

文章编号: 0258-7025(2008)02-0254-05

# 光谱相位相干技术测量飞秒脉冲的倍频误差

郑留念 朱健强

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要** 从理论上推导了第 II 类相位匹配下宽带飞秒脉冲的二次谐波光场, 分析输入飞秒脉冲的非共线相位匹配方式、脉冲带宽引起相位失配与群速失配对测量的影响。结果表明, 为了消除飞秒脉冲的带宽影响, 需要对测量记录的光强乘以一个调制因子; 测量相位误差与非共线相位匹配的夹角和晶体长度成正比; 相位失配与群速失配产生相位测量误差, 且第 II 类相位匹配方式下脉冲附加相位值较大; 强度和相位误差需要在脉冲重建结果中补偿。

**关键词** 超快光学; 超短脉冲测量; 群速失配; 相位误差; 二次谐波; 光谱相位相干直接电场重建法

中图分类号 O 433.5<sup>+</sup>4; O 437.1 文献标识码 A

## Second-Harmonic Generation Errors in Characterizing Ultrashort Pulses with Spectral Phase Interferometry for Direct Electrical Reconstruction

Zheng Liunian Zhu Jiangqiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

**Abstract** With type II phase matching, a detailed description of second-harmonic generation (SHG) for ultrabroad-band pulse was presented. The phase errors induced by noncollinear phase matching, phase mismatch and group-velocity mismatch for ultrabroad-band pulse were analyzed. The results show that it is necessary to multiply a modulation function for the recorded interferometric intensity to avoid the effect of pulses bandwidth. The phase error generated by bandwidth is proportional to the nonlinear crystal length and the beams intersect angle. The phase error generated by phase mismatch and group-velocity mismatch is relatively large with type II phase matching. The intensity and phase errors in the reconstructed pulses should be compensated.

**Key words** ultrafast optics; ultrashort pulse measurement; group-velocity mismatch; phase error; second-harmonic; spectral phase interferometry for direct electrical reconstruction

### 1 引言

近 20 年来, 超短脉冲激光技术取得了显著进步, 可以产生宽度 5 fs 甚至靠近单周期的激光脉冲<sup>[1,2]</sup>。同时, 超短脉冲的产生和应用都需要方便的、高精度的测量装置。目前, 能够测量脉冲宽度和相位的主流测量装置有: 频率分辨光学快门法 (FROG)<sup>[3]</sup> 和光谱相位相干直接电场重建法 (SPIDER)<sup>[4]</sup>。与频率分辨光学快门法相比, 光谱相位相干直接电场重建法只需要一维地记录数据, 不需要迭代程序就可重建脉冲的相位, 因而可以实时测量, 且在某些脉冲宽度上具有更高的精度<sup>[5]</sup>。此外, 光谱相位相干直接电场重建法可以测量从振荡器直接产生或者经过放大的脉冲<sup>[6,7]</sup>。

光谱相位相干直接电场重建法测量仪器从 1998 年问世以来, 国外对仪器的使用比如准直<sup>[8]</sup>、实时监测<sup>[9]</sup>等方面做了大量研究。光谱相位相干直接电场重建法目前可以测量的最短脉冲宽度为 3.4 fs<sup>[10]</sup>, 如此短的脉冲宽度已经超出了单色光倍频的理想状况, 需要新的分析方法讨论晶体二次谐波产生 (SHG) 的过程。本文推导了相位相干测量在第 II 类相位匹配下晶体的倍频过程, 讨论了非共线相位匹配方式、脉冲之间的群速失配对测量的影响。

### 2 光谱相位相干直接电场重建法的基本原理

光谱相位相干直接电场重建法基于光束干涉的

收稿日期: 2007-04-16; 收到修改稿日期: 2007-08-24

作者简介: 郑留念 (1981—), 男, 重庆人, 硕士, 主要从事精密机械设计 & 超短激光脉冲参数测试技术的研究。

E-mail: zln21c@163.com

方法测量飞秒脉冲<sup>[11]</sup>,图 1 为该装置基本结构,色散展宽装置选用光栅或色散玻璃,分光采用迈克耳孙干涉仪或者标准具。两个脉冲除了时间延迟以外是完全相同的,与展宽脉冲的两个准单色频率成分倍频上转换。转换后的两束二次谐波脉冲之间有频率剪切,产生干涉图并抽变为基频的表达式为

$$D(\omega) = |E(\omega)|^2 + |E(\omega + \Delta\Omega)|^2 + 2|E(\omega)E(\omega + \Delta\Omega)| \cos[\phi(\omega + \Delta\Omega) - \phi(\omega) + \omega\tau], \quad (1)$$

