

文章编号: 1001-4322(2005)09-1365-04

状态参量相关性对实验数据不确定度的影响*

舒 桦, 傅思祖, 黄秀光, 马民勋, 顾 援

(中国工程物理研究院 上海激光等离子体研究所 高功率激光物理联合实验室, 上海 201800)

摘 要: 主要讨论了激光状态方程实验测量中, 标准材料冲击波速度和粒子速度的线性关系式中物理量的相关性对待测材料粒子速度的影响, 以及待测量材料冲击波速度和粒子速度的函数相关性对待测材料压强不确定度的影响。通过激光状态方程实验数据实例计算, 定量地给出了它们对实验精度的影响。经多次实验数据统计表明: 标准材料冲击绝热参数的相关性对待测材料粒子速度相对不确定度的变化小于 0.7%, 待测材料冲击波速度和粒子速度的相关性对待测材料压强相对不确定度的变化在 0.5% 左右。

关键词: 激光状态方程; 相关性; 阻抗匹配; 冲击波

中图分类号: O452 **文献标识码:** A

强激光在材料中驱动产生的冲击波压强随着高功率激光器规模的不断扩大, 已经从初期的 0.2 TPa^[1] 提高到数 TPa^[2,3], 甚至数十 TPa。目前的主要问题是如何实现激光状态方程实验数据的精密测量, 并在此基础上准确给出测量数据的不确定度。这不仅对靶物理及诊断测量提出了更高的要求, 还要在实验数据处理及误差分析方面有一个详尽的考虑^[4,5]。在目前激光状态方程研究中最常用的是利用阻抗匹配法进行材料冲击绝热线实验测量, 其实验不确定度大多只考虑了各种测量环节中所带来的误差及标准材料状态参量误差所带来的影响, 而误差分析中有关参量相关性对数据精度的影响大多未考虑。本文针对这一问题进行了详细讨论, 并利用现有的实验数据计算了标准材料状态参量的相关性对待测材料参量冲击波速度和粒子速度的相关性所引起的对最终测量数据不确定度的影响程度。

1 激光状态方程实验测量简述

用实验方法测定材料的雨贡纽曲线时, 需要测定材料 5 个未知参量中的任意两个, 才能利用冲击波关系式^[6]确定该材料的冲击压缩状态参数。由于激光状态方程实验本身的特点和诊断手段的局限性, 实现绝对测量还有一定难度, 所以目前实验上主要采用阻抗匹配原理进行相对测量, 相应的实验用靶如图 1 所示, 它由基底和 2 个台阶组成(台阶的厚度通过仪器测定), 其中基底和一个台阶由状态参量已知的标准材料 S 制成, 另一个台阶由状态量待测的材料 M 制成。实验时高功率激光辐照基底, 在靶材料中产生高压冲击波。图 2 给出了以 Al 和 Cu 分别作标准材料和待测材料组成的 Al-Cu 阻抗匹配靶背冲击发光信号, 发光前沿的平面区域约 500 μm , 其中基底约 100 μm 。用时间分辨的条纹相机记录靶背面的冲击发光信号就可得到冲击波在 2 个台阶内的度越时间 t_s 和 t_M , 根据预先测量到的 2 个台阶的厚度 d_s 和 d_M 就能够推算出标准材料和待测材料中的冲击波速度 D_s 和 D_M 分别为

$$D_s = d_s/t_s, \quad D_M = d_M/t_M \quad (1)$$

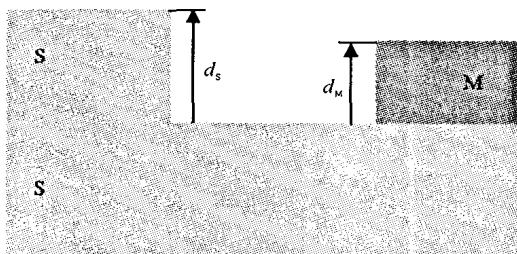


Fig. 1 Sketch map of impedance-match target

图 1 阻抗匹配靶示意图

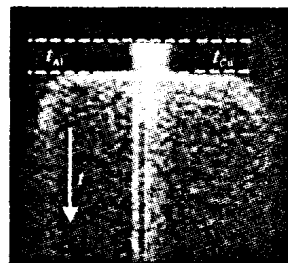


Fig. 2 Shock break-out signal of impedance-match experiment

图 2 阻抗匹配靶背冲击发光信号

* 收稿日期: 2004-11-26; 修订日期: 2005-05-08

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题

作者简介: 舒桦(1979—), 男, 硕士生, 从事激光状态方程研究; 上海 800-229 信箱; E-mail: shuhua1979@hotmail.com。

