

文章编号: 0253-2239(2006)11-1734-5

发散光束小尺度自聚焦特性的研究

顾亚龙^{1,2} 朱健强¹

(¹ 中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)
(² 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要: 研究了发散光束的小尺度自聚焦效应。从非线性傍轴波动方程出发, 利用坐标变换, 推导出发散光束小尺度扰动的传输方程, 进而得到小尺度扰动增长的临界频率、最大增长频率和相应 B 积分值的变化规律。研究了发散光束初始曲率半径对小尺度自聚焦效应的影响。结果表明, 对于一定的传输距离, 随着发散光束初始曲率半径的减小, 小尺度扰动的最大增长频率减小, 相应的最大增益减小, 即 B 积分值也减小。对于一定的初始曲率半径, 随着传输距离的增大, B 积分值增长变缓, 并最终停止。利用局部能量守恒定律研究了发散光束的成丝距离, 发现小的初始曲率半径可以延长成丝距离。

关键词: 非线性光学; 小尺度自聚焦; 成丝; B 积分

中图分类号: O437.5 文献标识码: A

Small-Scale Self-Focusing of Divergent Beams

Gu Yalong^{1,2} Zhu Jianqiang¹

(¹ National Laboratory of High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)
(² Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract: The small-scale self-focusing of divergent beams is studied. Based on the nonlinear paraxial wave equation, the propagation equation of small-scale perturbation of divergent beams has been deduced with a coordinate transformation. The evolvement law of the growth critical frequency of small-scale perturbation, maximum growth frequency and relative B integral is obtained. The influence of the initial radius of divergent beams on small-scale self-focusing is discussed. It is found that for a given propagation distance, the fastest growing frequency, the maximum perturbation growth, and thus the B integral decrease with the decrease of the initial radius of divergent beams. For a given initial radius, as the propagation distance increases, the growth of the B -integral becomes slow and stops at last. Also, the expression for the distance at which the filaments are formed is obtained by local energy conservation, and it is shown that a small initial radius extends the filamentation distance.

Key words: nonlinear optics; small-scale self-focusing; filamentation; B integral

1 引言

非线性折射率引起的光束小尺度自聚焦是高功率激光传输的重要现象, 由此引起的光束分裂成丝, 可以导致激光介质的局部破坏, 是限制高功率激光器功率负载提高和降低光束质量的主要因素之一^[1,2]。光束成丝一直是激光器总体设计、工程研制和安全运行的重要问题^[3,4]。

有关小尺度自聚焦的理论最早由 Besselov 和 Talanov^[5] 提出。该理论将光场视为均匀且光强不随传输距离变化的本底平面波与小尺度扰动的叠加, 通过非线性傍轴波动方程推导出小尺度扰动的传输方程, 进而得到最快增长频率、最大增长系数和 B 积分等结果。美国科学家进一步将 B 积分作为衡量小尺度自聚焦强弱程度的重要判据, 用以指导高功率激光

作者简介: 顾亚龙(1981~), 男, 江苏人, 中国科学院上海光学精密机械研究所硕士研究生, 主要从事高功率激光物理与光束传输的研究工作。E-mail: yallen@mail.siom.ac.cn

导师简介: 朱健强(1964~), 男, 中国科学院上海光学精密机械研究所研究员, 博士生导师, 主要从事激光器件设计、光学精密机械设计与制造工艺、光学仪器等方面的研究。E-mail: jqzhu@mail.shcnc.ac.cn

收稿日期: 2005-11-30; 收到修改稿日期: 2006-02-22

系统的设计^[1,2]。文献[6,7]将 Bessel-Talanov 理论推广到背景光场随传输距离变化的情形,分别讨论了介质的信号增益、饱和增益和损耗对小尺度自聚焦的影响,认为小输入高增益能够从一定程度上抑制小尺度自聚焦。文献[8]讨论了有损耗或增益的情况下截止空间频率随传播距离的变化,并用积分指数增益的概念来描述扰动的增长特性。

