

文章编号: 0258-7025(2006)08-1069-04

厄米-高斯光束中带宽对横向强度分布均匀性的影响

彭润伍^{1,2}, 叶云霞^{2,3}, 唐志祥^{1,2}, 文双春¹, 范滇元²

¹ 湖南大学计算机与通信学院, 湖南长沙 410082

² 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800; ³ 江苏大学机械工程学院, 江苏镇江 212013

摘要 使用惠更斯-菲涅耳衍射积分和傅里叶变换, 推导了横向模式为厄米-高斯的激光束通过硬边光阑的传输表达式。利用所得公式通过数值计算详细分析了光束的频带宽度对光束横向强度分布的影响。分析发现激光束通过硬边光阑后会出现大量的强度尖峰, 引起近场的强度分布不均匀。然而, 当带宽增加时, 强度尖峰的数量减少, 幅度减小, 光束的均匀性得到改善。在远场, 光束的横向强度分布没有强度尖峰出现, 但宽度随带宽的增加而减小。因此带宽增加会带来近场强度匀滑化和远场光束宽度变窄的效应。另外, 数值结果表明带宽对模指数为 1 和 2 的厄米-高斯光束的强度分布的影响是类似的, 均有近场强度匀滑化和远场光束宽度变窄的效应。

关键词 激光传输; 厄米-高斯光束; 带宽; 宽频带激光; 光束匀滑化

中图分类号 TN 021; TN 241 **文献标识码** A

Influence of the Bandwidth on Intensity Uniformity in Pulses with Hermite-Gaussian Transverse Modes

PENG Run-wu^{1,2}, YE Yun-xia^{2,3}, TANG Zhi-xiang^{1,2},
WEN Shuang-chun¹, FAN Dian-yuan²

¹ School of Computer and Communication, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China

² Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

³ Mechanical Engineering College, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

Abstract Using the Huygens-Fresnel diffraction integral and the Fourier transform, the propagation representations of pulses with Hermite-Gaussian transverse modes passing through a hard-edged aperture are derived. Influences of the bandwidth on the transverse intensity distributions are analyzed in detail from numerical calculations. It is found that lots of intensity spikes emerge and the near field intensities are non-uniformity when the pulses pass through the aperture. However, when the bandwidth increases, the number and the amplitude of the spikes are reduced and thus the beam uniformity is improved, the intensity spike does not appear in the far field, and also the beam width decreases in the far field. Therefore, the smoothing and narrowing effects can be brought forth by increasing the bandwidth. In addition, it is found from the numerical results that the effects are similar in the pulses with Hermite-Gaussian transverse modes of mode indices 1 and 2.

Key words laser propagation; Hermite-Gaussian beam; bandwidth; broadband laser; beam smoothing

收稿日期: 2005-12-02; 收到修改稿日期: 2006-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(10576012)、国家自然科学基金重点项目(60538010)、国家 863 计划(2004AA84ts12)和高等学校博士学科点专项科研基金(20040532005)资助课题。

作者简介: 彭润伍(1971—), 男, 湖南绥宁人, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生, 主要从事高功率激光技术和激光传输的研究。E-mail: pengrunwu@siom.ac.cn

导师简介: 范滇元(1939—), 男, 江苏常熟人, 中国科学院上海光学精密机械研究所研究员, 博士生导师, 中国工程院院士, 目前研究方向为高功率激光技术与工程光学和激光传输物理。E-mail: dyfan@mail.shcnc.ac.cn

1 引 言

当激光束通过光学系统的硬边光阑时,光束会出现不均匀的强度分布^[1]。强度分布的不均匀性导致自聚焦产生,从而损坏介质材料和降低激光器的输出功率^[2~5]。如何使强度分布趋于平滑化以改善光束的均匀性一直是人们很感兴趣的研究内容^[6~11]。目前能改善光束的均匀性的方法有使用软边光阑^[6]、空间滤波器^[7]、透镜阵列^[8]和角谱色散技术^[9]等等。经研究发现,使用宽带激光也会改善光束的均匀性^[12]。