式中  $D(\omega)$  为基频脉冲干涉电场,  $E(\omega)$  和  $E(\omega + \Delta\Omega)$  为输入光谱的频率表达式,  $\omega$  和  $\Delta\Omega$  分别为光谱频率和其剪切频率,  $\tau$  为两束脉冲延时,  $\phi$  为脉冲相位。把(1)式的强度信息导入反算程序中,通过傅里叶变换、高斯滤波函数滤波以及再一次反傅里叶变换,取幅角就得到相位差  $\phi(\omega + \Delta\Omega) - \phi(\omega) + \omega\tau$ , 减去线性项  $\omega\tau$  就得到输入脉冲的相位差,通过相位串接,就可以得到入射脉冲的相位。

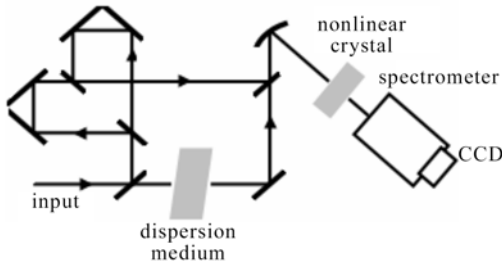


图 1 光谱相位相干直接电场重建法测量装置

Fig. 1 SPIDER measurement apparatus

### 3 二次谐波的产生

单色脉冲或者准单色脉冲的倍频理论已经成熟,对于飞秒脉冲特别是可以应用到单周期超短脉冲的宽带倍频理论虽已有分析<sup>[12]</sup>,但并不适合所有的情况。在常用的第 II 类相位匹配下,本文将分析光谱相位相干技术非共线相位匹配的宽带二次谐波产生理论,该理论同样适用单周期飞秒脉冲的测量。

对于产生的二次谐波光场,假设非线性晶体没有能量吸收,这种假设适合任何脉宽的飞秒脉冲;同时假设倍频效率足够低,因此基频光的损耗可以忽略不计。假设进入晶体倍频的脉冲可以看作平面波,这样只需要分析脉冲前进方向上的作用。实际测量中,由于脉冲存在一定的发散和光斑直径,需要用透镜或者凹面镜将脉冲会聚到晶体中,也就是说实际采用的是非共线相位匹配方式。因此,可以考虑作用的几何模型如图 2 所示。非共线相位匹配晶体倍频过程,脉冲的展宽主要是由于群速失配<sup>[13]</sup>,

晶体厚度产生的色散展宽相对群速失配可以忽略不计。根据非线性光学的波动方程,  $z$  方向传播的基频脉冲和二次谐波光场时域表达式为

$$E_1(z, t) = \zeta_1[z, t - \dot{k}_1(\omega)z] \times \exp\{-i[\omega t - k_1(\omega)z]\}, \\ E_s(z, t) = \zeta_s[z, t - \dot{k}_s(\Omega)z] \times \exp\{-i[\Omega t - k_s(\Omega)z]\}, \quad (2)$$

式中  $E_1$  和  $E_s$  为脉冲光电场,  $\zeta_1$  和  $\zeta_s$  为光电场复振幅,  $\omega$  和  $\Omega$  为基频脉冲和谐波的频率,  $k_1$  和  $k_s$  为基频与二次谐波波矢大小,  $\dot{k}_1 = \partial k_1 / \partial \omega$  和  $\dot{k}_s = \partial k_s / \partial \Omega$  为群速的倒数。由麦克斯韦方程出发,可以导出非磁、均匀介质中二次谐波的波动方程为<sup>[14]</sup>

$$\frac{\partial \zeta_s(z, t)}{\partial z} = -\frac{ic\mu_0\Omega}{2n_s(\Omega)} P^{(2)}(z, t) \exp[i(\Omega t - k_s z)], \quad (3)$$

式中  $c$  为真空中的光速,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $P^{(2)}$  为非线性极化强度,  $n_s(\Omega)$  为二次谐波在晶体中的折射系数。

