

文章编号: 0258-7025(2007)06-0771-06

# 板条热容激光器的二维热特性

尹宪华<sup>1</sup>, 祖继锋<sup>1</sup>, 侯立群<sup>1,2</sup>, 董玥<sup>1,2</sup>, 朱健强<sup>1</sup>, 范滇元<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理实验室, 上海 201800)  
<sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 固体热容激光器(SSHCL)作为高功率固体激光器的一个重要发展方向,引起人们广泛关注。数值模拟激光介质板条在热容方式下工作的温度和应力分布是了解该类激光器工作特性的一种有效手段,采用平面应力近似法导出了半导体激光器抽运热容激光介质板的二维温度和应力分布公式,同时也对二维抽运光吸收密度、介质板温度分布和折射率变化进行了分析与讨论。数值计算的结果表明二维效应的温度分布和应力分布要比一维效应给出的分布更均匀。

**关键词** 激光器;板状激光器;温度和应力分布;平面应力近似

**中图分类号** TN 248.1      **文献标识码** A

## Two-Dimensional Thermal Effects in Crystal Slab Heat Capacity Laser

YIN Xian-hua<sup>1</sup>, ZU Ji-feng<sup>1</sup>, HOU Li-qun<sup>1,2</sup>,

DONG Yue<sup>1,2</sup>, ZHU Jian-qiang<sup>1</sup>, FAN Dian-yuan<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Laboratory of High Power Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China  
<sup>2</sup>Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** The solid state heat capacity laser (SSHCL), as one of the most important high-power solid-state lasers, has attracted extensive attention. Numerical simulation of temperature and stress distributions of laser crystal slab in the heat capacity operation mode is a major means to understand the specific property of the laser. Using the method of plane stress approximation, the two-dimensional (2D) mathematical formulas that describe the temperature and stress distributions of laser diode (LD) pumped heat capacity slab laser are derived. Then the absorbed pump power density, 2D distributions of temperature and index of refraction are also analyzed and discussed. According to the results, the 2D distributions of temperature and stress are more homogeneous than that of the one-dimensional distributions.

**Key words** lasers; slab geometry laser; temperature and stress distributions; plane stress approximation

## 1 引言

以热容方式工作的固体激光器具有输出功率大、光束质量好等特点,成为发展大功率固体激光器的主要技术路线之一。但由于抽运光光强分布不均匀和晶体对抽运光的吸收不均匀仍然会使激光介质温度分布不均匀,导致晶体内部产生应力,从而影响激光输出特性。由于热梯度的存在使得介质板的质量元发生位移最终将影响激光器输出光束的质量。通常求解含边界条件的三维位移方程很繁琐,而采

用平面近似法,可以将三维求解问题化为二维来处理,这方面的研究工作已有报道<sup>[1~8]</sup>,但主要局限于对实时冷却的固体激光器分析,同时假设了介质板内热负载均匀分布的条件。然而,即使入射光束质量再好,由于抽运光进入激光介质内部呈指数衰减,仍然将导致材料内部热负载分布的不均匀,这种现象在热容方式工作下会更明显。本文将采用平面应变近似法,对具有非均匀分布的热负载的板状热容方式工作的介质二维热特性进行分析和讨论。

收稿日期:2006-12-15; 收到修改稿日期:2007-01-29

作者简介:尹宪华(1954—),男,江苏人,高级工程师,主要从事大能量固体激光技术研究。E-mail:yxh\_siom@126.com

## 2 抽运模型

为了提高光束质量,通常选激光传播方向( $z$ 轴)与晶体光轴[111]一致。对于矩形薄板,一般其厚度方向为 $z$ 轴,而且抽运光方向与 $z$ 轴平行。对于zigzag薄板条,选其长度方向为 $z$ 轴,抽运光的入射方向为板的厚度方向,由 $y$ 轴来表示。以zigzag薄板条为例(如图1所示)作讨论,同样情形可以推广到矩形薄板。

