

文章编号: 0253-2239(2008)10-1938-04

# 四区域法消除偏振棱镜缺陷对波片相位延迟测量的影响

缪洁 林强 张艳丽 张燕 杨朋千 朱健强

(中国科学院上海光学精密机械研究所 高功率激光物理联合实验室, 上海 201800)

**摘要** 在起偏器-待测波片-检偏器系统基础上提出一种四区域测量波片相位延迟量的方法。调整待测波片和检偏器的方位角, 获得相应的四组光强值, 通过线性运算得到待测波片的相位延迟量, 完全消除了起偏器和检偏器不完全消光带来的误差。由于测量系统中不存在标准波片或其他相位调制元件, 允许测量波长仅受偏振棱镜和探测器的限制, 因此四区域法可适用于很大波长范围内的波片测量。以  $\lambda/4$  波片为例, 理论分析了测量系统利用四区域测量法后的仪器误差为  $\sigma_\delta \leq \pm 3.49065 \times 10^{-3}$  rad (约  $0.2^\circ$ ), 精度比原算法提高约 1 个数量级。实验验证了四区域法能有效提高系统精度。

**关键词** 光学测量; 相位延迟; 四区域法; 波片; 元件缺陷

**中图分类号** O436.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082810.1938

## Four-Zone Method to Eliminate Influence of Polarizing Prism's Imperfections on Measurement of Phase Retardation of Wave Plates

Miao Jie Lin Qiang Zhang Yanli Zhang Yan Yang Pengqian Zhu Jianqiang

(Joint Laboratory on High Power Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

**Abstract** Four-zone method to measure the phase retardation of wave plate is put forward based on the polarizer-wave plate-analyzer system. Four sets of light intensity were collected by adjusting azimuth angles of measured wave plate and analyzer. The phase retardation of the wave plate is figured out with linear calculation. This method eliminates the error caused by polarizer and analyzer imperfections completely in phase retardation measurement. No standard wave plate or other phase modulation instruments are necessary in the system. The measured wavelength range is extended, because it is only related to polarizing prisms and detectors. With this measuring system, the instrument error  $\sigma_\delta$  is less than  $\pm 3.49065 \times 10^{-3}$  rad (about  $0.2^\circ$ ). The accuracy is increased by about one order of magnitude compared with other algorithms which is verified by experiments.

**Key words** optical measurement; phase retardation; four-zone method; wave plate; device imperfection

### 1 引 言

波片是基于晶体双折射性质的光学元件, 也称相位延迟器或推迟片, 它与偏光器件相配合, 可实现各种偏振调制、转换。在偏振光学精密测量技术中, 波片相位延迟量的误差对测量结果会产生极大的影响, 可以说作为补偿或调制元件的波片的精确标定已成为很多偏光测量仪器的瓶颈。常用的测量相位延迟量的方法有半阴法<sup>[1]</sup>、外差干涉法<sup>[2~4]</sup>、机械旋光调制法<sup>[5]</sup>、移相法<sup>[6]</sup>、光弹调制法<sup>[7]</sup>、时域分析

法<sup>[8]</sup>等等。这些方法在整个测量系统中利用了标准  $\lambda/4$  波片或者其他相位调制元件作为参考量或者调制量, 使整个测量系统存在两个方面的缺陷: 常见的波片都是针对某一特定波长的, 即使消色差复合波片<sup>[9,10]</sup> 也有很大的局限性; 标准  $\lambda/4$  波片或者其他相位调制元件本身的精度有限, 会使测量系统引入更大的误差。

近年来出现了一种仅使用两个偏振棱镜而得到测量结果的方法<sup>[11~13]</sup>, 省去了波片, 在一定程度上

收稿日期: 2008-01-22; 收到修改稿日期: 2008-05-05

作者简介: 缪洁(1982-), 女, 硕士研究生, 主要从事偏振光和偏振设备的测试和应用等方面的研究。

E-mail: miaojie@siom.ac.cn

导师简介: 朱健强(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光驱动器的研制工作。E-mail: jqzhu@mail.shcnc.ac.cn

提高了精度,也大大提高了波长的适用范围。但方位角的精确判定和光强测量的精度是难点问题。本文在起偏器-待测波片-检偏器系统的基础上,分析了仅有的两个偏振棱镜的缺陷对测量结果的影响,提出了一种四区域测量法,彻底消除了偏振棱镜不完全消光带来的误差。