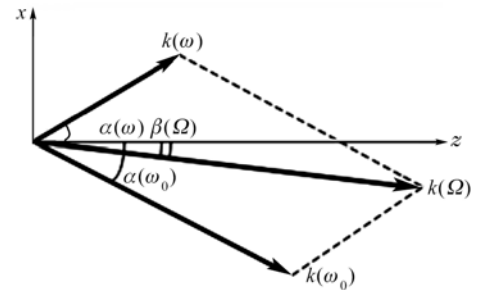


图 2 三波波矢的非共线相位匹配

Fig. 2 Noncollinear phase matching for three wavevectors

为了获得光场的表达式,需要计算二阶极化强度  $P^{(2)}$ 。图 2 中假设光场非共线进入晶体  $xz$  平面,形成极小的角度为  $2\alpha_0$ 。两个平面波基频脉冲离轴分量可以通过图 2 获得,其光场频率域表示为

$$\tilde{E}_1'(\omega) = \tilde{E}_1(\omega) \exp(-i\omega\alpha_0 z/c), \\ \tilde{E}_1''(\omega_0) = \tilde{E}_1(\omega_0) \exp(i\omega_0\alpha_0 z/c), \quad (4)$$

式中  $\tilde{E}_1(\omega)$  为  $E_1(z, t)$  的频域表示,  $\omega$  和  $\omega_0$  为基频脉冲频率及其准单色成分频率。在光谱相位相干直接电场重建法相位相干测量中,二次谐波的产生由一束准单色的基频光和另一束具有一定带宽的基频脉冲产生,因此可以获得频域二阶极化强度为

$$\tilde{P}^{(2)}(z, \Omega) = \epsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)}(\Omega, \omega, \omega_0) \tilde{E}_1'(\omega) \tilde{E}_1''(\omega_0) = \\ \epsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)}(\Omega, \omega, \omega_0) \tilde{\zeta}_1(\omega) \tilde{\zeta}_1(\omega_0) \times \\ \exp\{-i[\omega \dot{k}_z(\omega) + \omega_0 \dot{k}_z(\omega_0)]z\} \times \\ \exp[i(\omega_0 - \omega)\alpha_0 z/c] \times \\ \exp\{i[k_z(\omega)z + k_z(\omega_0)z]\}, \quad (5)$$

式中下标  $z$  代表传播方向,  $\tilde{\zeta}_1$  为光场复振幅的频率表达式,  $\tilde{\chi}^{(2)}(\Omega, \omega, \omega_0)$  为非线性极化率。将(2)和(3)式进行傅里叶变换并把(5)式代入积分后可以求出二次谐波光场

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_s(L, \Omega) = & -\frac{i\Omega^2 L}{2c^2 k(\Omega)} \tilde{\chi}^{(2)}(\Omega, \omega, \omega_0) \times \\ & \tilde{\zeta}_1(\omega) \tilde{\zeta}_1(\omega_0) \exp(i\sigma L/2) \times \\ & \exp\{i[\Delta k(\omega, \omega_0)L/2 + \Omega v_1 + \omega_0 v_2]L/2\} \times \\ & \text{sinc}\{[\Delta k(\omega, \omega_0) + \Omega v_1 + \omega_0 v_2 + \sigma]L/2\}, \quad (6) \end{aligned}$$

式中  $L$  为非线性晶体厚度,  $\sigma = (\omega_0 - \omega) \alpha_0 / c$ ,  $v_1 = \dot{k}_s^e - \dot{k}_1^0$  为二次谐波和基频脉冲之间的群速失配,  $v_2 = \dot{k}_1^0 - \dot{k}_1^e$  为基频脉冲之间的群速失配,  $\Delta k(\omega, \omega_0)$  为脉冲倍频时中心波长的相位失配, 上标  $o, e$  代表脉冲偏振方向(下同)。对于第 II 类相位匹配, 失配量为

$$\begin{aligned} \Delta k(\omega, \omega_0) = & k^o(\omega) \cos[\alpha_0 n^o(\omega)] + \\ & k^e(\omega_0) \cos[\alpha_0 n^e(\omega_0)] - \\ & k_e(\Omega) \cos[\beta(\omega, \omega_0)] \approx \\ & k^o(\omega) + k^e(\omega_0) - k^e(\Omega). \quad (7) \end{aligned}$$

