域的主导设备<sup>[1]</sup>。测量不确定度是衡量齿轮测量中心性能的主要技术指标<sup>[2]</sup>。目 前,国外从事齿轮测量中心测量不确定度评定技术研究的主要有德国国家计量院、日本的国家计量院 和京都大学<sup>[3]</sup>。国内从事该评定技术研究的主要有大连理工大学、西安工业大学、北京工业大学和哈

**收稿日期:** 2014-08-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51101027);东北石油大学青年基金资助项目(51101027)

作者简介:韩连福(1977一),男,讲师,主要从事精密齿轮测量技术研究。E-mail:comeonhanlianfu@163.com

通信作者: 唐文彦(1958—),男,教授,主要从事大尺寸精密测量技术研究。E-mail:tangwy@hit.edu.cn

尔滨工业大学<sup>[46]</sup>。国内主要采用分析各项误差源,然后合成测量不确定度的方法,但由于齿轮测量中 心测量项目众多,更换评定项目时需重新计算一次,计算复杂。国外将齿轮测量中心误差归为6类,并 采用蒙特卡罗法评定测量不确定度,但蒙特卡罗法使用伪随机数,造成评定收敛速度慢、计算结果不 稳定。

为克服上述方法存在的问题,本文分析了齿轮测量中心的误差,建立了误差条件下齿轮测量模型,并 采用拟蒙特卡罗法(quasi Monte-Carlo method,QMC)评定了齿轮测量中心测量不确定度。

## 1 齿轮测量中心误差

齿轮测量中心实质上是一个四轴四坐标测量 机,其机械结构和控制结构复杂,任何机械和控制 系统的误差都会影响测量不确定度,为方便分析, 将其等效为图1所示6种偏差:

(1)上顶尖偏差矢量  $R_u$ ,包含机械加工偏差、装 配偏差、几何跳动偏差和形变偏差;(2)下顶尖偏差 矢量  $R_d$ ,包含下顶尖偏离转台的位置偏差、下顶尖 装置的机械加工偏差;(3)主轴旋转偏差  $\theta_r$ ,包含主



Fig. 1 Error of gear center measurement

轴旋转控制偏差  $\theta_{re}$ 和圆光栅计量偏差  $\theta_{rg}$ ;(4)测头定位偏差  $p_p(\Delta_p(x), \Delta_p(y), \Delta_p(z))$ ,包含了各轴的控制 偏差和各轴机械结构偏差引起的运行偏差;(5)测头传感器位移偏差  $G_{err}(G_x, G_y, G_z)$ ;(6)测头形状与半径 偏差  $R_p$ ,包含测球半径与形状偏差  $r_{ef}$ 和运动等效半径偏差  $r_{ev}$ 。

## 2 基于齿轮测量中心的齿轮测量模型

齿轮测量中心测量工件时,测头与工件表面接触,齿轮测量中心通过定位测头接触点来获得测量数据。理想测量状态下,测球球心的位置

$$\boldsymbol{p}_{\text{idea}} = [\boldsymbol{x}_{\text{NC}}, \boldsymbol{y}_{\text{NC}}, \boldsymbol{z}_{\text{NC}}]^{\text{T}}$$
(1)

式中(x<sub>NC</sub>, y<sub>NC</sub>, z<sub>NC</sub>)为测球球心在仪器坐标系中的坐标。

在实际测量中,测头存在定位误差,其定位误差表达式为

$$\boldsymbol{p}_{\mathrm{p}} = (\Delta_{\mathrm{p}}(x), \Delta_{\mathrm{p}}(y), \Delta_{\mathrm{p}}(z))$$
<sup>(2)</sup>

式中( $\Delta_p(x), \Delta_p(y), \Delta_p(z)$ )为测头在空间中的定位误差,是空间位置 p的函数,分布规律为<sup>[4]</sup>

$$\begin{bmatrix} \Delta_{p}(x) \\ \Delta_{p}(y) \\ \Delta_{p}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1} & k_{1} & k_{1} \\ k_{1} & k_{1} & k_{1} \\ k_{1} & k_{1} & k_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{NC}} \\ y_{\text{NC}} \\ z_{\text{NC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{2} & k_{2} & k_{2} \\ k_{2} & k_{2} & k_{2} \\ k_{2} & k_{2} & k_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\phi_{\text{rad}}) \\ \sin(y_{\text{len}}y_{\text{NC}} + \phi_{\text{rad}}) \\ \sin(z_{\text{len}}z_{\text{NC}} + \phi_{\text{rad}}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{3} \\ k_{3} \\ k_{3} \end{bmatrix}$$
(3)