## 2 起偏器-待测波片-检偏器系统

起偏器-待测波片-检偏器(PWA)系统<sup>[13]</sup>将待测波片置于起偏器和检偏器中间,通过测量两组光强得到待测波片的相位延迟量。

探测器得到的光的琼斯矩阵为

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = \mathbf{J}_A \mathbf{J}_W \mathbf{J}_P \mathbf{E}_{\text{in}}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{E}_{\text{in}}$ 、 $\mathbf{J}_P$ 、 $\mathbf{J}_W$ 、 $\mathbf{J}_A$  分别为入射光、起偏器、波片、检偏器的琼斯矩阵。

### 2.1 基本算法

以待测波片的光轴为  $x$  轴,  $\alpha$ 、 $\beta$  分别为起偏器、检偏器与待测波片光轴(即  $e$  轴)的夹角(见图 1),逆时针方向为正方向。不考虑光学元件材料对光的吸收和反射损失,输出光强为

$$I = A_1^2 (\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \phi), \quad (2)$$

式中  $A_1^2$  为经过起偏器后的光强,相位延迟  $\phi$  为

$$\phi = \arccos(2I_2/I_1 - 1), \quad (3)$$

式中  $I_1, I_2$  分别为  $\alpha = \beta = 0$  和  $\alpha = \pi/4, \beta = -\pi/4$  时测得的光强。

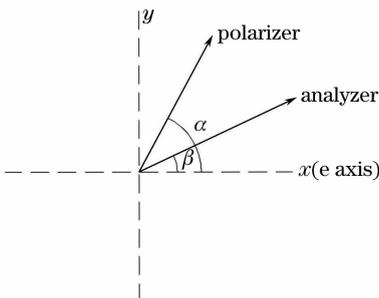


图 1 起偏器、检偏器与波片的方位角关系

Fig. 1 Azimuth angle relations of polarizer, analyzer and wave plate

### 2.2 偏振棱镜消光精度对测量系统的影响

起偏器和检偏器的琼斯矩阵可以表示为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{J}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

式中  $p, a$  均为含有相位信息的复数,即  $p = p_r + ip_i$ ,  $a = a_r + ia_i$ 。因此,偏振棱镜的消光比可以表示为:  $\epsilon_P = |p|^2, \epsilon_A = |a|^2$ 。通常,在分析消光精度时都假设偏振棱镜的消光误差为一实数。事实上,实际出射的两个偏振光之间由于存在光程差还会形成一定相位误差。由于系统测量的是波片的相位延迟量,偏振棱镜产生的相位误差也必须予以考虑,否则相位误差就会引入到最终测量结果上。

相位延迟  $\phi$  的误差传递函数可以表示为<sup>[15]</sup>

$$\Delta_\phi = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial I_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial I_2}\right)^2 \sigma_2^2}, \quad (5)$$

式中  $\sigma_1, \sigma_2$  分别为起偏器-待测波片-检偏器系统中  $I_1, I_2$  的测量误差。

对于理想  $\lambda/4$  波片,  $\phi = \pi/2$ , 考虑偏振棱镜的消光精度,则有

$$\alpha = 0, \beta = 0 \text{ 时,}$$

$$I_1 = 1 + |p|^2 |a|^2;$$

$$\alpha = \pi/4, \beta = -\pi/4 \text{ 时,}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (1 + |p|^2 + |a|^2 + |p|^2 |a|^2) + p_i (1 - |a|^2).$$

由观察可知,  $\sigma_2^2 \gg \sigma_1^2$ , 且计算可知  $\frac{\partial \phi}{\partial I_1} = \frac{\partial \phi}{\partial I_2}$ , 因此

$\Delta_\phi$  主要取决于  $\sigma_2^2$ , 并且  $\Delta_\phi \sim \sigma_2 > \frac{|p|^2 + |a|^2}{2} + p_i$ 。

可见,起偏器的相位误差直接影响到测量精度。

## 3 四区域法消除偏振棱镜消光精度的影响的方法

偏振棱镜引入的误差完全可通过简单的线性运算消除。设定四组起偏器、待测波片和检偏器的方位角,测量得到四个光强,能得到不受偏振棱镜消光比影响的测量结果,简称此方法为四区域法。