宽带脉冲采用单频成分叠加的模型, 已经获得光谱相位相干测量非线性晶体产生的二次谐波光场。根据相位相干测量的原理, 可以看到, 由于基频光采用一束准单色光, 可以降低基频光和二次谐波的群速失配, 且宽带脉冲倍频的光场相比普通飞秒脉冲更加简单。对于非共线相位匹配产生的延迟拖尾效应, 已有文献叙述<sup>[15]</sup>, 这里可以采用同样的分析, 而且可以看到拖尾效应对脉宽的影响可以忽略不计。

#### 4 带宽对光谱相位相干测量的影响

下面从得到的二次谐波光场出发分析相关参数对光谱相位相干测量的影响。从(6)式可以看出影响的几个参数, 但是这些量的变化并不能明显得到, 为此需要作近似处理。对于经典的非谐振振荡模型, 可以从折射系数估计非线性极化率

$$\tilde{\chi}^{(2)}(\Omega, \omega, \omega_0) \propto \tilde{\chi}^{(1)}(\Omega) \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \tilde{\chi}^{(1)}(\omega_0), \quad (8)$$

式中  $\tilde{\chi}^{(1)}(\Omega) = n^2(\Omega) - 1$ , 简化(6)式得到

$$\tilde{\zeta}_s(\Omega) \propto F(\Omega) \tilde{\zeta}_1(\omega), \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} F(\Omega) = & \frac{i\Omega L \tilde{\zeta}_1(\omega_0)}{2n_e(\Omega)c} \times \\ & [n_e^2(\Omega) - 1][n_e^2(\omega) - 1][n_e^2(\omega_0) - 1] \times \\ & \exp\{i[\Delta k(\omega, \omega_0)L/2 + \Omega v_1 + \omega_0 v_2]L/2\} \times \\ & \exp(i\sigma L/2) \text{sinc}\{[\Delta k(\omega, \omega_0) + \Omega v_1 + \omega_0 v_2 + \sigma]L/2\}, \quad (10) \end{aligned}$$

式中折射率  $n$  的下标表示不同偏振的脉冲, sinc 函数为  $\text{sinc}(x) = \sin x / x$ ,  $x$  为变量。根据前述的光谱相位相干直接电场重建法相位干涉测量原理, 频率剪切值远小于光束频率, 重建相位时倍频光干涉强度的交流成分抽变为基频光的表达式为

$$D^{(+ac)}(\omega) \propto |F(\Omega)|^2 \cdot |\tilde{\zeta}_1(\omega) \tilde{\zeta}_1(\omega - \Delta\Omega)| \times \exp\{-i[\Delta\phi + \phi_\omega(\omega) - \phi_\omega(\omega - \Delta\Omega)]\}, \quad (11)$$

式中  $D^{(+ac)}(\omega)$  为干涉强度交流成分,  $\Delta\phi$  为附加相位差,  $\phi_\omega(\omega)$  为基频脉冲的相位。从(11)式中可以看出, 二次谐波干涉图抽变为基频后给光场带来强度和相位的影响, 下面采用 BBO 晶体为例进行分析。

##### 4.1 强度调制函数影响分析

飞秒脉冲带宽使倍频脉冲的强度和入射基频脉冲的强度不是恒定比值关系, (10)和(11)式显示, 两者光场的联系为因子  $F(\Omega)$ 。定义  $|F(\Omega)|^2$  为光场强度调制函数, 调制函数随脉冲频率的不同而发生变化, 如图 3 所示。相位相干测量基频光束强度时, 需将具有延迟的脉冲的其中一束和展宽脉冲倍频, 通过记录一束二次谐波强度获取基频脉冲的强度。可见, 为了准确获取基频脉冲的强度, 需将二次谐波强度乘以因子  $1/|F(\Omega)|^2$ 。结果显示 sinc 函数中群速影响很显著, 为了避免 sinc 函数对频率的滤波作用, 需要选择合适的晶体厚度。

