

文章编号: 1005-5630(2014)05-0394-05

## 基于奇异值分解和小波分析的 飞行数据野值综合处理方法

叶 艳<sup>1</sup>, 王少云<sup>2</sup>, 孙永帅<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 无人机研究院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 通过分析无人机数据记录仪记录参数的特点及野值产生的原因, 提出了一种在噪声条件下采用奇异值分解和小波分析相结合的综合检测野值方法, 即先用信号的奇异值阈值降噪算法来对飞行数据进行降噪处理; 处理完后再用小波分析方法对降噪后的信号进行野值的检测, 这样所得到的信号序列能准确提取出无人机记录仪所接收到的信号。仿真实验表明, 该方法不仅降噪效果明显, 而且能准确地检测并剔除接收信号中存在的野值。

**关键词:** 数据处理; 奇异值分解; 小波分析; 数据记录仪; 无人机

**中图分类号:** TN 911.72 **文献标志码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1005-5630.2014.05.005

### A treatment method of flight data based on singular value decomposition and wavelet analysis

YE Yan<sup>1</sup>, WANG Shaoyun<sup>2</sup>, SUN Yongshuai<sup>1</sup>

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of

Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. UVA Research Institute, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Through analyzing the characteristics of the unmanned aerial vehicle (UAV) data recorder parameters and the reasons of the outliers, a method using singular value decomposition and wavelet analysis is put forward with the existence of noise to detect outliers with the combination of comprehensive, namely first use singular value threshold de-noising algorithm of signal to noise reduction processing for flight data. After processing with wavelet analysis method for noise reduction of signal detecting outliers, the resulting signal sequence can accurately extract the unmanned aerial vehicle (UAV) recorder by the received signal. The simulation results show that the method can not only reduce the noise but also accurately detect and remove outliers existing in the received signal.

**Key words:** the data processing; singular value decomposition; the wavelet analysis; the data recorder; unmanned aerial vehicle(UAV)

收稿日期: 2014-02-24

作者简介: 叶 艳(1990-), 女, 硕士研究生, 主要从事遥控遥测方面的研究。E-mail: 541753227@qq.com

通讯作者: 王少云(1962-), 男, 研究员, 主要从事遥控遥测方面的研究。E-mail: nhshaoyun@nuaa.edu.cn

## 引 言

无人机系统本身具有的复杂性、飞行条件的不稳定性、飞行环境的复杂性和各类传感器数据采集的误差<sup>[1]</sup>,记录仪中存储的工作状态参数不可避免地含有确定性误差和随机误差,传输过程中也会产生一些错误的信息。因此,卸载的工作状态参数进行须对飞行数据进行预处理,以消除数据记录和传输过程中引入的各种误差,为无人机工作状态参数的分析应用提供精确详实的高质量数据源。

在无人机飞行试验中,通常是在其内部安装一个数据记录仪,用于记录系统的工作参数和环境数据等。但是,数据记录仪容易受到干扰源的影响,并且在运行中的设备会由于局部异常而诱发信号的不规则结构,所以飞行数据中一定会混有野值的存在,且出现这些信号的地方往往含有非常重要的信息。由于这些信号中含有大量的噪声,故野值的检测就变得有些困难。

小波分析处理<sup>[2]</sup>研究在各个领域中都涉及,特别是在信号的奇异点检测中取得了很好的效果。但是随着噪声和野值的同时出现,必须要在不影响野值的情况下降低噪声信号的影响。本文采用的是信号的奇异值<sup>[3]</sup>分解来降低噪声,使发生突变的信息位置变得明确,再采用小波分析来确定野值在空间的位置及分布情况。

## 1 信号的奇异值分解算法

由矩阵论知,奇异值分解<sup>[4]</sup>(singular value decomposition, SVD)是一种正交变换,对于任一个行或列线性相关的矩阵,通过对其左右分别相乘一个正交矩阵,可将原矩阵转化为一个对角矩阵。

令矩阵  $\mathbf{A}$  为  $m \times n$  阶实矩阵,则存在  $m$  阶酉矩阵  $\mathbf{U}$  和  $n$  阶酉矩阵  $\mathbf{V}$ ,使得  $\mathbf{A} = \mathbf{U} * \mathbf{S} * \mathbf{V}'$ 。其中  $\mathbf{S} = (\text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r), 0)$ , 且  $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \dots \geq \delta_r \geq 0$  为矩阵  $\mathbf{A}$  的奇异值,它们由  $\mathbf{A}$  唯一确定,且  $r = \text{rank}(\mathbf{A})$ , 即  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。矩阵  $\mathbf{A}$  经过奇异值分解后,就成为一系列的子矩阵的叠加。