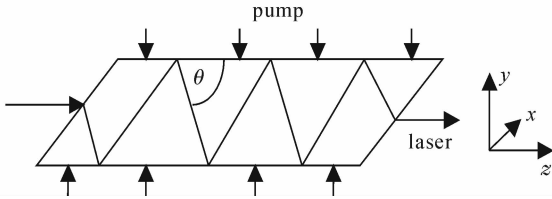


图1 Zigzag板条激光器

Fig.1 Geometry of zigzag slab laser

假设以板的质量中心为原点,板的几何尺寸分别为 $-W/2 \leq x \leq W/2$ ;  $-h/2 \leq y \leq h/2$ ;  $-L/2 \leq z \leq L/2$ 。 $W, h, L$ 分别为板的宽度、厚度和长度。同时假设入射到晶体表面的抽运光只在 $x$ 方向不均匀,其强度分布由函数 $f(x)$ 表示,因此介质板内的抽运光强变化只是 $y$ 方向的函数。另外考虑到抽运光在沿 $y$ 方向行走一次并没完全被吸收,通过引入一个界面反射率参数 $R_p$ ,则介质板内的抽运光密度 $\rho_{\text{abs}}(x, y)$ 可以表示为

$$\rho_{\text{abs}}(x, y) = \rho_{\text{abs}}(y) \times f(x), \quad (1)$$

$$\rho_{\text{abs}}(y) = \frac{\alpha P_p \exp(-ah/2)}{WL[1 - R_p \exp(-ah)]} \cosh(\alpha y), \quad (2)$$

式中 $R_p = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$ ,  $n$ 为介质板的折射率,  $P_p$ 为入射在介质板表面的总抽运功率,  $\alpha$ 为吸收系数。实际抽运光表面不均匀很难用一个数学函数准确表达,在实验中可以把入射光强的局部不均匀度控制在 $\pm 5\%$ 范围。为了计算方便,把 $f(x)$ 写成一个理想的带有修正项的函数,并且保证函数通过对 $x$ 方向的积分,使总的抽运能量不变,该函数表示为

$$f(x) = 0.95 + \frac{k'}{W^2} x^2, \quad (3)$$

式中 $k' = 0.6$ 。

图2给出了介质板内抽运光吸收密度分布,图中 $z$ 坐标为任意单位的相对光强分布。

根据吸收效率的定义,吸收效率表示为

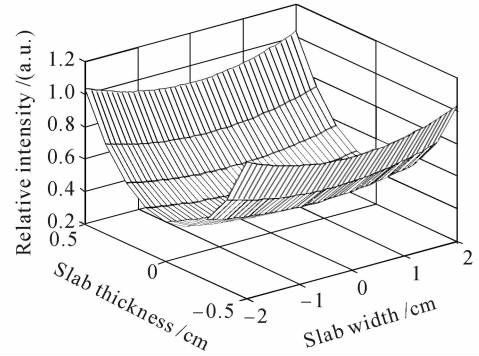


图2 激光二极管抽运的板条激光器内相对荧光强度分布

Fig.2 Relative fluorescence intensity distribution in a LD-pumped slab

$$\eta(x, y)_{\text{abs}} =$$

$$\frac{L \int_{-W/2}^{W/2} \left( 0.95 + \frac{k'}{W^2} x^2 \right) dx \int_{-h/2}^{h/2} \rho_{\text{abs}}(y) dy}{P_p} =$$

$$\eta(y)_{\text{abs}} = \frac{1 - \exp(-ah)}{1 - R_p \exp(-ah)}. \quad (4)$$

很明显,吸收效率与材料表面每一点的入射光强无关,只与无量纲量 $R_p$ 和 $a \times h$ 有关(如图3所示)。变量 $a \times h$ 为吸收深度,正比于激光介质板的掺杂浓度和介质板的厚度。表1为激光材料参数,本文计算所用参数是选择材料为Nd:GGG这一栏。