式中: $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 均为定位误差与空间位置关系因子; $y_{len}$ 、 $z_{len}$ 分别为y轴与z轴移动位移; $\phi_{rad}$ 为旋转轴转过的角度。

齿轮测量中心测量理想工件时,测头传感器形变表示的位移变化为

$$\boldsymbol{d} = (d_x(1+G_x), d_y(1+G_y), d_z(1+G_z))$$
(4)

式中 d<sub>x</sub>、d<sub>y</sub>、d<sub>z</sub> 分别为测头在 x、y、z 方向上的位移变化。

由式(1)、(2)和(4)可知,实际测量过程中测球球心相对齿轮测量中心的位置向量

$$\boldsymbol{p}_{\text{ptc}} = \boldsymbol{p}_{\text{p}} + \boldsymbol{p}_{\text{idea}} + \boldsymbol{d} \tag{5}$$

不同测量状态下,测球的等效半径

$$r = r_0 + (r_{\rm ef} + r_{\rm ev}) \tag{6}$$

式中 r<sub>0</sub> 为测球物理半径。

齿轮测量中心测头与工件的接触点的向量

$$\boldsymbol{p} = \left[r_0 + (r_{\rm ef} + r_{\rm ev})\right] \left[ \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix} + \boldsymbol{p}_{\rm p} + \boldsymbol{p}_{\rm idea} + \boldsymbol{d}$$
(7)

式中 q1、q2 分别为测球球心在球坐标系中的水平角和垂直角。

由于齿轮测量中心上、下顶尖都存在偏差,齿轮偏移矢量 e 和正交倾斜矩阵 T 表达式分别为

$$\boldsymbol{e} = (\boldsymbol{R}_{u} + \boldsymbol{R}_{d}) \frac{l_{1}}{l}$$
(8)

$$\boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{R}_{\mathrm{u}} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}}{\|\boldsymbol{R}_{\mathrm{u}} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\|} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(9)

式中: $l_1$ 为齿轮中心到测量平面中心距离;l为齿轮测量中心上、下顶尖距离; $R_u$ 、 $R_d$ 分别为上、下顶尖偏离理想位置矢量, $|R_u|$ 和 $|R_d|$ 均服从正态分布, $R_u$ 的矢量角 $\omega(R_u)$ 与 $R_d$ 的矢量角 $\omega(R_d)$ 均在( $-\pi,\pi$ )服从均匀分布。

理想工件装卡在理想齿轮测量中心上,其工件表面的表达式为f(u,v,w),其装卡在倾斜齿轮测量中心上的表达式 $f_{T}(u,v,w)$ 为

$$f_{\mathrm{T}}(u,v,w) = e + T f(u,v,w)$$
<sup>(10)</sup>

测量工件装卡在齿轮测量中心上,工件跟随齿轮测量中心旋转,旋转后的工件表面方程为

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{R}}(u,v,w) = \begin{bmatrix} \cos(\theta + \theta_{\mathrm{rc}} + \theta_{\mathrm{rg}}) & -\sin(\theta + \theta_{\mathrm{rc}} + \theta_{\mathrm{rg}}) & 0\\ \sin(\theta + \theta_{\mathrm{rc}} + \theta_{\mathrm{rg}}) & \cos(\theta + \theta_{\mathrm{rc}} + \theta_{\mathrm{rg}}) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{f}_{\mathrm{T}}(u,v,w)$$
(11)

式中 $\theta_{rc}$ 、 $\theta_{rg}$ 均服从正态分布。

齿轮测量中心测量工件时,测球与工件表面接触,测量点满足齿轮测量模型,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{n}(\boldsymbol{f}_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\boldsymbol{w})) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{p}) = 0\\ \boldsymbol{f}_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{p} \end{cases}$$
(12)

式中n(p)、 $n(f_{\mathbb{R}}(u,v,w))$ 分别为测量点测球表面和工件表面的法矢量。

# 3 基于拟蒙特卡罗法的测量不确定度评定方法

蒙特卡罗法评定测量不确定度过程中使用伪随机数,而伪随机数的随机性和均匀性都不强,这造成了蒙特卡罗法收敛速度慢、计算结果不稳定。低偏差序

了蒙特卡罗法收敛速度便、计算结果不稳定。低偏差序列比随机数具有更强的均匀性,采用低偏差序列替代伪随机数序列的蒙特卡罗法称为拟蒙特卡罗法<sup>[7-9]</sup>。