本文研究了带宽对横向模式为厄米-高斯的激光束的横向强度分布均匀性的影响。使用惠更斯-菲涅耳衍射积分和傅里叶变换,推导了横向模式为厄米-高斯的激光束通过硬边光阑的传输表示式。利用所得公式通过数值计算详细分析了光束的频带宽度对光束横向强度分布中的近场强度平滑化和远场光束宽度变窄的现象。

2 理论推导

当一束激光通过半宽为 a 的矩形硬边光阑后,光束的每一频谱成分在频率域的场分布为^[13]

$$\tilde{E}(x, z, \omega) = \left(\frac{i}{\lambda z}\right)^{1/2} \exp(-ikz) \int_{-a}^a \tilde{E}'(x_0, 0, \omega) \times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x_0 - x)^2\right] dx_0, \quad (1)$$

其中 $k = \omega/c$ 为波数,并且

$$\tilde{E}'(x_0, 0, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E'(x_0, 0, t) \exp(-i\omega t) dt, \quad (2)$$

是入射场在频率域的表示式, $E'(x_0, 0, t)$ 是入射场在时间域的表示式。假设入射脉冲是时空分离的, $E'(x_0, 0, t)$ 可写为

$$E'(x_0, 0, t) = E'(x_0, 0) s(t), \quad (3)$$

其中 $s(t)$ 是入射场在时间域和 $x = z = 0$ 处的表示式。因而(2)式可以写成

$$\tilde{E}'(x_0, 0, \omega) = E'(x_0, 0) \tilde{S}(\omega), \quad (4)$$

其中谱分布 $\tilde{S}(\omega)$

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp(-i\omega t) dt, \quad (5)$$

硬边光阑后任一点在时间域的表示式可从傅里叶变换得到

$$E(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(x, z, \omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (6)$$

考虑 $z = 0$ 处激光束的横向强度分布为

$$E'_m(x_0, 0) = H_m\left(\sqrt{2} \frac{x_0}{w_0}\right) \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right), \quad (7)$$

其中 $H_m(\cdot)$ 为厄米多项式, m 为模指数, w_0 为高斯光束的束腰宽度,常数 A_0 已略去。假设入射场的时间波形为高斯形,在 $z = 0$ 处其复函数的表示式为

$$s(t) = \exp\left(-a_g^2 \frac{t^2}{T_p^2}\right) \exp(i\omega_0 t), \quad (8)$$

其中 T_p 为脉宽(半峰全宽), ω_0 为载波频率, $a_g = (2\ln 2)^{1/2}$, 初始相位 φ 已略去。将(8)式代入(5)式得到 $z = 0$ 处的谱分布 $\tilde{S}(\omega)$ 为

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{a_g}{\sqrt{2}\omega_0\gamma} \exp\left[-\frac{a_g^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2\gamma^2}\right], \quad (9)$$

其中 $\gamma = \Delta\omega/\omega_0$ 为带宽, $\Delta\omega$ 为谱宽(半峰全宽)。对(6)式积分,当 $m = 1$ 时得到

$$E_1(x, z, t) = \left[\frac{iz z_R}{\pi^2(z + iz_R)^2}\right]^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp(-\chi_+)^2 - \exp(-\chi_-)^2 + i\sqrt{\frac{\pi k z_R}{2(z + iz_R)}} [\operatorname{erf}(\chi_+) + \operatorname{erf}(\chi_-)] x \right\} \tilde{S}(\omega) \exp(i\omega \tau') d\omega, \quad (10)$$

当 $m = 2$ 时得到

$$E_2(x, z, t) = \left[\frac{iz^2 z_R}{2\pi^2(z + iz_R)^3}\right]^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -4\chi_- \exp(-\chi_+)^2 - 4\chi_+ \exp(-\chi_-)^2 + \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{iz_R}{z} - \frac{2kz_R x^2}{z^2 + iz z_R}\right) [\operatorname{erf}(\chi_+) + \operatorname{erf}(\chi_-)] \right\} \tilde{S}(\omega) \exp(i\omega \tau') d\omega, \quad (11)$$

$$\text{其中 } \chi_+ = \left[\frac{k(z + iz_R)}{2z z_R}\right]^{1/2} \left(a + \frac{iz_R x}{z + iz_R}\right), \quad (12)$$

$$\chi_- = \left[\frac{k(z + iz_R)}{2z z_R}\right]^{1/2} \left(a - \frac{iz_R x}{z + iz_R}\right), \quad (13)$$