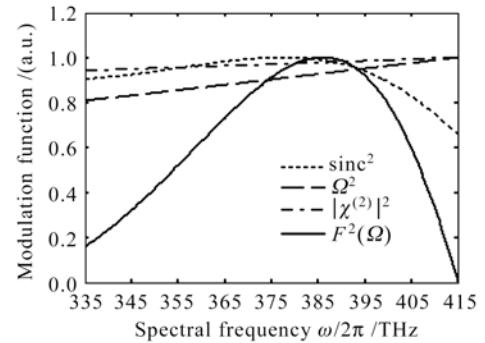


图 3 二次谐波调制函数

Fig. 3 Modulation function of second harmonic

##### 4.2 相位误差分析

宽带飞秒脉冲非共线相位匹配, 使二次谐波光场增加随频率变化的附加相位。通过(10)式, 可以准确计算不同原因产生的附加相位差的值, 将其写成交叉角度产生的附加相位差  $\Delta\phi_1(\omega)$  和群速失配产生的附加相位差  $\Delta\phi_2(\omega)$  两部分

$$\Delta\phi(\omega) = \Delta\phi_1(\omega) + \Delta\phi_2(\omega). \quad (12)$$

###### 4.2.1 非共线相位匹配

在实际测量过程中, 采用透镜或凹面镜将使会聚于非线性晶体的基频光产生小的交叉角度  $2\alpha_0$ 。

从(10)式得出交叉角度产生的附加相位差

$$\Delta\varphi_1(\omega) = \Delta\Omega L\alpha_0/c, \quad (13)$$

采用相位均方根误差(RMS)评价各参量变化对相位的影响<sup>[16]</sup>。图4为脉冲宽度20 fs, 光谱剪切值 $2\pi \times 1$  THz时不同晶体厚度和光束交叉角对测量相位误差的影响。可见脉冲相位误差正比于非线性晶体长度、非共线相位匹配光束交叉角, 实际测量中应尽可能采用共线相位匹配和薄的非线性晶体。

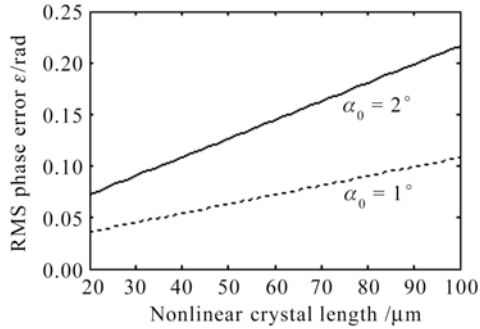


图4 非线性晶体厚度对相位均方根误差的影响

Fig. 4 Root-mean-square (RMS) phase error versus nonlinear crystal length

#### 4.2.2 群速失配和相位失配

相位相干测量常用BBO晶体第Ⅱ类相位匹配, 此时准单色脉冲的单色性更好。但飞秒脉冲具有很大带宽, 中心频率以外存在相位失配。在晶体中二次谐波与基频光、基频寻常光和非常光之间都存在群速失配。考虑测量飞秒脉冲的倍频滤波效应, 下面计算中采用第Ⅱ类BBO晶体的长度为 $100 \mu\text{m}$ , 且假设相位匹配为理想的共线匹配方式。根据二次谐波光场可以得出群速失配产生的附加相位差

$$\Delta\varphi_2(\omega) = [(\dot{k}_\omega^\circ - \dot{k}_{\omega-\Delta\Omega}^\circ)\Omega + (\dot{k}_{\omega-\Delta\Omega}^\circ - \dot{k}_{\omega_0+\Delta\Omega}^c)(\omega_0 + \Delta\Omega) - (\dot{k}_\omega^\circ - \dot{k}_{\omega_0}^c)\omega_0]L/2, \quad (14)$$

计算其不同群速失配成分的附加相位大小如图5所示。可以看出, 在满足中心波长的相位匹配晶体中, 二次谐波和基频脉冲之间的群速失配影响(曲线a)大于基频脉冲之间的群速影响(曲线b)。

为了分析光谱相位相干测量相位失配中群速失配的影响程度, 也直接得出相位失配造成的附加相位差

$$\Delta\varphi_2'(\omega) = \Delta\Omega[n_c(\omega) - n_o(\omega_0)]L/2c, \quad (15)$$

群速失配项为相位失配以中心频率展开的第二项, 在满足中心频率相位匹配的情况下, 两者大小相近, 脉冲之间的群速失配在相位失配中起主要作用, 计算分析如图6所示, 理论计算数据和实验结果趋势