如图 2 所示,采用拟蒙特卡罗法生成齿轮测量中心数学模型的各项误差并将其加载到虚拟齿轮测量中心上,采用该虚拟齿轮测量中心测量理想工件获得含有误差的仿真信号,最后按照评定标准对渐开线偏差、螺旋线偏差和齿距偏差进行不确定度评定。



#### 4 模拟实验与分析

以齿廓总偏差测量不确定度评定为例,对齿轮测量中心测量不确定度进行评定,理想齿轮参数有:齿数为36个,模数为8个,压力角为20°,螺旋角为0°,分度圆直径为288 mm。齿轮测量中心各误差分布如下:

(1)上、下顶尖偏差分别为

 $\boldsymbol{R}_{u} \sim [A_{m} \cos A_{\varphi}, A_{m} \sin A_{\varphi}, \boldsymbol{d}] \quad \boldsymbol{R}_{d} \sim [A_{m} \cos A_{\varphi}, A_{m} \sin A_{\varphi}, 0]$ 

其中 $A_m$ 服从N(0,0.5)分布, $A_{\varphi}$ 服从 $U(-\pi,\pi)$ 分布。

(2)主轴旋转偏差、测头定位偏差和测头传感器位移偏差分别为

 $\theta_{\rm r} \sim U(-4.85 \times 10^{-8}, 4.85 \times 10^{-8}) \quad R_{\rm p} \sim N(0, 0.1) \quad G_x, G_y, G_z \sim N(0, 0.005)$ 

(3)测头定位偏差

计算测头定位偏差需要确定的参数如式(3),各参数值分别为

 $k_1 \sim N(0, 0, 3)$   $k_2 \sim N(0, 0, 3)$   $k_3 \sim N(0, 1)$   $\phi_{rad} \sim U(-\pi, \pi)$   $y_{len} = 9.29 \times 10^{-5}$   $z_{len} = 0.25$ 采用基于拟蒙特卡罗法评定齿轮测量中心齿廓总偏差测量不确定度,评定结果如图 3 所示。图中,  $U_{95}$ 表示可信度为 95%的测量不确定度, $n \rightarrow U_{95}$ 齿廓测量不确定度时的运行次数。





由仿真结果可知:测量不确定度  $U_{95}4500$  次运行结 果为 1.26  $\mu$ m; 30 000 次运行结果为 1.31  $\mu$ m; 50 000 次 运行结果为 1.29  $\mu$ m。4 500 次、30 000 次和 50 000 次的 测量结果基本一致,也就是 4 500 次收敛情况与 30 000 次、50 000 次一样,而采用蒙特卡罗法需要十几万次运行 才能达到同样效果,故拟蒙特卡罗法收敛速度远高于蒙特 卡罗法。

在样本容量为4500次的条件下,重复计算20次,评 定结果和平均值如图4所示。

由图 4 可知,评定结果的最大值为 1.31  $\mu$ m,最小值 为 1.25  $\mu$ m,平均值为 1.28  $\mu$ m。将评定结果的平均值  $u_a$ 作为评定结果的理论值<sup>[10]</sup>,则评定结果最大偏差  $u_{max}$ 为 0.03  $\mu$ m,其最大相对偏差为:



Fig. 4 Stability of evaluation results

$$e_{\rm r} = \frac{|u_{\rm max} - u_{\rm a}|}{|u_{\rm a}|} \times 100\% = \frac{0.03}{1.28} \times 100\% = 2.35\%$$
(13)

由式(13)可知,齿廓测量不确定度评定结果的最大相对偏差为2.35%,故基于拟蒙特卡罗法的齿轮 测量中心不确定度评定结果稳定。

为避免评定的偶然性,采用不同参数的齿轮多次重复上述实验。多次实验结果均表明本文提出的方 法收敛速度快、结果稳定。

# 5 结 论

通过对齿轮测量中心几何结构与控制系统的分析,将其几何误差和控制误差等效成6项误差,在分析误 差对测量不确定度影响的基础上,采用坐标变换法建立了齿轮测量中心齿轮测量模型,以齿廓测量不确定度 为例,采用拟蒙特卡罗法评定了齿轮测量中心测量不确定度,并分析了评定方法的稳定性。实验表明,本文 提出的方法可准确评定齿轮中心测量不确定度,评定结果最大偏差为2.35%,评定方法稳定。