## 2 小波分析

在小波分析<sup>[5]</sup>中,主要讨论的函数空间为  $L^2(R)$ , 即指  $R$  上平方可积函数构成的函数空间。如果  $\phi(t) \in L^2(R)$ , 其傅里叶变换  $\hat{\phi}(\omega)$  满足容许性条件

$$C_\phi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^{-1} |\hat{\phi}(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (1)$$

则  $C_\phi$  有界,称  $\phi$  为一个基小波或母小波,基小波或母小波函数  $\phi(t)$  满足:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 0$ , 即  $\hat{\phi}(0) = 0$ 。通

过伸缩或平移后可以得到一个小波序列:  $\phi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \phi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 。其中,  $a$  是尺度因子,  $a \neq 0$ ,  $b$  为平移因子。基小波  $\phi$  的连续小波变换为

$$(W_\phi f)(a, b) = \langle f, \phi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \overline{\phi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2)$$

上式可以看出,随着  $a$  的减少,时域窗口随之减少,即时域分辨率提高,频率分辨率下降;随着  $a$  的增加,时域窗口随之增大,即时域分辨率下降,频率分辨率提高。因此,小波分析既能对被测信号中的高频成分进行精确的分析、定位,也可以对被测信号中的低频成分进行精确的分析,有着很好的时域局部分析特性,非常适合信号野值的定位及分析。

## 3 奇异性检测原理

通常情况下,信号奇异性分为两种情况:一种是信号在某一个时刻内,其幅值发生突变,引起信号的非连续,幅值的突变处是第一种类型的间断点;另一种是信号外观上很光滑,幅值没有突变,但是信号的

一阶微分有突变产生,且一阶微分是不连续的,称为第二类型的间断点。

通常,用李普西兹指数<sup>[6]</sup>(Lipschitz)来描述函数的局部奇异性。

设  $n$  是一非负整数,  $n < \alpha \leq n+1$ , 如果存在两个常数  $B, h_0 > 0$ , 及  $n$  次多项式  $P_n(h)$ , 使得对任意的  $h < h_0$ , 均有:  $|f(x_0+h) - P_n(h)| \leq B|h|^\alpha$ , 则称  $f(x)$  在点  $x_0$  为 Lipschitz  $\alpha$ 。如果上式对所有  $x_0 \in (a, b)$  均成立, 且  $x_0+h \in (a, b)$ , 则称  $f(x)$  在  $(a, b)$  上是一致 Lipschitz  $\alpha$ 。显然,  $f(x)$  在  $x_0$  点的 Lipschitz  $\alpha$  刻画了函数在该点的正则性, 称为函数  $f(x)$  在  $x_0$  点是 Lipschitz  $\alpha$ 。Lipschitz  $\alpha$  指数越大, 则函数越光滑; 函数在一点连续、可微, 则在该点的 Lipschitz  $\alpha$  指数为 1; 函数在一点可导, 而导数有界但不连续时, Lipschitz  $\alpha$  指数还是为 1; 如果  $f(x)$  在  $x_0$  的 Lipschitz  $\alpha < 1$ , 则称函数在  $x_0$  点是奇异的。一个在  $x_0$  不连续但有界的函数, 该点的  $x_0$  指数为 0。

#### 4 奇异值分解算法降噪

前面介绍了奇异值分解算法的基本知识, 现在我们把它运用到具体的信号处理<sup>[7]</sup>上。设接收到的数据信号序列为  $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , 且有  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{S^*} + \mathbf{A}_w$ , 其中序列  $\mathbf{A}_{S^*}$  是原始信号真值序列构造的 Hankel 矩阵,  $\mathbf{A}_w$  表示由均值为零、方差为  $\delta^2$  的噪声序列构成的 Hankel 矩阵(但是对于均值不为零的数据信号序列, 必须先进行零均值化处理)。先构造  $N \times m$  阶矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_m \\ S_2 & S_3 & \cdots & S_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_N & S_{N+1} & \cdots & S_n \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (3)$$