四区域法要求起偏器固定,如图 2,设定四个测量区域分别如下:

$$\text{I 区: } \alpha = \pi/4, \beta = -\pi/4$$

$$I_{\text{I}} = \frac{1}{2} (|p|^2 + |a|^2 - 1 - |p|^2 |a|^2) \cos \phi +$$

$$p_i (1 - |a|^2) \sin \phi +$$

$$\frac{1}{2} (1 + |p|^2 + |a|^2 + |p|^2 |a|^2);$$

$$\text{II 区: } \alpha = 0, \beta = -\pi/4$$

$$I_{\text{II}} = p_r (1 - |a|^2) \cos \phi + p_i (1 - |a|^2) \sin \phi +$$

$$\frac{1}{2} (1 + |p|^2 + |a|^2 + |p|^2 |a|^2);$$

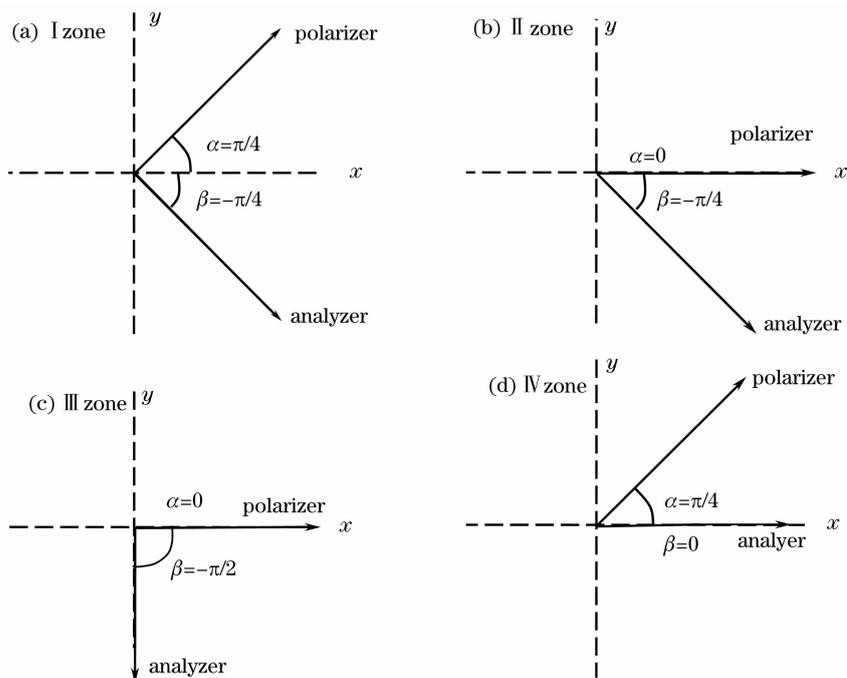


图 2 四区域的方位角示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the azimuth angles of four zones

Ⅲ区:  $\alpha=0, \beta=-\pi/2$

$$I_{\text{III}} = |p|^2 + |a|^2;$$

Ⅳ区:  $\alpha=\pi/4, \beta=0$

$$I_{\text{IV}} = \frac{1}{2}(1 + |p|^2 + |a|^2 + |p|^2|a|^2) + p_r(1 - |a|^2).$$

通过四个区域的光强测量,通过简单的线性运算就可消去  $p, a$ ,从而得到不受偏光镜影响的相位延迟量:

$$\phi = \arccos\left(\frac{I_{\text{II}} - I_{\text{I}}}{I_{\text{IV}} - I_{\text{III}}}\right). \quad (6)$$

## 4 四区域测量系统误差及分析

测量误差的来源主要有三个方面:测量仪器、测量条件和测量者<sup>[14]</sup>。

### 4.1 仪器误差

仪器误差主要来源于仪器的设计、算法、元器件自身的缺陷等。四区域测量系统的仪器误差,由于消除了偏振棱镜缺陷带来的误差,则主要受系统中方位角的准确度的影响,系统的测量仪器误差传递函数可以表示为

$$\sigma_{\phi} = \pm \sqrt{\sum \left(\frac{\partial F}{\partial I_x}\right)^2 \sigma_x^2}, \quad (7)$$