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-x^2) dx, \quad (14)$$

$$\tau' = \tau - \frac{x^2}{2c(z + iz_R)}, \quad (15)$$

(14) 式是误差函数, $z_R = k\omega_0^2/2$ 为瑞利长度, $\tau = t - z/c$ 为本地时间. 对等衍射长度的脉冲 z_R 与频率无关, 可以从积分式中提出. 对其他阶次的厄米-高斯光束, 可以利用厄米多项式的递推公式推导出来^[1,14].

最后可得到时间积分强度分布为

$$I_m(x, z) = \frac{1}{2T_p} \int_{-T_p}^{T_p} |E_m(x, z, t)|^2 dt. \quad (16)$$

3 数值计算和分析

图 1 是 $m = 1$ 厄米-高斯光束带宽 $\gamma = 0, 0.03, 0.10, 0.40$ 时在 $z = 10$ mm 处的时间积分横向强度分布. 计算参数为 $a = 1.2$ mm, $\omega_0 = 1$ mm 和 $\lambda_0 = 800$ nm. 可以看出光束在通过硬边光阑后强度呈现不均匀分布, 出现大量的强度尖峰. 然而强度尖峰的数目和幅度因带宽不同而有变化. 带宽越小, 强度尖峰的数目越多幅度越大. 当带宽增加时, 强度尖峰的数目减少幅度减小, 逐渐出现均匀的强度分布. 因此带宽的增加对光束有匀滑化的效果. 图 2 是 $m = 2$ 厄米-高斯光束带宽 $\gamma = 0, 0.03, 0.10, 0.40$ 时在 $z = 10$ mm 处的时间积分横向强度分布, 除 $a = 1.5$ mm 外其他计算参数与图 1 一样. 从图 2 可以知道, $m = 2$ 与 $m = 1$ 的变化情况是类似的. 只不过它们的主峰和主谷数目不一样, 类似于自由空间分别为 $m + 1$ 和 m .

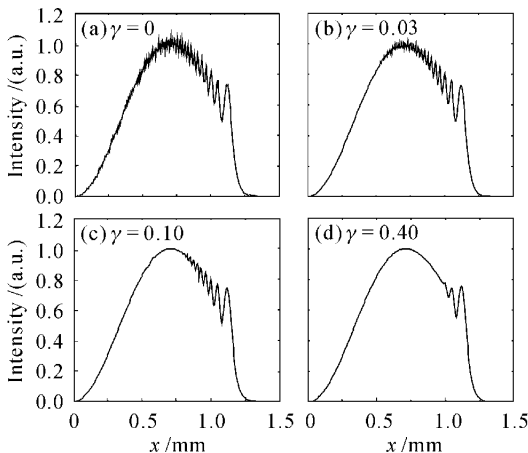


图 1 $z = 10$ mm 处 $m = 1$ 厄米-高斯光束的时间积分的横向强度分布

Fig. 1 Time-integrated transverse intensity distributions of Hermite-Gaussian beam with $m = 1$ at $z = 10$ mm

从物理上讲, 带宽增加带来的光束匀滑化效果主要是因为光束中不同频率成分在传输过程中不同

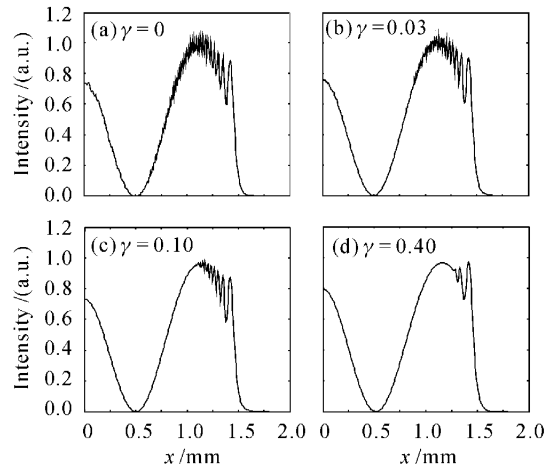


图 2 $z = 10$ mm 处 $m = 2$ 厄米-高斯光束的时间积分的横向强度分布

Fig. 2 Time-integrated transverse intensity distributions of Hermite-Gaussian beam with $m = 2$ at $z = 10$ mm