近年来,人们在实验中观察到发散光束的自聚焦和光束成丝现象^[9,10]。文献[10]指出在锥形光放大器中发散波面可以抑制光束成丝。在神光 II 高功率激光装置的实际运行中,我们也发现同轴双程放大过程中采用发散波面,装置可以承受较大的功率负载。本文从非线性傍轴波动方程出发,采用坐标变换的方法推导出发散球面波背景下小尺度扰动的传输方程,在假设小尺度扰动随传输距离指数增长的条件得出小尺度扰动增益谱表达式,数值分析得到发散球面波背景下小尺度扰动的变化特性。采用文献[11]的局部能量守恒方法,求得发散光束成丝距离表达式。讨论了发散光束初始曲率半径对小尺度自聚焦的影响。

2 发散光束小尺度扰动的传输方程与增益谱

非线性傍轴波动方程为

$$\nabla_{\perp}^2 E + 2jk_0 \frac{\partial E}{\partial z} = -k_0^2 \frac{n_2 |E|^2}{n_0} E, \quad (1)$$

式中 $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} n_0$ 为介质中的波数, n_2 为非线性折射率系数, E 为入射光场。发散球面波背景下的调制光束为

$$E(x, y, z) = \frac{RA(x, y, z)}{z} \exp\left[\frac{jk_0(x^2 + y^2)}{2z}\right], \quad (2)$$

其中 R 为入射光束的初始曲率半径, z 为传输距离且 $z \in [R, \infty)$, $A(x, y, z)$ 为调制场的振幅。

球面波因子的引入使(1)式求解困难,做如下坐标变换^[12]:

$$x' = \frac{R}{z}x, \quad y' = \frac{R}{z}y, \quad z' = R - \frac{R^2}{z}, \quad (3)$$

入射场变换为

$$E(x, y, z) = \frac{R}{z} \exp\left[\frac{jk_0(x^2 + y^2)}{2z}\right] A(x', y', z'), \quad (4)$$

即 (x, y, z) 坐标系下的 $A(x, y, z)$ 变换为 (x', y', z') 坐标系下的 $A'(x', y', z')$ 。将(4)式代入(1)式,得 (x', y', z') 坐标系下 $A'(x', y', z')$ 满足如下方程:

$$(\nabla')_{\perp}^2 A' + 2jk_0 \frac{\partial A'}{\partial z'} = -k_0^2 \frac{n_2 |A'|^2}{n_0} A', \quad (5)$$

$$\text{其中 } (\nabla')_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial(x')^2} + \frac{\partial^2}{\partial(y')^2}.$$

由(5)式可知,经坐标变换, (x', y', z') 坐标系下 $A'(x', y', z')$ 满足的非线性傍轴波动方程与 (x, y, z) 坐标系下 E 满足的非线性傍轴波动方程具有相同的形式。沿用 Bessel-Talanov 理论中的处理方法,将 $A'(x', y', z')$ 表示为均匀且光强不随传输距离变化的本底场与小幅度扰动场之和,即

$$A'(x', y', z') = A_s(z') [1 + \epsilon'(x', y', z')] = A_s(z') [1 + u'(x', y', z') + jv'(x', y', z')], \quad (6)$$

其中 $A_s(z')$ 是本底场, $\epsilon'(x', y', z')$ 为小幅度扰动场且满足 $\epsilon'(x', y', z') \ll 1$ 。令扰动场为零,将本底场 $A_s(z')$ 代入(5)式,得 $A_s(z')$ 满足:

$$A_s(z') = A_0 \exp\left(\frac{k_0 n_2 A_0^2}{2n_0} z'\right), \quad (7)$$

其中 A_0 是本底场光强,将(6)式代入(5)式,由(7)式,并利用弱调制条件 $\epsilon'(x', y', z') \ll 1$,分离实部和虚部,得 (x', y', z') 坐标系下小尺度扰动 $u'(x', y', z')$ 和 $v'(x', y', z')$ 满足的传输方程:

$$\begin{cases} (\nabla')_{\perp}^2 u' - 2k_0 \frac{\partial v'}{\partial z'} = -2k_0^2 \frac{n_2}{n_0} A_0^2 u', \\ (\nabla')_{\perp}^2 v' + 2k_0 \frac{\partial u'}{\partial z'} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