根据冲击波速度 D 和波后粒子速度 u 的关系式

$$D = c_s + \lambda_s u \quad (2)$$

并利用阻抗匹配原理^[7]就可以求出待测材料的雨贡纽状态参量 u_M 和 p_M (其中 c_s 和 λ_s 为标准材料的冲击绝热参数)

$$u_M = \frac{(4D_s - 3c_s + \frac{\rho_M}{\rho_s} D_M)}{2\lambda_s} - \frac{\sqrt{(4D_s - 3c_s + \frac{\rho_M}{\rho_s} D_M)^2 - 8(c_s^2 - 3c_s D_s + 2D_s^2)}}{2\lambda_s} \quad (3)$$

$$p_M = \rho_M D_M u_M \quad (4)$$

在激光状态方程实验中,通过一次实验可测得一组 (D_s, D_M) , 利用(3)式和(4)式便可计算出待测材料中的压强 p_M 和粒子速度 u_M 。进一步,通过改变每次驱动激光的能量,就可在材料中获得不同的冲击波压强,从而得到待测材料在相应范围内的冲击绝热状态参数。

2 相关性对实验数据的影响

2.1 物理量 c_s 和 λ_s 相关性的影响

标准材料的 c_s 和 λ_s 是由一组标准材料的 u_{sk} 和 D_{sk} ($k=1, 2, \dots, N$) 数据采用最小二乘法线性拟合得到的。并同时给出线性拟合系数的标准偏差,即两者的不确定度 δc_s 和 $\delta \lambda_s$ 。当其它物理量的不确定度在涉及到 δc_s 和 $\delta \lambda_s$ 时,应把由于二者的相关性所带来的协方差 $\delta(c_s, \lambda_s)$ 考虑在内,按协方差的定义有^[8,9]

$$\delta(c_s, \lambda_s) = r(c_s, \lambda_s) \delta c_s \delta \lambda_s \quad (5)$$

其中 $r(c_s, \lambda_s)$ 为 c_s 和 λ_s 的相关系数,其表达式为

$$r(c_s, \lambda_s) = \frac{\sum_{i=1}^N (c_{si} - c_s)(\lambda_{si} - \lambda_s)}{(n-1)\delta c_s \delta \lambda_s} \quad (6)$$

若以 SeSame 3715 铝材料数据作为标准数据,则有 $c_s = 5.826$ km/s, $\lambda_s = 1.208$, $\delta c_s = 0.094$, $\delta \lambda_s = 5.302$ m/s, 其相关系数 $r(c_s, \lambda_s) = -0.827$, 二者为负相关。

待测材料粒子速度 u_M 由标准材料的二次冲击绝热线(或等熵稀疏线)及待测材料的瑞利直线决定,若不考虑 c_s 和 λ_s 的相关性,则其相对不确定度可表示为

$$\left(\frac{\delta u_M}{u_M}\right)_1 = \left[\left(\frac{\partial u_M}{\partial \rho_s}\right)^2 \left(\frac{\delta \rho_s}{\rho_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial \rho_M}\right)^2 \left(\frac{\delta \rho_M}{\rho_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial D_s}\right)^2 \left(\frac{\delta D_s}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial c_s}\right)^2 \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial \lambda_s}\right)^2 \left(\frac{\delta \lambda_s}{\lambda_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial D_M}\right)^2 \left(\frac{\delta D_M}{D_M}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

若考虑 c_s 和 λ_s 的相关性,则应表示为

$$\left(\frac{\delta u_M}{u_M}\right)_2 = \left[\left(\frac{\partial u_M}{\partial \rho_s}\right)^2 \left(\frac{\delta \rho_s}{\rho_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial \rho_M}\right)^2 \left(\frac{\delta \rho_M}{\rho_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial D_s}\right)^2 \left(\frac{\delta D_s}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial c_s}\right)^2 \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial \lambda_s}\right)^2 \left(\frac{\delta \lambda_s}{\lambda_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_M}{\partial D_M}\right)^2 \left(\frac{\delta D_M}{D_M}\right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_M}{\partial c_s}\right) \left(\frac{\partial u_M}{\partial \lambda_s}\right) \frac{\delta(c_s, \lambda_s)}{c_s \lambda_s} \right]^{1/2} \quad (8)$$

其中 $\delta(c_s, \lambda_s)$ 可由(5)式求出。是个负值,显然相关性项的引入将减小 u_M 的不确定度。利用“神光- II”高功率激光装置上采用 Al-Cu 阻抗匹配法进行的激光状态方程实验中所获得的数据,表 1 给出了在考虑相关性项后对待测材料粒子速度 u_M 的相对不确定度的影响。