的衍射程度产生的. 不同频率成分的光波在同一点的非涅耳数不同, 产生不同的衍射图样. 这些不同的衍射图样在叠加时部分尖峰和低谷相互抵消, 从而使强度分布趋于匀滑化. 带宽越大, 强度尖峰和低谷相互抵消的现象越多, 因而匀滑化效果也就越好.

图 3 是 $m = 1$ 和 $m = 2$ 厄米-高斯光束带宽 $\gamma = 0, 0.03, 0.10, 0.40$ 时在远场的时间积分横向强度分布. 可以看到远场的时间积分横向强度分布没有强度尖峰出现, 但强度分布的宽度因带宽而异. 带宽越大, 横向分布宽度越小. 定义 χ_{HM} 为半强度峰值时的横向分布宽度. 由数值计算得到了 χ_{HM} 随带宽的变化如图 4 所示, 可以看到 χ_{HM} 随带宽的增加是减小的. 当带宽从 0 增加到 0.50, $m = 1$ 时从 3.84 mm 减小到 3.08 mm, $m = 2$ 时从 4.59 mm 减小到 3.68 mm. 显然, χ_{HM} 在 $m = 2$ 时比 $m = 1$ 时减小的幅度要大.

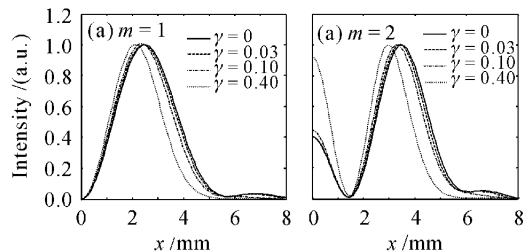


图 3 $z = 10$ mm 处 $m = 1, 2$ 厄米-高斯光束的时间积分的横向强度分布

Fig. 3 Time-integrated transverse intensity distributions of Hermite-Gaussian beam with $m = 1, 2$ at $z = 10$ mm

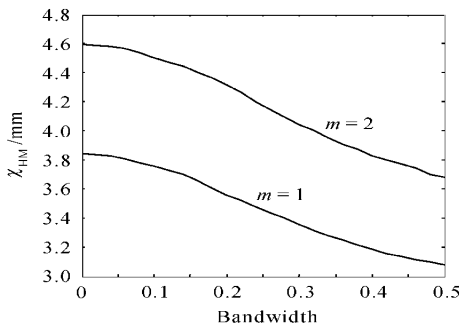


图4 $m = 1, 2$ 厄米-高斯光束强度半峰值的横向强度宽度随带宽的变化

Fig. 4 Full width of half maximum intensity of Hermite-Gaussian beams with $m = 1, 2$ versus the bandwidth

为了从物理上分析横向强度宽度变窄的现象,考虑了简单情况,即 $m = 0$ 和 $a \rightarrow \infty$ 。在简化情况下,从(10)式可以得到^[15]

$$E(x, z, t) = \left[\frac{iz_R}{4(z + iz_R)} \right]^{1/2} \exp\left(i\omega_0 \tau' - \frac{\omega_0^2 \gamma^2 \tau'^2}{4a_g}\right) \xi, \quad (17)$$

其中

$$\xi = \frac{1}{2} \left\{ \exp(-2i\omega_0 \tau') \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{a_g}{\gamma} - i \frac{\gamma \omega_0 \tau'}{2a_g}\right) \right] + \left[1 - \operatorname{erf}\left(-\frac{a_g}{\gamma} - i \frac{\gamma \omega_0 \tau'}{2a_g}\right) \right] \right\}. \quad (18)$$