由(8)式,经坐标反变换,得 (x, y, z) 坐标系下小尺度扰动 $u(x, y, z)$ 和 $v(x, y, z)$ 满足的传输方程:

$$\begin{cases} \nabla_{\perp}^2 u - 2k_0 \frac{\partial v}{\partial z} = -2k_0^2 \frac{n_2 R^2}{n_0 z^2} A_0^2 u, \\ \nabla_{\perp}^2 v + 2k_0 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

特别当入射发散光束的初始曲率半径 R 趋于无穷大时,方程组(9)与 Bessel-Talanov 理论中的结果一致。

采用傅里叶变换方法解微分方程组(9):

$$\begin{cases} u(x, y, z) = \iint U(q_x, q_y, q_z) \exp(jq_x x + jq_y y) dq_x dq_y, \\ v(x, y, z) = \iint V(q_x, q_y, q_z) \exp(jq_x x + jq_y y) dq_x dq_y, \end{cases} \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式,经推导得

$$\begin{cases} \frac{dV}{dz} = \left[\frac{2k_0^2 n_2 A_0^2 R^2 / (n_0 z^2) - q_{\perp}^2}{2k_0} \right] U, \\ \frac{dU}{dz} = \frac{q_{\perp}^2}{2k_0} V, \end{cases} \quad (11)$$

$q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$ 是横向波矢。记 $\left(\frac{2k_0^2 n_2 A_0^2 R^2}{n_0 z^2} \right)^{1/2} = q_c$,

同时令 $\left(\frac{2k_0^2 n_2 A_0^2}{n_0} \right)^{1/2} = q_{c0}$ 。按常规处理方法,假设小尺度扰动的空间频谱分量随传输距离呈指数增长^[6]:

$$\begin{cases} U = U_0 \exp[G(z)], \\ V = V_0 \exp[G(z)], \end{cases} \quad (12)$$

其中 $G(z)$ 是扰动增益。

将(12)式代入方程组(11),消去 U_0 和 V_0 得扰动增益满足

$$\frac{dG}{dz} = \frac{q_{\perp}}{2k_0} \sqrt{q_c^2 - q_{\perp}^2}, \quad (13)$$

其中 $q_c = q_c(R/z)$ 为发散球面波背景下小尺度扰动增益的临界频率。相比于 Bspalov-Talanov 理论中平面波背景下小尺度扰动增益的临界频率 q_{c0} 可知,随着传输距离 z 增大,发散球面波背景下小尺度扰动的增益临界频率变小,当 $z \rightarrow \infty$ 时 $q_c \rightarrow 0$,即扰动的所有空间频谱成分将停止增长。

求解微分方程(13)得

$$G(z, R, q_{\perp}) = \begin{cases} \frac{q_{\perp} q_{c0} R}{2k_0} \left[\frac{\sqrt{q_c^2 - q_{\perp}^2}}{q_c} - \frac{\sqrt{q_{c0}^2 - q_{\perp}^2}}{q_{c0}} - \ln \left(\frac{q_c + \sqrt{q_c^2 - q_{\perp}^2}}{q_{c0} + \sqrt{q_{c0}^2 - q_{\perp}^2}} \right) \right], & 0 < q_{\perp} < q_c \\ \frac{q_{\perp} q_{c0} R}{2k_0} \left[\ln \left(\frac{q_{c0} + \sqrt{q_{c0}^2 - q_{\perp}^2}}{q_{\perp}} \right) - \frac{\sqrt{q_{c0}^2 - q_{\perp}^2}}{q_{c0}} \right], & q_c < q_{\perp} < q_{c0} \end{cases} \quad (14)$$