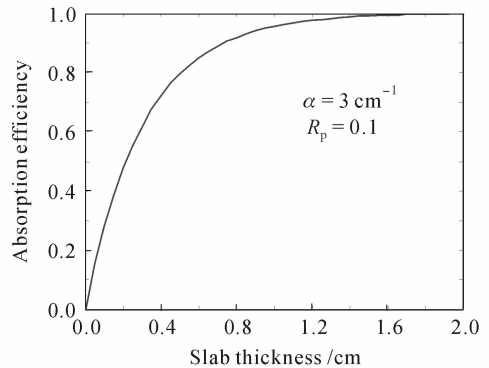


图3 抽运光吸收效率是介质板厚度的函数

Fig.3 Efficiency of absorption versus slab thickness

## 3 二维温度分布

由于薄板条的长度远大于其宽度和厚度,可以认为温度分布与 $z$ 轴无关。采用平面应力近似法(即假设板内沿 $z$ 轴方向任一截面的温度和应力分布一致)来讨论薄板条的受热问题<sup>[7]</sup>。

此时以热容方式工作的二维空间时变温度方程可表示为

表 1 计算采用的参数

Table 1 Parameters in the computation

Material	Nd:YAG	Nd:GGG
Thermal conductivity $K / (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{k}))$	13	6.5
Young's modulus $E / \text{TPa}$	0.277	0.22
Poisson's ratio $\nu$	0.28	0.28
Thermal expansion coefficient $\alpha' / (\times 10^{-6} \text{K}^{-1})$	6.9	9.5
Initial index of refraction value $n$	1.82	1.97
Change in index of refraction with temperature $dn/dt / (\times 10^{-6} \text{K}^{-1})$	7.3	15
Material constant $M_s / (\times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s})$	5.1	3.4
Thermal loading power per unit volume $Q_0 / (\text{W}/\text{cm}^3)$	—	15~30
Volume = $L \times W \times h / \text{cm}^3$	—	$12 \times 4 \times 1$
Pump absorption coefficient $\alpha / \text{cm}^{-1}$	3.8	3
Thermal diffusion coefficient $\gamma / (\text{m}^2/\text{s})$	—	$2.4 \times 10^{-6}$
$B_{\perp} / (\text{TPa}/\text{s})$	0.34	0.42
$B_{\parallel} / (\text{TPa}/\text{s})$	-0.91	-2.21

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = \gamma \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\gamma}{k} Q(x, y) \\ T(x, y, 0) = T_0 \\ \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm W/2} = 0 \\ \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm h/2} = 0 \\ Q(x, y) = \eta_h \rho_{\text{abs}}(x, y) \end{array} \right., \quad (5)$$

式中  $\gamma$  为介质板的热扩散系数,  $k$  为介质板的热传导系数,  $\eta_h$  为热转换系数,  $Q$  为光量子转换过程中在介质板内产生的热源, 计算所用其他参数见表 1。

由于(5)式的边界条件是第二类齐次边界条件, 因此可以把该方程的解  $T(x, y, t)$  和热源  $Q(x, y)$  分别展开成余弦级数

$$T(x, y, t) = a_0(t) + \sum_{m,n=1}^{\infty} a_{m,n}(t) \times \cos\left(\frac{2m\pi}{h}y\right) \times \cos\left(\frac{2n\pi}{W}x\right), \quad (6)$$

$$Q(x, y) = A_0 + \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{m,n} \times \cos\left(\frac{2m\pi}{h}y\right) \times \cos\left(\frac{2n\pi}{W}x\right), \quad (7)$$

通过把(6),(7)式代入(5)式, 各系数可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0(t) = \frac{\gamma A_0}{k} t + T_0 \\ a_{mn} = \frac{A_{mn}}{k \left( \frac{4m^2 \pi^2}{h^2} + \frac{4n^2 \pi^2}{W^2} \right)} \left\{ 1 - \exp \left[ -\gamma \left( \frac{4m^2 \pi^2}{h^2} + \frac{4n^2 \pi^2}{W^2} \right) t \right] \right\} \\ A_0 = Q_0 \\ A_{mn} = \frac{2h^2 \alpha^2 Q_0 k'}{(\alpha^2 h^2 + 4m^2 \pi^2)} \times \frac{1}{n^2 \pi^2} \times (-1)^m (-1)^n \\ Q_0 = \frac{\eta_h \eta_{\text{abs}} P_p}{WLh} \end{array} \right., \quad (8)$$