式中  $x$  为 I, II, III, IV。

对于标准  $\lambda/4$  波片,四区域法产生的仪器误差

$$\frac{\partial F}{\partial I_{\text{I}}} = -\frac{\partial F}{\partial I_{\text{II}}} = 2, \quad \frac{\partial F}{\partial I_{\text{III}}} = -\frac{\partial F}{\partial I_{\text{IV}}} = 0, \quad (8)$$

故 I 区光强误差:

$$\sigma_{\text{I}} = \pm \frac{A_1^2}{2} \sin(2\Delta\alpha) \sin(2\Delta\beta); \quad (9)$$

II 区光强误差:

$$\sigma_{\text{II}} = \pm \frac{A_1^2}{2} \cos(2\Delta\alpha) \sin(2\Delta\beta). \quad (10)$$

为了达到精确的方位角控制,可采用常见的 3600 线旋转编码器进行闭环反馈控制,因此确保方位角  $\alpha, \beta$  的误差  $\Delta\alpha$  和  $\Delta\beta$  控制在  $6'$  以内(利用细分电路,可达到更高精度)。当  $\Delta\omega = \Delta A \leq 6'$  时,  $|\sigma_{\text{I}}| \leq 6.0923A_1^2 \times 10^{-6}$ ,  $|\sigma_{\text{II}}| \leq 1.7453A_1^2 \times 10^{-3}$ 。

因此,  $\sigma_{\phi} \leq \pm 3.49065 \times 10^{-3} \text{ rad}$  ( $0.2000^\circ$ ), 这个误差非常小。误差分析表明, PWA 系统由偏振棱镜缺陷带来的误差和消光比的关系,因此当消光比为  $10^{-3} \sim 10^{-5}$ , 这个误差约在  $10^{-1} \sim 10^{-3} \text{ rad}$ 。因此使用四区域法,可使系统的精度提高约 1 个数量级。

### 4.2 实验结果分析

检偏器固定,通过步进电机转动样品和检偏器调节方位角  $\alpha, \beta$ 。采用 532 nm 激光器为光源,通过参考光减少光源扰动影响。利用同一套实验系统,根据原 PWA 系统测量法和四区域测量法分别对同一  $\lambda/4$  波片进行测量,实验结果如表 1 所示。可见,原起偏器—待测波片—检偏器系统测量法的最终测量相位延迟量为  $(92.7542 + 0.6372)^\circ$ ,  $\sigma = 0.41486$ , 而

四区域法的最终相位延迟量为  $(92.5327 \pm 0.4641)$ ,  $\sigma = 0.31610$ .

表 1 原算法和四区域法测得的相位延迟

Table 1 Phase retardation with the original method and four-zone method

Number	$\phi / (^{\circ})$	
	Original method	Four-zone method
1	93.3807	92.6462
2	92.6543	92.9699
3	92.1793	92.7356
4	92.4083	92.1371
5	93.3914	92.2459
6	92.9511	92.1138
7	92.3452	92.6943
8	92.5159	92.9968
9	93.1562	92.5659
10	92.5594	92.2210

使用 J. A. WOOLLAM 公司的 M-2000V 测量同一波片的结果为  $(92.6034 \pm 0.1453)^{\circ}$ , 可见, 使用四区域法测量的结果要比原测量方法精确, 但两者的重复性差别不大, 这主要是使用了同一个系统进行测量。

除了测量仪器误差以外, 还有测量条件和测量者两个误差源。其中, 条件误差主要是由于测量条件变动引起的误差, 如光源扰动、温度变化等, 可通过使用参考光路<sup>[12, 13]</sup>和温控系统分别加以控制。测量者误差在本系统中主要是指探测器和电路, 以及模/数(A/D)采集卡等数据获取渠道, 在系统不可避免, 一般通过采用精度较高的元器件来达到较好的测量效果。

## 5 结 论

在 PWA 系统基础上提出一种四区域测量波片相位延迟量的方法, 该方法能够在宽光谱范围内的灵活运用和测量, 光谱响应范围一般仅受所使用的光探测器的限制, 通常可适用于 300~1200 nm 范围内任意波长的测量; 测量结果不受其他相位延迟测量方法中常用的标准波片或其他相位调制元件的误差影响; 通过简单运算获得了与消光比无关的测量结果, 大大提高了测量精度。特别是, 对于许多研究中忽略的偏振棱镜出射的偏振光之间的微小相位差引起的测量误差, 通过四区域法也可完全消除。理论分析结果表明, 四区域法的测量误差不受系统中光学元件(两个偏振棱镜的消光精度)的影响, 加上旋转编码器对旋转元件角度进行精确控制以后, 其误差主要来自元件方位角的误差  $\sigma_{\phi} \leq \pm 3.49065 \times$