(14)式即是发散球面波背景下小尺度扰动增益谱的表达式。

3 数值分析

由 Bspalov-Talanov 理论中 B 积分的定义:

$$B = \int_0^z g_m(z') dz' = G_m(z)$$

可知,对于一定的传输距离 z ,由方程 $\partial G / \partial q_{\perp} = 0$ 可以求得小尺度扰动的最大增长频率 $q_{m\perp}$,当 $q_{\perp} = q_{m\perp}$ 时, $G(z, R, q_{\perp})$ 有最大值 $G_m(z, R, q_{m\perp})$,即传输距离 z 对应的 B 积分。对(14)式做数值分析,选取参量为: $\lambda_0 = 1.054 \times 10^{-4}$ cm, $n_0 = 1.528$, 设传输 100 cm 时 B 积分值 $B_0 = 1.88$, 由 Bspalov-Talanov 理论得 $q_{c0} = \sqrt{4k_0 B_0 / z} = 82.76$ cm⁻¹。

图 1 是传输距离为 100 cm, 发散光束初始曲率半径分别取 ∞ 、2000 cm、1000 cm 和 500 cm 时小尺度扰动增益谱图,其中 $R = \infty$ 表示平面波背景下的小尺度扰动,即 Bspalov-Talanov 理论中的情形。由图 1 可知,对于一定的传输距离和输入功率,随着初始曲率半径的减少,小尺度扰动的最大增长频率变小。最大增益变小,相应的 B 积分也变小。图 2 是初始曲率半径为 2000 cm, 传输距离分别为 ∞ 、1000 cm、500 cm 和 100 cm 时小尺度扰动增益谱图。由图 2 可知,随着传输距离的增加,扰动的最大增长频率减小,而且当传输距离趋于 ∞ 时,扰动增益

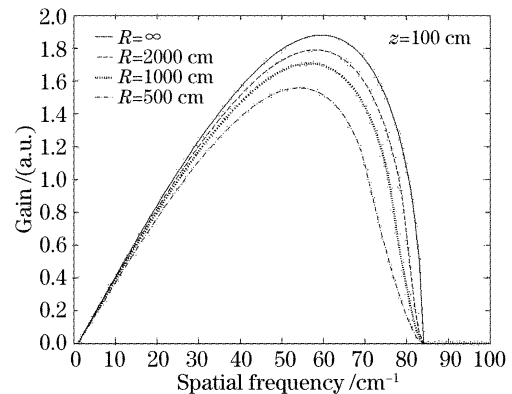


图 1 发散光束初始曲率半径取不同值时的小尺度扰动增益谱

Fig. 1 Gain spectra for small-scale modulation with different initial radii of divergent beams

趋于稳定,即所有空间频谱成分均停止增长,所以对于一定的初始曲率半径, B 积分增长随传输距离增加而减缓并最终停止,趋于一个最大值。图 3 是当传输距离无穷大, 发散光束初始曲率半径分别取 2000 cm、1000 cm、500 cm 和 250 cm 时,小尺度扰动增益谱的最终分布图。由图 3 可知,当传输距离无穷大时,随初始曲率半径的减小, B 积分的最大值也减小。所以结合图 1 与图 3,对于特定的 B 积分值,相比于准直光情形,发散光束允许的传输距离增大,且初始曲率半径越小,该传输距离值越大。

特别指出,图 1 与图 2 所示情形与平面波背景下小尺度扰动在损耗介质中的增益谱图类似,其原

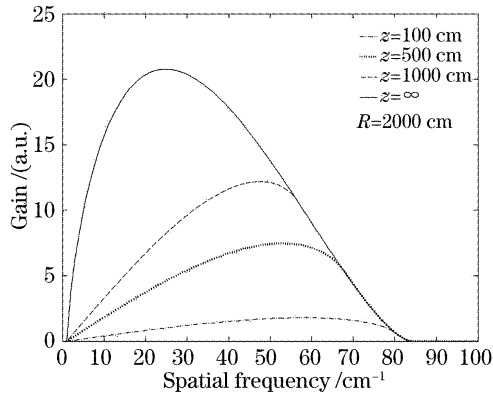


图 2 传输距离不同时小尺度扰动增益谱

Fig. 2 Gain spectra for small-scale modulation with different propagation distance