表 1 相关性项对待测材料粒子速度 u_M 相对不确定度的影响
Table 1 Influence of pertinence on uncertainty of particle velocity u_M

| No. | $\delta d_M/d_M$ | $\delta t_M/t_M$ | $\delta D_M/D_M$ | $(\delta u_M/u_M)_1$ | $(\delta u_M/u_M)_2$ |
|-----|------------------|------------------|------------------|----------------------|----------------------|
| 1 | 0.499% | 0.927% | 1.055% | 2.669% | 2.664% |
| 2 | 0.595% | 0.921% | 1.098% | 2.137% | 2.135% |

其中 $\delta d_M, \delta t_M, \delta u_M$ 分别为靶厚度测量不确定度,冲击波度越时间测量不确定度和冲击波速度测量不确定度; $(\delta u_M/u_M)_1$ 和 $(\delta u_M/u_M)_2$ 分别对应于不考虑和考虑 c_s 和 λ_s 相关性时粒子速度的相对不确定度。

2.2 物理量 D_M 和 u_M 相关性的影响

由标准材料的二次冲击绝热线(或等熵稀疏线)及待测材料的瑞利直线(如图 3 所示),就可以给出 u_M 和 D_M 的函数关系,如(3)式所示。待测材料的瑞利直线方程见(4)式,如果标准材料的二次冲击绝热线已知,那么 u_M 的值完全由待测材料冲击波速度 D_M 决定,图 3 给出了标准材料的二次冲击绝热线 H 和待测材料的 2 条瑞利线 L_1 和 L_2 ,其中 L_2 的斜率大于 L_1 的斜率,即 D_2 大于 D_1 ,但相应的 u_2 却小于 u_1 ,因此可以看出 D_M 和 u_M 是负相关的。并可通过计算给出其相关性项

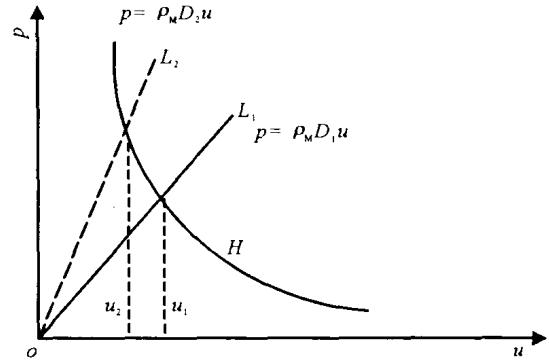


Fig. 3 Secondary shock adiabat of standard material and Rayleigh lines of unknown sample

图 3 标准材料的二次冲击绝热线和待测材料的瑞利直线

$$\delta(D_M, u_M) = \left\{ u_M + \right.$$

$$\left. 2 \left[\frac{\rho_M}{2\lambda_s \rho_s} - \frac{\rho_M(-3c_s + 4D_s + \frac{D_M \rho_M}{\rho_s})}{2\lambda_s \rho_s \sqrt{-8(c_s^2 - 3c_s D_s + 2D_s^2) + (-3c_s + 4D_s + \frac{D_M \rho_M}{\rho_s})^2}} \right] \right\} \frac{\delta D_M^2}{D_M} \quad (9)$$

下面讨论物理量 D_M 和 u_M 的相关性对待测材料压强 p_M 不确定度的影响。待测材料压强 p_M 的计算式见(4)式,若不考虑 D_M 和 u_M 的相关性,则其相对不确定度可表示为

$$\left(\frac{\delta p_M}{p_M} \right)_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial p_M}{\partial \rho_M} \right)^2 \left(\frac{\delta \rho_M}{\rho_M} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_M}{\partial D_M} \right)^2 \left(\frac{\delta D_M}{D_M} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_M}{\partial u_M} \right)^2 \left(\frac{\delta u_M}{u_M} \right)^2} \quad (10)$$

若考虑 D_M 和 u_M 的相关性,则应表示为

$$\left(\frac{\delta p_M}{p_M} \right)_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial p_M}{\partial \rho_M} \right)^2 \left(\frac{\delta \rho_M}{\rho_M} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_M}{\partial D_M} \right)^2 \left(\frac{\delta D_M}{D_M} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_M}{\partial u_M} \right)^2 \left(\frac{\delta u_M}{u_M} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_M}{\partial D_M} \right) \left(\frac{\partial p_M}{\partial u_M} \right) \delta(D_M, u_M)} \quad (11)$$