式中  $Q_0$  为单位时间、单位体积内由于存在光量子转换而在激光介质内产生的平均热量, 取值为 20 W。(5) 式的解为

$$T(x, y, t) = \frac{Q_0 \gamma}{k} t + T_0 \pm \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{2h^2 \alpha^2 Q_0 k'}{k (\alpha^2 h^2 + 4m^2 \pi^2)} \times \frac{(-1)^m (-1)^n}{(n\pi)^2} \times \left( \frac{4m^2 \pi^2}{h^2} + \frac{4n^2 \pi^2}{W^2} \right)^{-1} \left\{ 1 - \exp \left[ -\gamma \left( \frac{4m^2 \pi^2}{h^2} + \frac{4n^2 \pi^2}{W^2} \right) t \right] \right\} \left| \cos\left(\frac{2m\pi}{h}y\right) \cos\left(\frac{2n\pi}{W}x\right) \right|. \quad (9)$$

由于(9)式的解为级数, 而级数的第一项远大于其他项, 则简化后方程的解  $T(x, y, t)$  表示为



后分别代入有源双调和方程的括号内作比较, 选其中一个能较好满足方程平衡、更符合物理要求的为该方程的解。

本文选括号中第三项的解为双调和方程的特解, 代入有源双调和方程后设定其误差小于 10%, 最后结果为

$$A = \frac{\alpha E}{1-\nu} \times \frac{2}{k} \frac{h^2 \alpha^2 Q_0 k'}{\alpha^2 h^2 + 4\pi^2} \times \frac{1}{\pi^2} \left\{ 1 - \exp \left[ -\gamma \left( \frac{4\pi^2}{h^2} + \frac{4\pi^2}{W^2} \right) t \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 x} = \pm \frac{A}{2} \times \left( \frac{h}{2\pi} \right)^4 \left( \frac{2\pi}{W} \right)^2 \times \left| \cos \left( \frac{2\pi}{W} x \right) \cos \left( \frac{2\pi}{h} y \right) \right|, \quad (14)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 y} = \pm \frac{A}{2} \times \left( \frac{h}{2\pi} \right)^2 \times \left| \cos \left( \frac{2\pi}{W} x \right) \cos \left( \frac{2\pi}{h} y \right) \right|, \quad (15)$$

当变量  $x, y$  分别取值为  $\pm W/2 \sim \pm W/4$  和  $\pm h/2 \sim \pm h/4$  时取“-”号, 当变量  $x, y$  分别取值为  $\pm W/4 \sim 0$  和  $\pm h/4 \sim 0$  时取“+”号。(14), (15) 式表明应力与介质的吸收深度  $\alpha \times h$  和单位体积产生的热量  $Q_0$  成正比, 应力分布为余弦调制。

图 5, 图 6 给出了介质板的应力分布。可以看

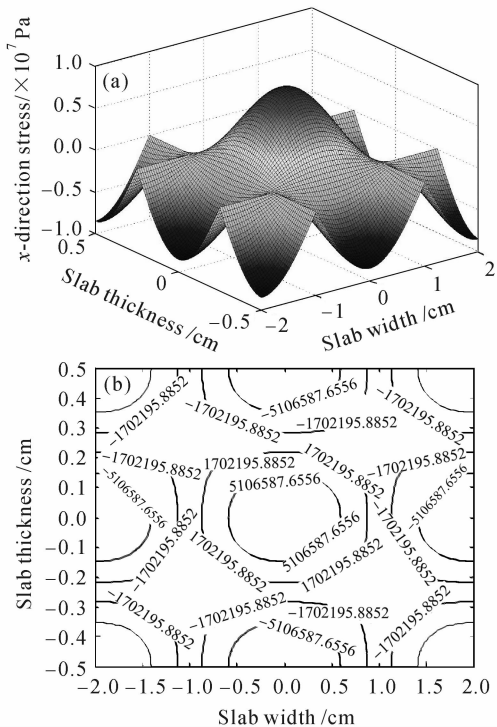


图 5 介质板内  $x$  方向应力分布(a)及其平面图(b)  
Fig. 5 Stress distribution in the  $x$  direction (a) and constant stress diagram (b) in the slab