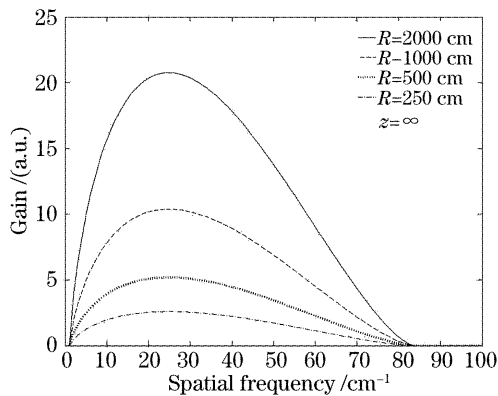


图 3 发散光束初始曲率半径取不同值时的小尺度扰动增益谱

Fig. 3 Gain spectra for small-scale modulation with different initial radii of divergent beams

因在于发散光束小尺度扰动传输方程(9)中非线性项 $2k_0^2 \frac{n_2 R^2}{n_0 z^2} A_0^2 u$ 类似于损耗介质内平面波小尺度扰动传输方程中的对应项 $2k_0^2 \frac{n_2}{n_0} A_0^2 \exp(-\beta z) u^{[13]}$, 随传输距离 z 的增长而减小。文献[13]指出损耗会降低输出功率,所以在输出功率一定的情况下,损耗介质中的 B 积分值将大于无损耗或者增益介质中的 B 积分值。发散光束情形下,非线性项 $2k_0^2 \frac{n_2 R^2}{n_0 z^2} A_0^2 u$ 随传输距离增长而减小是由扩束引起的光强下降造成,该过程不存在损耗,不会引起输出功率下降,所以发散光束可以减小 B 积分值,而且初始曲率半径越小,相应的 B 积分值越小,因此,发散光束可以抑制光束小尺度自聚焦。

4 发散光束的成丝距离

文献[11]指出,高功率激光在非线性介质中传输时,小尺度扰动不断地从背景光场中吸取能量,最

终形成稳定的细丝。在此过程中,最快增长频率对应的扰动具有最大增长率,最先形成细丝。由于背景光场和扰动场具有无穷大的横向范围,所以将大小为 $(\pi/q_x) \times (\pi/q_y)$ 的局域范围作为研究对象,扰动只能从该单元内的背景光场中吸取能量,从而使自己获得放大。当吸取的能量为该单元背景光场的总能量时,扰动停止增长,形成细丝^[11]。

由(8)式可知,在 (x', y', z') 坐标系下,发散光束的小尺度扰动传输方程与 Bessel-Talanov 理论中平面波背景下的小尺度扰动传输方程具有相同的数学表达式,因此二者的最大增长率相同,记为 g_m 。根据文献[11]的局部能量守恒理论,在 (x', y', z') 坐标系下有

$$I_0 = I_1 \exp(g_m z'_{ff}), \quad (15)$$

其中 I_0 是背景光强, I_1 是最快增长频率对应的扰动的初始强度。由(15)式得

$$z'_{ff} = \frac{1}{g_m} \ln\left(\frac{1}{\eta}\right), \quad (16)$$

其中 $\eta = I_1/I_0$ 。由文献[6]知,(16)式与无增益和损耗时平面波背景下小尺度扰动的成丝距离相同,记为 z_0 。根据坐标变换(3)式, (x, y, z) 坐标系下 $z \in [R, \infty)$ 对应于 (x', y', z') 坐标系下 $z' \in [0, R) \infty$ 。因此当 $R \leq z_0$ 时,光束不会成丝;当 $R > z_0$ 时, (x', y', z') 坐标系下发散光束小尺度扰动的成丝距离为 z_0 ,经坐标变换,此时 (x, y, z) 坐标系下相应的成丝距离为 $\frac{R}{R - z_0} z_0$ 。由此得 (x, y, z) 坐标系下发散光束小尺度扰动成丝距离表达式为

$$z_{ff} = \begin{cases} \frac{R}{R - z_0} z_0, & R > z_0, \\ \infty, & R \leq z_0 \end{cases}, \quad (17)$$

