

文章编号: 100124322(2004)1221549204

会聚厄米2双曲余弦高斯光束的光强分布和焦移^X

彭润伍, 范滇元

(中国科学院 上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要: 基于厄米2双曲余弦高斯光束通过无光阑限制薄透镜聚焦的解析传输公式,研究了厄米2双曲余弦高斯光束聚焦区域的光强分布,并对光束的焦移进行了分析,讨论了偏心参数对光强主极大位置的影响。结果表明:TEM₁₁模厄米2双曲余弦高斯光束的相对焦移(绝对值)随偏心参数和菲涅尔数的减小而增大,菲涅尔数较大时相对焦移趋于零。TEM₂₂模光束在偏心参数小于0.54时,轴外与轴上光强极大值的比值大于1,此时光强主极大在轴外,偏心参数大于0.54时则相反;在偏心参数等于0.54时比值为1,此时光束有两个主极大,偏心参数愈大光强愈集中于轴上。使用LW法和GH法得到的TEM₂₂模光束的相对焦移(绝对值)随偏心参数和菲涅尔数的变化规律与TEM₁₁模光束一致,但相同参数下使用这两种方法得出的具体结果不同。

关键词: 厄米2双曲余弦高斯光束; 光强分布; 焦移; 焦平面; 偏心参数

中图分类号: O435; TN241 **文献标识码:** A

长期以来,寻找亥姆霍兹方程的近轴近似解是人们感兴趣的研究课题^[1,2],Casperson 和 Tovar 提出厄米2双曲正弦高斯(HShG)光束也是波动方程的近轴近似解^[2],并研究了这类光束的产生和传输^[3]。HShG光束是包含了多种光束的有广泛意义的光束解,已有部分论文对其中的一些具体光束进行了研究^[4~6]。Belafhal 和 Ibnchaikh 研究了其中之一的厄米2双曲余弦高斯(HChG)光束的传输特性^[5],但论文中没有讨论 HChG 光束聚焦后光强分布特点和焦点的移动规律。众所周知,光束聚焦后往往会发生焦移现象^[7],这是实际应用中准确确定实际焦面位置需要解决的问题。因此人们对光束在聚焦中产生的焦移现象进行了不懈地探索^[7~10]。

本文对 HChG 光束聚焦后的光强分布和焦移进行了详细研究,发现与其它光束不同,HChG 光束在聚焦区域由于物理参数的变化会引起光强在传输方向中心轴上的消失,或者传输方向中心轴上存在光强但光强主极大可能在传输方向的轴上,也可能不在轴上。针对不同情况我们采用不同方法来研究 HChG 光束的实际焦面位置问题,得出了焦点移动规律。

1 HChG 光束通过无光阑限制薄透镜聚焦的传输公式

假设有 HChG 光束通过无光阑限制焦距为 $f (f > 0)$ 的薄透镜光学系统,光束束腰与透镜在同一平面,则入射面 $z = 0$ 处光束场可写为^[2]

$$E_0(x, y, 0) = A_0 H_m(\sqrt{2} \frac{x}{w_0}) H_n(\sqrt{2} \frac{y}{w_0}) \cosh(\Omega_0 x) \cosh(\Omega_0 y) \exp(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}) \quad (1)$$

A_0 是 $x = y = 0$ 中心位置的场振幅; H_m, H_n 是厄米多项式, m, n 是厄米函数的模指数; w_0 是高斯光束束腰宽度; Ω_0 是与双曲余弦部分有关的参数^[2]。通过广义惠更斯-菲涅尔衍射积分得到 HChG 光束聚焦场分布

$$E(\xi, \eta, z) = \frac{A_0}{4} \frac{i\pi N_F}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \left[\frac{z/f - (1 - z/f)i\pi N_F}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \right]^{(m+n)/2} \times \\ \exp\left\{ \frac{a^2 z/f}{2[z/f + (1 - z/f)i\pi N_F]} - \frac{i\pi N_F(1 - i\pi N_F)}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} (\xi^2 + \eta^2) \right\} \times \\ \left\{ \exp\left[\frac{i\pi N_F a \xi}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \right] H_m \left[\frac{2\pi N_F \xi - iaz/f}{\sqrt{2(z/f)^2 + 2(1 - z/f)^2 \pi^2 N_F^2}} \right] + \right. \\ \left. \exp\left[-\frac{i\pi N_F a \xi}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \right] H_m \left[\frac{2\pi N_F \xi + iaz/f}{\sqrt{2(z/f)^2 + 2(1 - z/f)^2 \pi^2 N_F^2}} \right] \right\} \times$$