式中,  $m = [(n+1)/2]$  的最大整数;  $N = n+1-m$ 。再对  $\mathbf{A}$  进行奇异值分解  $\mathbf{A} = \mathbf{U} * \mathbf{S} * \mathbf{V}'$ , 其中:  $\mathbf{U}$  是  $N \times N$  矩阵,  $\mathbf{V}$  是  $m \times m$  矩阵, 且都是正交矩阵。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \prod_{r \times r} & 0_{r \times (m-r)} \\ 0_{(N-r) \times r} & 0_{(N-r) \times (m-r)} \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (4)$$

式中,  $\prod_{r \times r} = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r)$ , 且  $\delta_i (i = 1, 2, \dots, r)$  是矩阵  $\mathbf{A}$  分解的奇异值<sup>[8]</sup>, 且  $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \dots \geq \delta_r > 0$ ;  $r \leq \min(N, m)$  是矩阵  $\mathbf{A}$  的秩。

但是数据信号序列发生了突变性, 有了野值的存在, 使得噪声序列  $w_A$  是列满秩矩阵, 同样的, 含有噪声信号的数据序列也必定是列满秩矩阵, 即  $r = m$ 。通常采用归一化的奇异值来选择正整数  $k$  的值, 从而将  $r-k$  个奇异值置零, 即保留矩阵  $\mathbf{A}$  的前  $k$  个奇异值, 其余的奇异值置零, 可得

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} \prod_{k \times k} & 0_{k \times (m-k)} \\ 0_{(N-k) \times k} & 0_{(N-k) \times (m-k)} \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (5)$$

式中,  $\prod_{k \times k} = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k)$ 。这样是为了将已知序列中能量较少的部分给滤除。再将得到的对角矩阵进行重构, 得到

$$\mathbf{A}' = \mathbf{U} * \mathbf{S}' * \mathbf{V}' = \begin{bmatrix} S'_1 & S'_2 & \cdots & S'_m \\ S'_2 & S'_3 & \cdots & S'_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S'_N & S'_{N+1} & \cdots & S'_n \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (6)$$

对  $\mathbf{A}'$  中的元素求平均值, 就可以得到奇异值分解的输出序列, 此时的  $\mathbf{A}'$  序列就是去噪后的光滑序列。

这里采用的是记录仪记录的一小段数据信号序列。

图 1 是截取的一段含有噪声的数据信号序列, 图 2 是奇异值分解降噪后的信号序列。

从图 1 和图 2 中可以看出, 运用本文的奇异值分解算法降噪的效果明显, 并且不会使信号序列发生突变, 保持了信号的一致性。

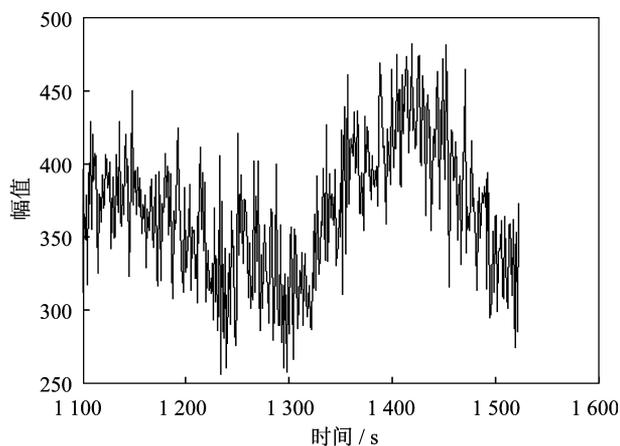


图1 含有噪声的原始信号  
Fig. 1 Original signal with noise

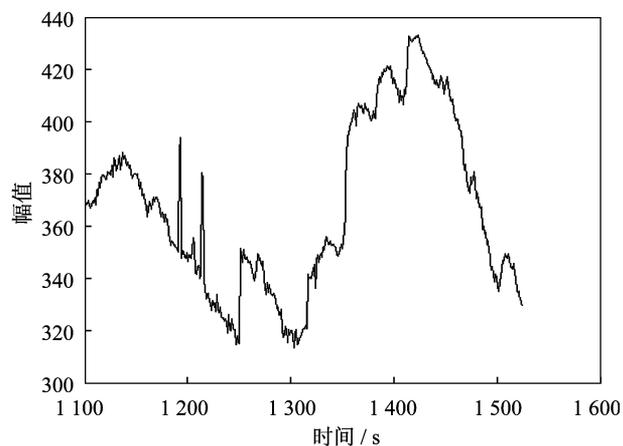


图2 运用奇异值分解滤波后的信号  
Fig. 2 The signal after filtering using the singular value decomposition