由(17)式可知,发散光束使成丝距离变长,而且初始曲率半径越小,成丝距离越长,特别当初始曲率半径足够小时,成丝距离无穷大,即光束不会成丝。这说明发散光束有助于抑制小尺度自聚焦。

5 结 论

从非线性傍轴波动方程出发,研究了发散光束小尺度自聚焦特性,得到了临界频率、最大增长频率和 B 积分的变化规律。同时,利用局部能量守恒定律研究了发散光束的成丝距离。

本文在研究发散光束小尺度自聚焦特性时没有考虑介质增益或损耗的影响。在实际的高功率激光系统中,存在着增益或损耗因素,因此在光束传输过

程中,光强将随传输距离的变化而改变,所以有必要研究介质增益或损耗对发散光束小尺度自聚焦的影响。

参 考 文 献

- 1 H. T. Hunt, P. A. Renard, W. W. Simmons. Improved performance of fusion lasers using the imaging properties of multiple spatial filters[J]. *Appl. Opt.*, 1977, **16**(4): 779~782
- 2 J. T. Hunt, J. A. Glaze, W. W. Simmons *et al.*. Suppression of self-focusing through low-pass spatial filters and relay imaging [J]. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(13): 2053~2057
- 3 W. H. Williams, P. A. Renard, K. R. Manes *et al.*. Modeling of self-focusing experiments by beam propagation codes [R]. *LLNL Laser Program Quarterly Report*, 1996, UCRL-LR-105821-96-1: 1~8
- 4 W. Williams, J. Trenholme, C. Orth *et al.*. NIF design optimization [R]. *LLNL Laser Program Quarterly Report*, 1996, UCRL-LR-105821-96-4: 181~191
- 5 V. I. Bespalov, V. I. Talanov. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids [J]. *JETP Lett.*, 1966, **3**(11): 307~310
- 6 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Theory of small-scale self-focusing of intense laser beams in media with gain or loss[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(7): 1282~1286 (in Chinese)
文双春, 范滇元. 增益(损耗)介质中高功率激光束的小尺度自聚焦理论研究[J]. *物理学报*, 2000, **49**(7): 1282~1286
- 7 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Filamentation of intense laser beam in high power laser and the B integral[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(11): 1331~1335 (in Chinese)
文双春, 范滇元. 高功率激光放大器中光束的成丝和 B 积分[J]. *光学学报*, 2001, **21**(11): 1331~1335
- 8 Lin Xiaodong, Wang Xiao, Li Dayi *et al.*. Analysis of small-scale self-focusing effects in nonlinear media with gain[J]. *Chin. J. Lasers*, 2002, **29**(5): 418~420 (in Chinese)
林晓东, 王 逍, 李大义 等. 非线性增益介质中的小尺度自聚焦特性分析[J]. *中国激光*, 2002, **29**(5): 418~420
- 9 Alan H. Paxton. Formation of filaments in expanding beams in semiconductor amplifiers[C]. *Proc. SPIE*, 1993, **1868**: 244~250
- 10 Lew Goldberg, Marc R. Surette, David Mehuys. Filament formation in a tapered GaAlAs optical amplifier[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1993, **62**: 2304~2306
- 11 S. C. Abbi, Nitin C. Kothari. Theory of filament formation in self-focusing media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1979, **43**(26): 1929~1932
- 12 Edward A. Sziklas, A. E. Siegman. Diffraction calculations using fast Fourier transform methods[C]. *Proc. IEEE*, 1974, **62**: 410~412
- 13 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Small-scale self-focusing of intense laser beams in nonlinear media with loss[J]. *Chin. J. Lasers*, 2000, **B9**(4): 356~360