$10^{-3}$  rad。实验证实了四区域法在方位角能精确定位的情况下优于原算法。

## 参 考 文 献

- Xue Qingwen, Li Gouhua. Half-shade method for measuring the phase retardation of quarter-wave plate[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 1998, **9**(2): 150~151
- 薛庆文, 李国华. 半阴法测量  $\lambda/4$  波片的相位延迟[J]. *光电子 • 激光*, 1998, **9**(2): 150~151
- Yu-Lung Lo, Chun-Hau Lai, Jing-Fung Lin *et al.*. Simultaneous absolute measurements of principal angle and phase retardation with a new common-path heterodyne interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(10): 2013~2022
- Chien Chou, Yeu-Chuen Huang, Ming Chang. Effect of elliptical birefringence on the measurement of the phase retardation of a quartz wave plate by an optical heterodyne polarimeter[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(6): 1367~1372
- Wen-Kai Kuo, Jen-Yu Kuo, Cheng-Yung Huang. Electro-optic heterodyne interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(16): 3144~3149
- Xu Wendong, Li Xishan. A new method for measuring phase delay of wave plate[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(10): 1096~1101
- 徐文东, 李锡善. 波片相位延迟量精密测量新方法[J]. *光学学报*, 1994, **14**(10): 1096~1101
- Yan Ming, Gao Zhi-shan. Phase shifting method for measuring the phase retardation of wave plates[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2005, **16**(2): 183~187
- 严 明, 高志山. 移相法测量波片的相位延迟量[J]. *光电子 • 激光*, 2005, **16**(2): 183~187
- Hu Jianming, Zeng Aijun, Wang Xiangzhao. Method to measure phase retardation of wave plate based on photoelastic modulation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1681~1686
- 胡建明, 曾爱军, 王向朝. 基于光弹调制技术的波片相位延迟量测量方法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1681~1686
- Shaun M. Wilson, Vinod Vats, Patrick H. Vaccaro. Time-domain method for characterizing retardation plates with high sensitivity and resolution[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2007, **24**(9): 2500~2508
- Yun Maojin, Li Guohu. Phase retardation measurement with  $\lambda/4$  wave-plate[J]. *Laser Technology*, 2001, **25**(5): 328~330
- 云茂金, 李国华. 晶体相位延迟测量的  $\lambda/4$  波片法及理论研究[J]. *激光技术*, 2001, **25**(5): 328~330
- Li Jingzhen. *Handbook of Optics* [M]. Xi'an: Shanxi Science and Technology Press, 1986. 562~587
- 李景镇. *光学手册* [M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1986. 562~587
- Lin Yao, Zhou Zhiyao, Wang Runwen. Optical heterodyne measurement of the phase retardation of a quarter-wave plate[J]. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(7): 553~555
- Wang Ning, Li Guohua, Zhang Dawei. A simple way of determining the phase delay angle of waveplate[J]. *J. Qufu Normal University*, 2001, **27**(4): 47~49
- 王 宁, 李国华, 张大伟. 一种测定波片相位延迟角的简便方法[J]. *曲阜师范大学学报*, 2001, **27**(4): 47~49
- Bo Feng, Zhu Jianqiang, Kang Jun. Precise measurement and factors analysis for phase retardation of wave plate[J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **34**(6): 851~856
- 薄 锋, 朱健强, 康 俊. 波片相位延迟的精确测量及影响因素分析[J]. *中国激光*, 2007, **34**(6): 851~856
- Hao Dianzhong, Zhang Xia, Wu Fuquan *et al.*. Refined design and test of high performance broad-band antireflection coating for Glan-Taylor prism[J]. *Physics Experimentation*, 2006, **26**(9): 33~35
- 郝殿中, 张 霞, 吴福全等. 格兰泰勒棱镜高性能宽带减反射膜的优化设计及性能测试[J]. *物理实验*, 2006, **26**(9): 33~35
- Mao Yingtai. *Error Theory and Accuracy Analysis* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1982
- 毛英泰. *误差理论与精度分析* [M]. 北京: 国防工业出版社, 1982