X 收稿日期:2004203201; 修订日期:2004207212

基金项目:国家 863 计划项目资助课题

作者简介:彭润伍(1971-),男,博士研究生,主要从事高功率激光技术和激光传输研究;E2mail: pengrunwu@mail.siom.ac.cn.

$$\left\{ \exp\left[\frac{i\pi N_F a \eta}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \right] H_n\left[\frac{2\pi N_F \eta - i a z/f}{\sqrt{2(z/f)^2 + 2(1 - z/f)^2 \pi^2 N_F^2}} \right] + \exp\left[- \frac{i\pi N_F a \eta}{z/f + (1 - z/f)i\pi N_F} \right] H_n\left[\frac{2\pi N_F \eta + i a z/f}{\sqrt{2(z/f)^2 + 2(1 - z/f)^2 \pi^2 N_F^2}} \right] \right\} \quad (2)$$

其中与高斯光束有关的菲涅尔数 $N_F = w_0^2 / \lambda f$; 光束的偏心参数 $a = \Omega_0 w_0$ ^[4]; 归一化相对坐标 $\xi = x / w_0, \eta = y / w_0$; z 是考察面到透镜中心的距离; λ 是光在真空中的波长。聚焦区域的光强分布为

$$I(\xi, \eta, z) = |E(\xi, \eta, z)|^2 \quad (3)$$

2 HChG 光束的光强分布和焦移

2.1 TEM₁₁ 模 HChG 光束

使用上面推导的传输公式得到 TEM₁₁ 模 HChG 光束聚焦后在几何焦面附近的光强分布,如图 1 所示 ($\eta = 0$)。TEM₁₁ 模 HChG 光束在传输方向轴上的光强为零,与自由空间传输^[5]时一样。从图中看出光束的光强极大不在 $z = f$ 的几何焦面上,而是相对于几何焦面往透镜方向发生了位置移动,即产生了焦移。研究焦移的传统方法^[7](简称 LW 法)是由 $dI(0, 0, z) / dz = 0$ 决定轴上光强极大值的位置 z_{max} ,然后可得出相对焦移

$$\Delta z_f = (z_{max} - f) / f \quad (4)$$

显然 LW 法不能用于轴上光强为零的 TEM₁₁ 模 HChG 光束焦移的研究。为确定其焦平面,用垂直传输方向上包含了 80% 光强的面积来定义束宽,最小束宽 w_{min} (即束腰宽度)对应的轴上位置 $z = z_{max}$ 为实际焦面位置^[8],得到 z_{max} 后再由式(4)则可得出相对焦移。该方法简称 GH 法。

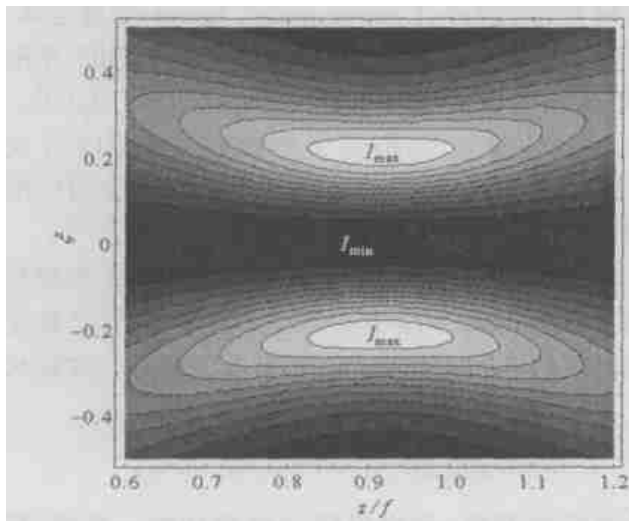


Fig. 1 Contour lines of the intensity of TEM₁₁ mode HChG beam along z-axis

图 1 TEM₁₁ 模 HChG 光束沿 z 轴的等光强线 ($a = 0.3, N_F = 1$)