针对表 1 中所列的二发次实验数据并利用式(10)和(11),可计算出相关性项 $\delta(D_M, u_M)$ 所引起的对待测材料压强 p_M 的相对不确定度的影响,结果如表 2 所示。

表 2 相关性项对待测材料压强 p_M 相对不确定度的影响

Table 2 Influence of pertinence on uncertainty of particle pressure p_M

| No. | $\delta d_M/d_M$ | $\delta l_M/l_M$ | $\delta D_M/D_M$ | $(\delta p_M/p_M)_1$ | $(\delta p_M/p_M)_2$ |
|-----|------------------|------------------|------------------|----------------------|----------------------|
| 1 | 0.499% | 0.927% | 1.055% | 3.032% | 2.656% |
| 2 | 0.595% | 0.921% | 1.098% | 2.404% | 2.116% |

其中 $(\delta p_M/p_M)_1$ 和 $(\delta p_M/p_M)_2$ 分别对应于不考虑和考虑 D_M 和 u_M 相关性时,压强的相对不确定度。

3 结 论

通过上述对阻抗匹配法激光状态方程实验测量中涉及到有关物理量相关性及其对待测材料状态参量 (u_M, p_M) 不确定度影响的全面分析和实例计算,定量地给出了这一影响的大小。从表 1 的计算结果中可以看出标准材料的物理量 c_s 和 λ_s 的相关性对粒子速度 u_M 的不确定度影响很小,经多发次实验数据统计,其影响所带来的 u_M 相对不确定度的变化小于 0.7%,因此在计算粒子速度 u_M 的不确定度时可以忽略 c_s 和 λ_s 相关性项的影响。从表 2 的计算结果中可以看出,物理量 (D_M, u_M) 的相关性对 p_M 不确定度的影响比较大,它所引起的 p_M 相对不确定度的变化在 0.5% 左右,对于目前高精度激光状态方程实验测量中,要求压强的相对不确定度达到 3% 的精度目标而言,这一影响是很大的,因此在计算 p_M 不确定度时必须考虑物理量 (D_M, u_M) 相关性项的影响。

参考文献:

[1] Van K, Sigel R. Observation of laser-driven shock waves in solid hydrogen[J]. *Phys Rev Lett*, 1974, 33:1020—1023.
 [2] Cattel F, Hallouin M, Romain J P, et al. Enhancement of a laser-driven shock wave up to 10 TPa by the impedance-match technique[J]. *Appl Phys Lett*, 1985, 47:678—680.

- [3] Ng A, Parfeniuk D, DaSilva L B. Hugoniot measurements for laser-generated shock waves in aluminum[J]. *Phys Rev Lett*, 1985, **54**: 2604—2607.
- [4] Ozaki N A, Tanaka K A, Ono T, et al. GEKKO-HIPER-driven shock waves and equation-of-state measurements at ultrahigh pressures [J]. *Phys Plasmas*, 2004, **11**:1600—1608.
- [5] Rothman S D, Evans K A M, Horsfield C J, et al. Impedance match equation of state experiments using indirectly laser-driven multimegabar shocks[J]. *Phys Plasmas*, 2002, **9**:1721—1733.
- [6] 经福谦. 实验物态方程导引[M]. 北京:科学出版社,1988. 83. (Jin F Q. Guide of experimental equation of state. Beijing: Science Press, 1988. 83)
- [7] 马民勋, 顾援. 阻抗匹配实验误差的问题[J]. 高压物理学报, 1991, **5**(2):150—153. (Ma M X, Gu Y. Problem about error in impedance-match experiment. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 1991, **5**(2):150—153)
- [8] 沙定国. 误差分析与测量不确定度评定[M]. 北京:中国计量出版社,2003. (Sha G D. Error analysis and measurement uncertainty evaluation. Beijing: China Metrology Publishing House, 2003)
- [9] Seber G A F. Linear regression analysis[M]. New York: John Wiley and Sons, 1977.

Influence of pertinence of physical parameters on uncertainty of experimental data

SHU Hua, FU Si-zu, HUANG Xiu-guang, MA Min-xun, GU Yuan

(National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Laser Plasma, CAEP,
P. O. Box 800-229, Shanghai 201800, China)

Abstract: This paper discussed the influence of the pertinence of two couples of physical parameters on the uncertainty of particle velocity and the shock pressure of test sample. The influence was estimated from calculation of experimental data. By a great deal of experimental statistic data, the influence of the pertinence of Hugoniot parameters on the uncertainty of particle velocity was less than 0.7%, and the influence of the pertinence of physical parameters shock velocity and particle velocity on the uncertainty of shock pressure was about 0.5%.

Key words: Laser equation of state; Pertinence; Impedance-match; Shock wave