## 5 小波分析奇异点检测

利用小波分析局部奇异性时,小波系数取决于  $f(x)$  在  $x_0$  的邻域内的特性及小波变换所选取的尺度。

局部奇异性:设  $f(t) \in L^2(R)$ , 如果  $f(x)$  对  $\forall t \in \delta t_0$ , 小波  $\psi(x)$  满足实可微连续, 并且有  $n$  阶消失矩 ( $n$  为正整数), 则有  $|Wf(s, t)| \leq Ks^\alpha$  (其中  $K$  为常数), 并称  $\alpha$  为  $t_0$  处的奇异性指数 (也称 Lipschitz 指数)。

从图3中可以看出, 直接对图1的原始飞行数据信号运用本文中的小波分析方法<sup>[9]</sup> (即小波的分解和重构), 虽然能够剔除野值, 但是信号序列的奇异点位置发生了明显的偏移。所以直接利用小波分析虽然能够剔除奇异点的存在, 但是容易受到噪声的影响。

李普西兹指数 (Lipschitz  $\alpha$ ) 和上文提到的小波分析局部奇异性可知, 小波分析中各分解尺度<sup>[10]</sup> 的检测结果是不一致的。若  $f(x)$  在  $x$  处的奇异性大于 0 (即  $\alpha > 0$ ), 则随着小波分解尺度  $a$  的增加, 其检测结果偏离奇异点的位置就越远, 且指示奇异点位置的脉冲宽度也变大。所以选择合适的小波基函数及分解层数对信号的野值检测是非常重要的。

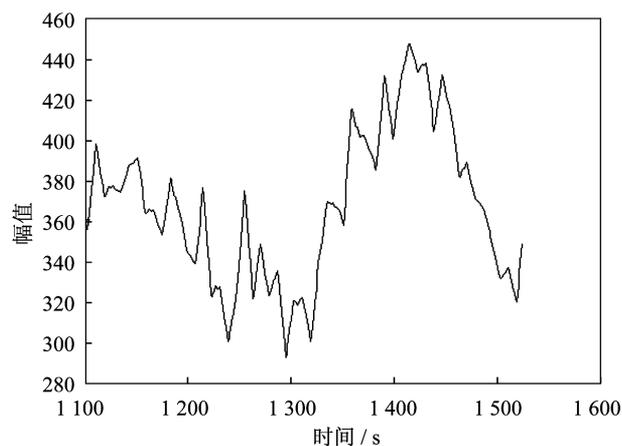


图3 剔除野值后的数据信号序列  
Fig. 3 The data signal sequence after eliminating outliers

## 6 实验分析

为了验证本文所提出方法的有效性, 以记录仪记录的某一次飞行数据为例进行研究。根据本文所提出的方法, 先对信号序列进行奇异值分解算法去噪分析。然而在动态系统中, 信号突变是非常快的, 所以根据信号变化的快慢, 选择适当的分解尺度, 应用小波分析良好的局部分析能力, 可以很方便地解决去噪后信号异常值 (野值) 的检测问题。

本文给出的数据信号是基于白噪声并含有奇异点 (野值) 的序列。理想的白噪声是一种功率谱密度在整个频域内均匀分布的随机信号。为了使大家能够清晰的看出奇异值在信号序列中的位置, 只是截取了其中的一小段数据信号序列进行仿真实验。如图1所示, 可以看出信号的奇异点发生在  $t=1190$  s,  $t=1215$  s 时刻。

利用本文提出的方法,先对数据信号序列进行奇异值分解技术消噪处理,所得的消噪效果如图 4 的下面一条黑色曲线所示。该图显示了处理后的数据信号序列明显消除了噪声,并且消噪后的波形保持了原来的形状,并且突出了原信号的奇异性。接下来再利用小波分析方法中的基于小波分解与重构方法,对信号的奇异性进行检测。而信号突变内容包括:突变点的时机,突变点的类型和振幅的情况。信号序列进行小波分析后在不同尺度上的综合表现来反映信号的突变性。其中对消噪后的信号序列(图 4 中的黑色曲线)进行小波分解和重构所选择的合适的小波基函数<sup>[1]</sup>为 db3,分解层数为 5 层,并在重构信号时将分解的第一层、第二层、第三层细节信号置为零,就可以得到消除野值后的信号,如图 4 的上面一条黑色曲线所示。消噪后的信号经过小波分析就可以得到消除奇异点(野值)的信号序列。