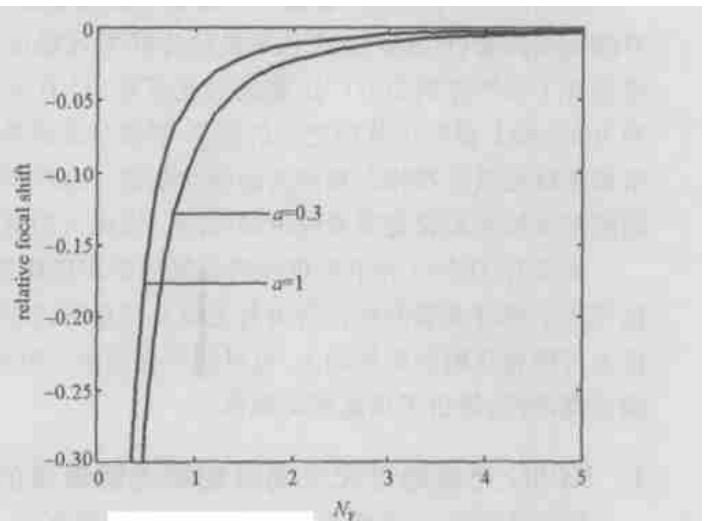


Fig. 2 Relative focal shift of TEM₁₁ mode HChG beam versus Fresnel number

图 2 TEM₁₁ 模 HChG 光束的相对焦移随菲涅尔数的变化

图 2 表示用 GH 法得到的 TEM₁₁ 模 HChG 光束的相对焦移随偏心参数 a 和菲涅尔数 N_F 的变化规律。相对焦移为负值表示实际焦面相对于几何焦面朝透镜的方向移动,相对焦移(绝对值)随 a 和 N_F 的减小而增大, N_F 较大时相对焦移趋于零。

2.2 TEM₂₂ 模 HChG 光束

图 3 ($\eta = 0$) 表示 TEM₂₂ 模 HChG 光束聚焦后沿传输方向的光强分布,其轴上存在光强,但与其它光束的光强主极大位置始终在轴上或轴外的特点不同,TEM₂₂ 模 HChG 光束光强主极大的位置随参数变化会在轴上和轴外之间变化。图 3 中 $a = 0.3$ 时轴外光强极大 $I_{max\ off}$ 大于轴上光强极大 $I_{max\ on}$,光强主极大在轴外; $a = 1$ 时 $I_{max\ off}$ 小于 $I_{max\ on}$,光强主极大位于轴上。图 4 表示 $I_{max\ off}$ 与 $I_{max\ on}$ 的比值随 a 的变化,光强主极大位置变化规律可从该图得出。 $a < 0.54$ 时比值大于 1,表示 $I_{max\ off}$ 大于 $I_{max\ on}$,此时光强主极大在轴外; $a > 0.54$ 时则相反。在 a 等于 0.54 时比值为 1,此时 $I_{max\ off}$ 与 $I_{max\ on}$ 相等,则光束有两个主极大。随着 a 的增大 $I_{max\ off}$ 相对于 $I_{max\ on}$ 逐渐减小,表明 a 愈大光强愈集中于轴上。

从 TEM₂₂ 模 HChG 光束光强分布特点来看,用 LW 法和 GH 法研究其焦移都是可行的,图 5 表示使用了这两种方法研究焦移得到的结果。两种方法得到的相对焦移(绝对值)随 a 和 N_F 的变化规律与 TEM₁₁ 模