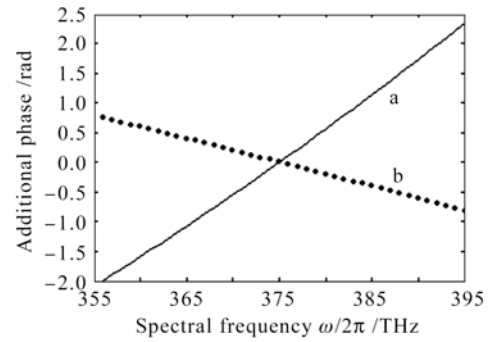


图5 不同群速失配成分的附加相位

Fig. 5 Additional phase for different group mismatching components

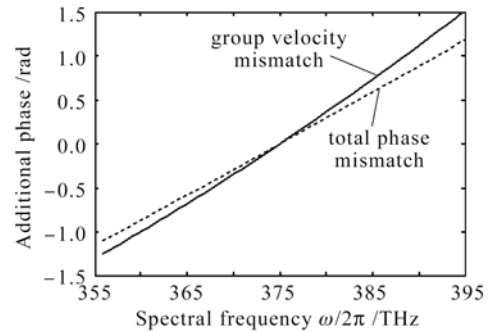


图6 第Ⅱ类匹配方式的附加相位

Fig. 6 Additional phase of type II crystal 是一致的<sup>[17]</sup>。

相位失配展开第一项即满足中心频率的相位匹配。在相位相干测量中, 由于三个脉冲的时间延迟控制精度不够, 可能会造成两个近似的单色成分不是脉冲的中心频率, 单个谐波脉冲产生的附加相位会很大。两个谐波频率剪切后, 该失配量产生的相位误差远小于群速的影响, 因而可以忽略不计。

此外, 相位相干测量采用第Ⅰ类相位匹配的晶体在实验中操作方便, 已有实验结果报道<sup>[18]</sup>。图7计算了采用第Ⅰ类相位匹配下测量产生的附加相位。可以看出采用第Ⅰ类相位匹配方式的附加相位会大幅度减少, 其原因是倍频的基频光偏振方向相同, 三波之间群速失配减少。

相位相干测量中最重要的参数就是光谱剪切频率。频率剪切值选取时需要考虑脉冲的宽度, 剪切值太大会受到尼奎斯特(Nyquist)取样限制, 值太小会使光谱相位差不能区分。从群速和相位匹配角度可以看到频率剪切值对相位精度影响很小(图8)。剪切频率在 $2\pi \times 0.2 \sim 2\pi \times 2$  THz之间, 随着剪切频率的变大, 误差近似线性变化, 均方根相位误差变化的幅度不到2%, 这说明相位相干测量具有相当高的稳定性。