图 4 中,下面一条曲线是经过奇异值分解降噪后的信号序列;上面一条曲线是经过小波分析剔除野值的信号序列,而且为了观察的方便使信号序列向上平移了 50 个单位。

从整个仿真的过程来看,对于记录仪中的数据信号序列,本文所提出的方法可以在有效消除噪声的同时,保持了数据信号序列的奇异性,并没有发生野值的偏移,并且在消噪后可以准确地剔除野值。

## 7 结 论

在对无人机记录仪记录的数据进行研究的过程中,发现记录的数据信号序列中的奇异点(野值)包含了很多非常有用的信息,而这些含有野值的信号通常都夹杂着噪声,所以直接使用小波分析无法检测野值的存在。针对这种情况,提出了一种使奇异值分解算法和小波分析相结合的方法来检测在噪声影响下野值的存在,利用奇异值分解算法可以有效地消除数据信号序列噪声,获得较高的信噪比,改善数据质量。而小波分析作为一种现代信号处理的方法,具有多尺度分析和良好的时频局部化特性,可以准确地捕捉野值信号的特征,对其进行精确的分析定位。所以,本文提出的方法实现简单,仿真结果显示,记录数据处理的效果可靠。

## 参考文献:

- [1] 马捷中,郭阳明,陆艳洪,等.飞行数据管理系统的数据采集技术实现[J].计算机工程与设计,2006,27(13):2469-2471.
- [2] 朱希安,金声震,宁书年,等.小波分析的应用现状及展望[J].煤田地质与勘探,2003,31(2):51-55.
- [3] TUFTS D W, KURNARESAM R, KIRSTEINS I. Data adaptive signal estimation by singular value decomposition of a data matrix [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1982, 70(6): 684-685.
- [4] 张 峰,梁 军,张 利,等.奇异值分解理论和小波变换结合的行波信号奇异点检测[J].电力系统自动化,2008,32(20):57-60.
- [5] 付 炜,许山川.一种改进的小波域去噪算法[J].光学仪器,2006,28(1):24-28.
- [6] 陈章位,路雨祥.信号奇异性检测理论及其应用[J].振动工程学报,1997,10(2):147-155.
- [7] 何庆飞,姚春江,陈桂明,等.基于奇异值分解和小波包分析的液压泵振动信号特征提取方法[J].数据采集及处理,2012,27(2):241-247.
- [8] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [9] 赵 兵,倪世宏.一种基于小波分析的飞行数据预处理方法[J].弹箭与制导学报,2001,25(3):457-459.
- [10] 赵学智,叶邦彦.基于二分递推 SVD 的信号奇异性位置精确检测[J].电子学报,2012,40(1):53-59.
- [11] 郑 华,石 岩,汪 洁,等. DNA 测序电泳荧光信号的小波去噪分析[J].光学仪器,2007,29(2):17-21.

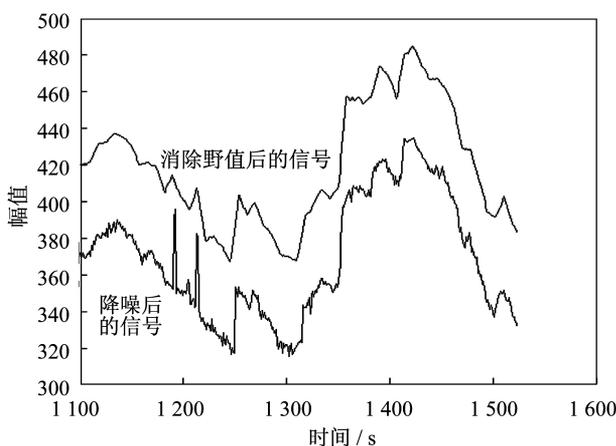


图 4 奇异值分解消噪后的信号序列及消除野值后的信号序列  
Fig. 4 The signal sequence after using singular value decomposition denoising and the signal sequence after eliminating the outliers