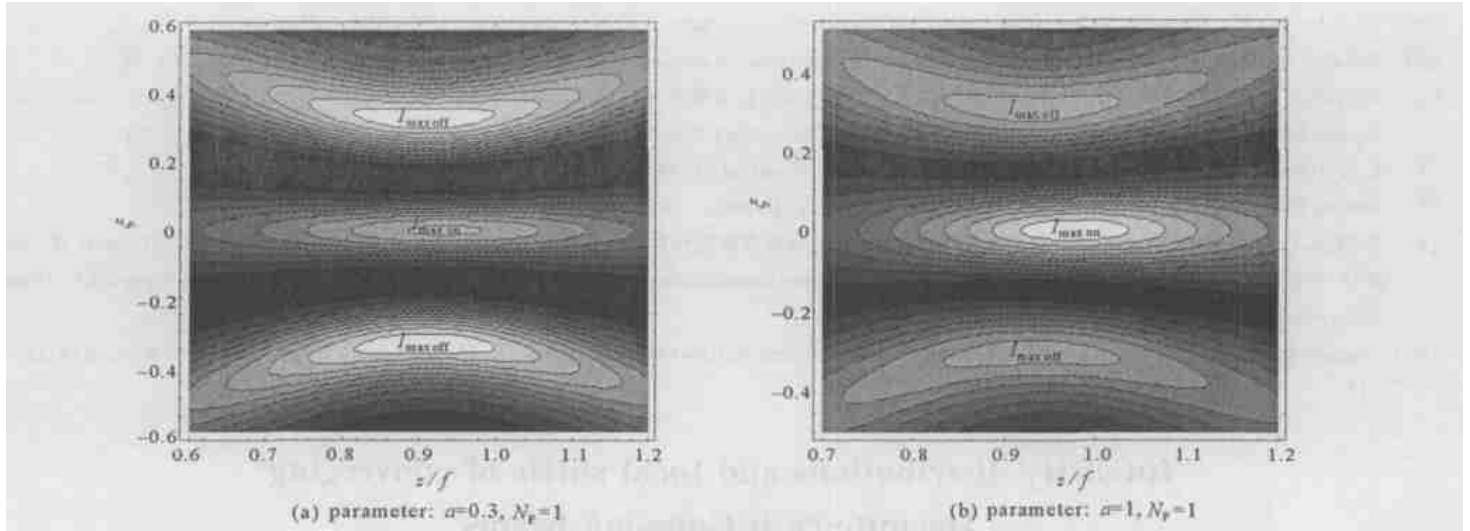


Fig. 3 Contour lines of the intensity of TEM₂₂mode HChG beam along z₂axis

图 3 TEM₂₂模 HChG 光束沿 z 轴的等光强线

HChG 光束一致,然而相同参数下使用这两种方法得出的具体相对焦移结果不同。例如 $N_F = 1, a = 0.3$ 时 LW 法得到的相对焦移为 -0.066 , 而 GH 法得到的结果是 -0.084 , GH 法比 LW 法得到的相对焦移(绝对值)要大,两者差值为 0.018 。这可以从图 3 的光强分布特点得到解释:LW 法考虑的是轴上的光强,GH 法则考虑了包括轴外的大部分光强,而图 3 中轴外的光强极大比轴上的光强极大更靠近透镜,从而使 GH 法得到的结果更大。另外,从图 5 中可看出两者差值随 N_F 的增大而减小。

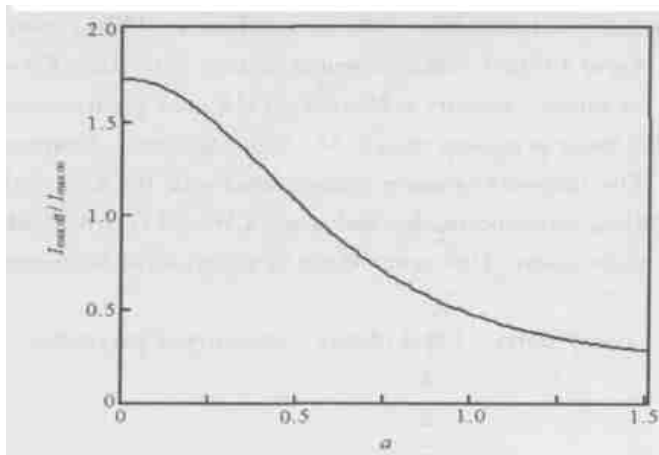


Fig. 4 Ratio of off-axis maximum intensity to on-axis maximum intensity versus decentered parameter