仅考虑带宽产生的影响,当 $\tau = 0$ 时,得到

$$\chi_{HM} \propto \left[8 \ln \sqrt{2} \frac{a_g c^2 (z^2 + z_R^2)}{\omega_0^2 \gamma^2} \right]^{1/4}, \quad (19)$$

从(19)式可以看出, χ_{HM} 是带宽的函数,当带宽增加时, χ_{HM} 会减小。从而可以解释带宽增加时横向强度宽度变窄的现象。

4 结 论

详细研究了带宽对横向模式为厄米-高斯的激光束的横向强度分布均匀性的影响。由于具有一定带宽的激光各频率分量的衍射程度不一样,各频率分量的不同衍射图样叠加时尖峰和低谷的相互抵消导致了近场强度分布趋于匀滑化。带宽越大匀滑化效果越好。在远场,光束的横向强度分布的宽度随带宽的增加而减小。因此,带宽增加会带来近场强度匀滑化和远场光束宽度变窄的效应。增加带宽使强度分布匀滑化为改善光束均匀性提供了又一种途径。但由于受增益介质的增益谱宽和宽带光束

倍频效率的限制,目前要获得既有高功率又有较宽频带的激光束仍然具有一定的难度。因此,与宽带激光的传输理论一样,宽带激光的放大和倍频技术也是一个仍需进一步研究的问题。

参 考 文 献

- 1 A. E. Siegman. Lasers [M]. California: University Science Books, 1986
- 2 P. L. Kelly. Self-focusing of optical beams [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1965, **15**(26):1005~1008
- 3 Keith A. Brueckner, Siebe Jorna. Laser-driven fusion [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1974, **46**(2):325~367
- 4 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Non-paraxial propagation of optical beams in nonlinear self-focusing media [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(12):1066~1070
文双春,范滇元. 非线性自聚焦介质中光束的非傍轴传输[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(12):1066~1070
- 5 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Filamentation of intense laser beam in high power laser and the B integral [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(11):1331~1335
文双春,范滇元. 高功率激光放大器中光束的成丝和 B 积分[J]. *光学学报*, 2001, **21**(11):1331~1335
- 6 Verne R. Costich, Bertram C. Johnson. Apertures to shape high-power beams [J]. *Laser Focus*, 1974, **10**(9):43~46
- 7 J. T. Hunt, P. A. Renard, W. W. Simmons. Improved performance of fusion lasers using the imaging properties of multiple spatial filters [J]. *Appl. Opt.*, 1977, **16**(4):779~782
- 8 Ximing Deng, Xiangchun Liang, Zezun Chen *et al.*. Uniform illumination of large targets using a lens array [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(3):377~381
- 9 S. Skupsky, R. W. Short, T. Kessler *et al.*. Improved laser-beam uniformity using the angular dispersion of frequency-modulated light [J]. *J. Appl. Phys.*, 1989, **66**(8):3456~3462
- 10 Zhu Guangzhi, Zhang Yaoning, Zou Xuefen *et al.*. Vibrating mirror for smoothing of high power laser beam [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(2):175~179
朱广志,张耀宁,邹雪芬等. 摆动反射镜实现高功率激光束的平滑化[J]. *中国激光*, 2005, **32**(2):175~179
- 11 Zhou Shenlei, Lin Zunqi, Zhu Jian *et al.*. Computation and study of smoothing by spectral dispersion [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(3):341~345
周申蕾,林尊琪,朱俭等. 谱色散均匀化的计算研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(3):341~345
- 12 R. W. Peng, Y. X. Ye, Z. X. Tang *et al.*. Transverse intensity distributions of broadband laser modulated by a hard-edged aperture [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**(9):1903~1908
- 13 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. 7th edn. Cambridge: Cambridge University, 1999
- 14 Baida Lü, Runwu Peng. Focal shift in Hermite-Gaussian beams based on the encircled-power criterion [J]. *Opt. Laser Technol.*, 2003, **35**:435~440
- 15 Runwu Peng, Dianyuan Fan. Comparison between complex amplitude envelope representation and complex analytic signal representation in studying pulsed Gaussian beam [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **246**:241~248