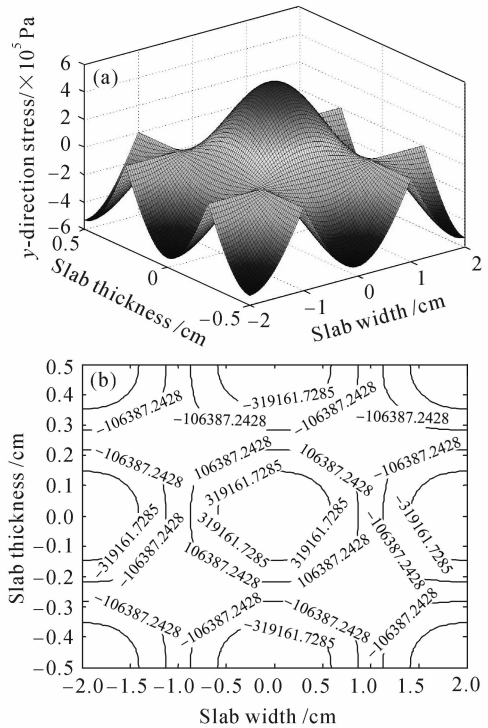


图 6 介质板内  $y$  方向应力分布(a)及其平面图(b)  
Fig. 6 Stress distribution in the  $y$  direction (a) and constant stress diagram (b) in the slab

出介质板表面是压应力, 内部是张应力, 而且绝对值也比较小, 这是热容工作方式的特点。此外在  $y$  方向的最大应力值为  $0.3 \times 10^6$  Pa, 这些计算数据是在单位体积产生热功率  $Q_0$  为 20 W 的条件下获得的。

### 5 介质折射率变化

由(12)式可知, 在各向同性介质的内部有热源, 就会产生应力, 热应力会使介质折射率发生变化。介质折射率可以表示为二阶张量, 其分量元表示为<sup>[1,2]</sup>

$$\begin{cases} n_{ij} = n_0 + \frac{dn_0}{dT} T(x, y) + \Delta n_{ij} \\ \Delta n_{ij} = \sum_{kl} B_{ijkl} \times \sigma_{kl} \end{cases}, \quad (16)$$

式中  $n_0$  为介质在初始均匀状态时的折射率,  $B_{ijkl}$  为四阶应力-光学张量,  $\sigma_{kl}$  为二阶应力张量。

为了简化起见, 令下标选择为

$$\begin{aligned} 1 &= xx, 2 = yy, 3 = zz, \\ 4 &= yz, 5 = xz, 6 = yx, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{cases} B_{11} = B_{22} = B_{33} = B_{//} \\ B_{12} = B_{21} = B_{13} = B_{31} = B_{32} = B_{23} = B_{\perp} \\ B_{44} = B_{55} = B_{66} = B_{//} - B_{\perp} \end{cases} \quad (18)$$

如图 1 所示,在 zigzag 板内激光束行走的方向相对于晶体光轴有一夹角  $\theta$ ,其压光系数  $B_{ijkl}$  必须作坐标变换,变换后为  $B'_{ijkl}$ ,其矩阵形式为

$$B' = R(\theta)BR(-\theta), \quad (19)$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (21)$$

通过计算 (14), (15) 和 (19) 式,并把结果代入 (16) 式,就可得到介质的折射率分布,从而可计算其他相关光学参量。图 7 给出了激光发射结束后的介质折射率分布。初始折射率  $n_0$  为 1.97, 平均温升  $T(x, y)$  约为 74 K。显然在热容状态下工作介质折射率分布比较均匀,其原因是介质内温度分布均匀。