图 4 轴外与轴上光强极大的比值随偏心参数的变化

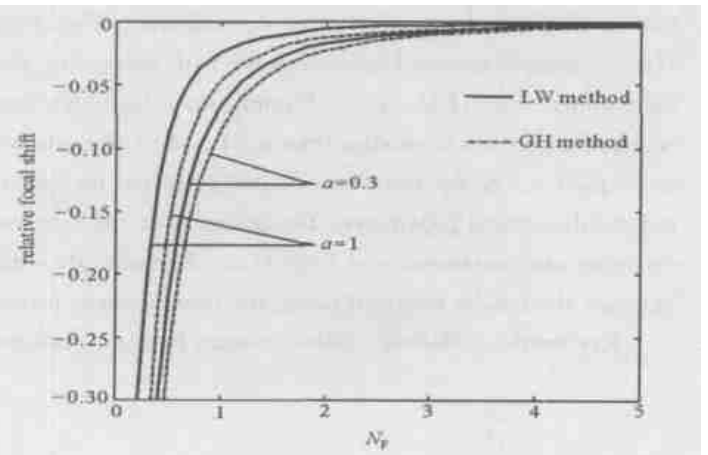


Fig. 5 Relative focal shift of TEM₂₂mode HChG beam versus Fresnel number

图 5 TEM₂₂模 HChG 光束的相对焦移随菲涅尔数的变化

3 结 论

研究得出聚焦光强分布和焦点位置受模指数、偏心参数和菲涅尔数等物理参数的影响。与已研究过的光束相比较,HChG 光束聚焦后其光强有着不同的分布特点,即有些模式传输方向中心轴上光强为零,有些模式传输方向中心轴上存在光强但光强主极大可能在轴上,也可能不在轴上。因此研究焦移时对于前一种情况不能使用传统的研究方法,而对后一种情况使用不同的研究方法得出的结果存在差异。后者究竟采用哪一个结果必须根据使用这类光束时的主要目的来确定,如果追求的是聚焦后光斑的功率密度,以 GH 法的结果为依据较好,如果强调传输方向轴上的光强极大,则以 LW 法的结果为依据较理想。

参考文献:

[1] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gaussian beams[J]. *Opt Commun*, 1987, **64**: 491—495.
 [2] Casperson L W, Tovar A A. Hermite-Gaussian beams in complex optical system[J]. *J Opt Soc Am A*, 1998, **15**(12): 954—961.
 [3] Tovar A A, Casperson L W. Production and propagation of Hermite-Gaussian laser beam[J]. *J Opt Soc Am A*, 1998, **15**(12): 2425—2432.

- [4] Lü B D, Ma H, Zhang B. Propagation properties of cosh-Gaussian beams[J]. *Opt Commun*, 1999, **164**: 165—170.
- [5] Belafhal A, Ibnchaikh M. Propagation properties of Hermite-cosh-Gaussian laser beams[J]. *Opt Commun*, 2000, **186**: 269—276.
- [6] 彭润伍, 吕百达. 用环围功率法研究双曲正弦高斯光束的焦移[J]. *强激光与粒子束*, 2003, **15**(8): 733—735. (Peng R W, Lü B D. Focal shift in sinh-Gaussian beams by using the encircled-power method. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(8): 733—735)
- [7] Li Y, Wolf E. Focal shift in diffracted converging spherical waves[J]. *Opt Commun*, 1981, **39**: 211—215.
- [8] Greene P L, Hall D G. Focal shift in vector beams[J]. *Opt Express*, 1999, **4**: 411—419.
- [9] 彭润伍, 吕百达. 拉盖尔高斯光束通过光阑透镜分离系统的聚焦特性和焦移[J]. *强激光与粒子束*, 2002, **14**(4): 541—545. (Peng R W, Lü B D. Focused field characteristics and focal shift of Laguerre-Gaussian beams passing through an aperture-lens separation system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(4): 541—545)
- [10] Zapata-Rodríguez C J, Saavedra G, Martínez-Corral M. Focal shift in optical waves with off-axis focus[J]. *Opt Commun*, 2003, **216**: 11—17.

Intensity distributions and focal shifts of converging Hermite-cosh-Gaussian beams

PENG Runwu, FAN Dianyuan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences,
P. O. Box 8002211, Shanghai 201800, China)

Abstract: Based on the closed-form propagation expression of Hermite-cosh-Gaussian beams passing through an unapertured thin lens, intensity distributions in focal region were studied. Focal shifts of the beams and dependences of maximal intensity position on decentered parameter were investigated. The results show that the relative focal shifts (absolute value) in TEM₁₁-mode Hermite-cosh-Gaussian beams increase with decreasing decentered parameter and Fresnel number, and tend zero with large Fresnel number. For TEM₂₂-mode Hermite-cosh-Gaussian beams the principal maximum intensity is located off the axis when the decentered parameter is smaller than 0.54 and on the axis when decentered parameter is greater than 0.54. When decentered parameter equals 0.54, the beam has double principal maximum intensity here. The intensity is more concentrated into the axis with greater decentered parameter. Dependences of the relative focal shifts in TEM₂₂-mode beam obtained using LW and GH methods on decentered parameter and Fresnel number coincide with that of TEM₁₁-mode beam. However, there is quantitative difference between the results obtained using the two different methods.

Key words: Hermite-cosh-Gaussian beams; Intensity distribution; Focal shift; Focal plane; Decentered parameter