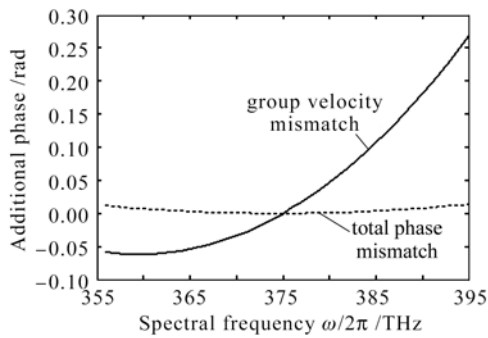


图 7 第 I 类匹配方式的附加相位

Fig. 7 Additional phase of type I matching crystal

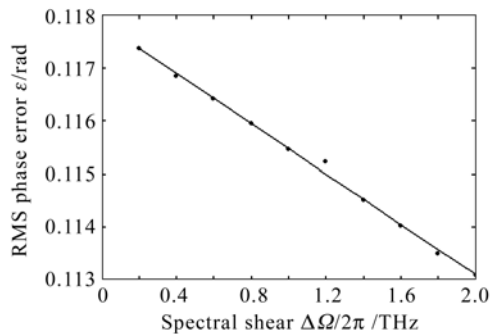


图 8 不同剪切频率下的均方根相位误差

Fig. 8 RMS phase error versus different shear frequencies

## 5 结 论

从理论上详细研究了二次谐波产生对相位相干测量技术的影响。对应用相位相干测量的倍频理论进行了推导,获得单轴晶体第 II 类相位匹配下宽带飞秒脉冲的二次谐波光场。从二次谐波光场出发获得了谐波光场到基频光场的强度调制函数;宽带超短脉冲经非线性晶体倍频后,由于非共线相位匹配和群速不同将产生附加相位校准误差。在测量后的波形重建程序中需要对仪器本身的误差进行补偿。本文通过相位相干测量的二次谐波理论证明了该方法测量超短脉冲的优点,即通过频率剪切的方式降低测量误差,第 I 类相位匹配可以更明显地看出。同时,应用本文结论可以设计更高精度的仪器并获得更准确的实验结果。

## 参 考 文 献

- 1 Thomas R. Schibli, Onur Kuzucu, Jung-Won Kim *et al.*, Toward single-cycle laser systems [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2003, **9**(4):990~1001
- 2 G. Steimeyer, D. H. Sutter, L. Gallmann *et al.*, Frontiers in ultrashort pulse generation: pushing the limits in linear and nonlinear optics [J]. *Science*, 1999, **286**(5444):1507~1512
- 3 Daniel J. Kane, Rick Trebino. Single-shot measurement of the intensity and phase of an arbitrary ultrashort pulse by using frequency-resolved optical gating [J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(10):823~825
- 4 C. Iaconis, I. A. Walmsley. Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(10):792~794
- 5 S. Yermenko, A. Baltuska, M. S. Pshenichnikov *et al.*, Phase-amplitude retrieval: SHG FROG vs. SPIDER [C]. *Laser and Electro-Optics (CLEO)*, 2000, 476~477
- 6 C. Dorrer, B. de Beauvoir, C. Le Blanc *et al.*, Characterization of chirped-pulse amplification systems with spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction [J]. *Appl. Phys. B*, 2000, **70**(Suppl.):s77~s84
- 7 L. Gallman, D. H. Sutter, N. Matuschek *et al.*, Characterization of sub 6-fs optical pulses with spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(18):1314~1316
- 8 Christophe Dorrer. Influence of the calibration of the detector on spectral interferometry [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16**(7):1160~1168
- 9 Timothy M. Shuman, Matthew E. Anderson, Jake Bromage *et al.*, Real-time SPIDER: ultrashort pulse characterization at 20 Hz [J]. *Opt. Express*, 1999, **5**(6):134~143
- 10 Keisaku Yamane, Zhigang Zhang, Akira Suguro *et al.*, Characterization of 3.4-fs optical pulses generated in the monocycle region [C]. *Laser and Electro-Optics (CLEO)*, 2003, 3 CThPDA2
- 11 Chris Iaconis, Ian A. Walmsley. Self-referencing spectral interferometry for measuring ultrashort optical pulses [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1999, **35**(4):501~509
- 12 Andrius Baltuska, Maxim S. Pshenichnikov, Douwe A. Wiersma. Second-harmonic generation frequency-resolved optical gating in the single-cycle regime [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1999, **35**(4):459~478
- 13 Andrew M. Weiner. Effect of group velocity mismatch on the measurement of ultrashort optical pulses via second harmonic generation [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983, **QE-19**(8):1276~1283
- 14 Y. R. Shen. *The Principle of Nonlinear Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1987. 92~112  
沈元壤. *非线性光学原理* [M]. 北京:科学出版社, 1987. 92~112
- 15 Greg Taft, Andy Rundquist, Margaret M. Murnane *et al.*, Measurement of 10-fs laser pulses [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 1996, **2**(3):575~585
- 16 Christophe Dorrer, Ian A. Walmsley. Accuracy criterion for ultrashort pulse characterization techniques [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2002, **19**(5):1019~1028
- 17 G. Stibenz, C. Poppers, CH. Lienau *et al.*, Advanced methods for the characterization of few-cycle light pulses; a comparison [J]. *Appl. Phys. B*, 2006, **83**:511~519
- 18 Wu Zubin, Wang Ying, Cao Shiyang *et al.*, Phase measurement of femtosecond laser pulses using improved spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction technique [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(1):21~25  
吴祖斌,王颖,曹士英等. 用改进的光谱相位相干直接电场重构法装置测量飞秒激光脉冲的相位 [J]. *中国激光*, 2006, **33**(1):21~25