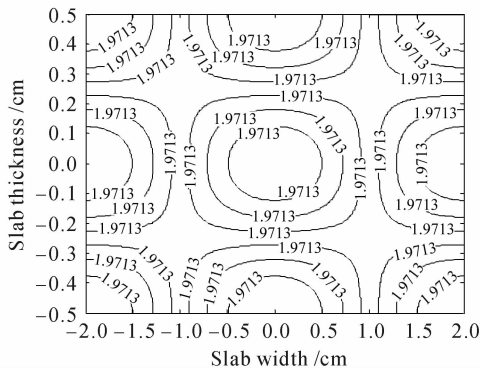


图 7 板内折射率分布

Fig. 7 Distribution of index of refraction

## 6 结 论

采用弹性力学中的平面应力近似法对薄板条的受热问题进行了分析与讨论。推导出热容方式工作的增益介质板的空间二维温度分布和应力分布公式,给出了激光介质对抽运光的吸收效率与介质表面每一点的入射光强无关,只与无量纲量  $R_p$  和  $\alpha \times h$  有关的结论。数值模拟的结果表明,二维温度和

应力分布要比相应的一维结果均匀些。

致谢 感谢张涛同学在模拟计算中提供的技术帮助。

## 参 考 文 献

- 1 J. M. Eggleston, T. J. Kane, K. Kuhn *et al.*. The slab geometry laser—part I: theory [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1984, **QE-20**(3):289~301
- 2 Thomas J. Kane, John M. Eggleston, Robert L. Byer. The slab geometry laser—part II: thermal effects in a finite slab [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1985, **QE-21**(8):1195~1209
- 3 J. R. Wang, J. C. Min, Y. Z. Song. Forced convective cooling of high-power solid-state laser slab [J]. *Appl. Thermal Engineering*, 2006, **26**:549~558
- 4 Wenjie Xie, Siu-Chung Tam, Hongru Yang *et al.*. Heat transfer for diode side-pumped YAG slab [J]. *Optics & Laser Technology*, 1999, **31**:521~528
- 5 Wenjie Xie, Siu-Chung Tam, Hongru Yang *et al.*. Optimum convective heat transfer coefficient for diode-pumped laser slabs [J]. *Optics & Laser Technology*, 1999, **31**:387~391
- 6 Cheng Hua, Qu Qianhua, Lü Baida *et al.*. Properties of Nd: glass rod laser in the heat capacity operation [J]. *Laser Technology*, 2005, **29**(4):347~349  
成 华, 屈乾华, 吕百达 等. 热容型钕玻璃棒状激光器特性的理论研究[J]. *激光技术*, 2005, **29**(4):347~349
- 7 Wang Longfu. *Elastic Theory* [M]. 2nd edition. Beijing: Sciences Press, 1984. 144  
王龙甫. *弹性理论*[M]. 第二版. 北京:科学出版社, 1984. 144
- 8 Todd S. Rutherford, William M. Tulloch, Eric K. Gustafson *et al.*. Edge pumped quasi-three level slab lasers: design and power scaling [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2000, **36**(2): 205~219
- 9 Yin Xianhua, Hou Liqun, Dong Yue *et al.*. Solid state heat capacity laser: design and power scaling [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2006, **43**(8):32~37  
尹宪华, 侯立群, 董 玥 等. 固体热容激光器的设计和功率标定[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, **43**(8):32~37
- 10 Yue Dong, Jifeng Zu, Liqun Hou *et al.*. Approximate formulas of temperature and stress distributions and thermal induced effects in a heat capacity slab laser [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(6):326~328
- 11 Hou Liqun, Zu Jifeng, Dong Yue. Numerical simulation of thermal induced effects and cooling characteristics of Nd:GGG laser crystal slabs in the heat capacity operation mode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8):1025~1029  
侯立群, 祖继锋, 董 玥 等. Nd:GGG 激光晶体热容工作下的热致效应与冷却特性数值模拟[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1025~1029