- [1] HAN L F, TANG W Y, WANG J, et al. Measurement of involute profile with small clamping eccentricity in a gear measuring center
   [J]. Strojniški Vestnik-Journal of Mechanical Engineering, 2013, 59(4): 269-278.
- [2] LAZOPOULOS A. Error estimates in Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo integration[J]. Acta Physica Polonica Series B, 2004, 35 (11):2617-2632.
- [3] TAKEOKA F, KOMORI M, TAKAHASHI M, et al. Gear checker analysis and evaluation using a virtual gear checker [J]. Measurement Science & Technology, 2009, 20(4):1-12.
- [4] 孙光宇,李平. CNC 齿轮测量中心标准中齿廓倾斜偏差测量不确定度参数的确定[J]. 工具技术, 2009, 43(9):97-99.
- [5] 王阔,马勇.改进后的 CNC 齿轮测量中心 Mahr891E 螺旋线偏差测量系统测量不确定度评定[J]. 工具技术, 2008, 42(6): 91-94.
- [6] 石照耀.复杂螺旋曲面特征线测量的理论与技术研究[D].合肥:合肥工业大学,2001.
- [7] 潘建根,丁鹏飞,沈海平,等. LED 在线测试中的 PLF 测量不确定度分析[J]. 光学仪器,2008,30(3):8-12.
- [8] 黄美发,景晖,匡兵,等.基于拟蒙特卡罗方法的测量不确定度评定[J].仪器仪表学报,2009,30(1):120-125.
- [9] 邵明省. 基于蒙特卡罗方法的 LED 灯光子运动研究[J]. 光学仪器, 2010, 32(1): 59-62.
- [10] 石照耀,张宇,张白. 三坐标机测量齿轮齿廓的不确定度评价[J]. 光学 精密工程, 2012, 20(4): 766-771.

(编辑:程爱婕)

#### (上接第110页)

值得注意的是,使用时空联合衬比分析(图 5(c))比单纯的时间衬比分析(图 5(a))或单纯的空间衬比 分析(图 5(b))所得 C<sub>1</sub>和 C<sub>2</sub>处的 K 值之比更接近 2。利用时间衬比分析方法在低速下比值偏差比较大, 利用空间衬比方法时在高速下相对速度比值要小于 2,而利用时空联合衬比分析方法时相对流速一直保 持在 2 左右。

同样在  $C_1$  与  $C_3$  处所得结果相同,利用时间衬比分析方法时相对衬比比值仍然保持在一个略低于 4 的值,而空间衬比方法却呈线性衰减。这一结果在不同滑动窗大小(5 pixel×5 pixel,7 pixel×7 pixel 和 9 pixel×9 pixel)下观察时均得到相同的体现。

#### 4 结 论

通过观察 TiO<sub>2</sub> 悬浊液的动态散斑实验,可以证明散斑衬比值随着像素与散斑大小的比值的增大而 增大。使用时空联合衬比分析方法要比单纯的时间衬比分析方法或单纯的空间衬比分析方法更准确,可 以很好地评估相对血流量的变化,尤其是在较快或较慢的流速条件下。

## 参考文献:

- [1] 王珍,刘庆莹.高时空分辨的脑功能光学成像研究进展[J].生物化学与生物物理进展,2008,35(5):488-495.
- [2] 郑刚,申晋,孙国强,等. 对动态光散射颗粒测量技术中几个问题的讨论[J]. 上海理工大学学报,2002,24(4):313-318.
- [3] 张红艳. 面向临床应用的激光散斑血流成像系统研究[D]. 武汉:华中科技大学,2012.
- [4] GOODMAN J W. Speckle phenomena in optics: theory and application[M]. Berlin: Roberts and Company, 2006.
- [5] FERCHER A F, BRIERS J D. Flow visualization by means of single-exposure speckle photography[J]. Optics Communications, 1981, 37(5):326-330.
- [6] 孔平,杨晖,郑刚,等.激光散斑血流成像技术研究新进展[J].光学技术,2014,40(1):21-24.
- [7] PARTHASARATHY A B, TOM W J. GOPAL A, et al. Robust flow measurement with multi-exposure speckle imaging [J]. Optics Express, 2008, 16(3): 1975-1989.
- [8] 杜述松,王咏梅,王英鉴.空间应用干涉成像光谱仪的研究[J].光学仪器,2008,30(3):77-82.

(编辑:程爱婕)