

DOI: 10.3969/j.issn.1673-6141.2023.06.001

# 基于同步挤压小波变换的毫米波雷达时频分析方法研究

李丛, 徐华, 戴聪聪\*, 冯阳, 邓权, 周志明

(深圳市宏电技术股份有限公司感知产品中心部, 广东 深圳 518100)

**摘要:** 针对雷达回波信号能量弱、信噪比低、难以获取高质量中频信号的频域特征, 从而导致测量误差较大的问题, 提出了同步挤压小波变换 (SST) 结合中值滤波的信号时频分析方法, 实现强随机噪声压制。首先, 构造 24 G 连续调频雷达回波信号的仿真模型, 通过添加瑞利杂波和高斯随机噪声, 对比短时傅里叶变换 (STFT)、连续小波变换 (CWT)、SST 时频分析图, 提出瞬时频率识别精度作为评价指标  $I$ ; 其次, 利用 STFT、CWT、SST 算法对实际距离为 6 m 的回波信号进行时频谱分析。研究表明: SST 能更好地突出瞬时频率特性, 并且可将随机噪声压缩为低能量短线条形。基于该分布特点, SST 结合中值滤波能很好地抑制噪声,  $I$  值相对于 SST、STFT、CWT 分别降低了 0.21、0.55、0.71, 瞬时频率识别精度更高, 同时逆变换重构信号的波峰波谷值得到较好的保持, 且在不同距离下探测精度误差也最小。

**关键词:** 毫米波雷达; 同步挤压小波变换; 中值滤波; 时频分析; 识别精度; 随机噪声

中图分类号: TN98

文献标识码: A

文章编号: 1673-6141(2023)06-503-013

## Time-frequency analysis of millimeter radar based on synchrosqueezing wavelet transform

LI Cong, XU Hua, DAI Congcong\*, FENG Yang, DENG Quan, ZHOU Zhiming

(Shenzhen Hongdian Technology Co., Ltd., Perception Product Center, Shenzhen 518100, China)

**Abstract:** Due to the weak energy and low signal-to-noise ratio of radar echo signals, it is difficult to obtain the frequency domain characteristics of high quality medium frequency signals, which often leads to large measurement error. To address this issue, a signal time-frequency analysis method combining synchrosqueezing wavelet transform (SST) with median filtering is proposed to achieve strong random noise suppression. Firstly, a simulation model of 24 G frequency modulated continuous wave (FMCW) radar echo signal is constructed. By adding Rayleigh clutter and Gaussian random noise, the frequency analysis diagrams from short-time Fourier transform (STFT), continue wavelet transform (CWT), and SST are compared, and the instantaneous frequency identification accuracy is proposed as an evaluation index  $I$ . Secondly, STFT, CWT and SST algorithms are used to analyze the time spectrum of the echo signals with

基金项目: 深圳市战略新兴产业发展专项资金 (GCZX2015083116590400), 广州市科技计划项目 (201707020020)

作者简介: 李丛 (1986-), 河南周口人, 硕士, 主要从事雷达信号处理的研究。E-mail: 1429006134@qq.com

收稿日期: 2022-06-13; 修改日期: 2022-07-19

\*通信作者。E-mail: 2898471415@qq.com

an actual distance of 6 meters. The research results indicate that SST can better highlight the instantaneous frequency characteristics and compress the random noise into low-energy short lines and strips. Based on the distribution characteristics, SST combined with median filtering can effectively suppress the noise, with  $I$  value decreasing by 0.21, 0.55 and 0.71 compared with SST, STFT and CWT, respectively. Compared with the traditional SST, STFT and CWT, the instantaneous frequency recognition accuracy of the proposed method is highest, while the peak and valley values of the reconstructed signals through inverse transform can be well maintained, at the same time, and the detection accuracy error at different distances is also the smallest.

**Key words:** millimeter wave radar; synchrosqueezing wavelet transform; median filtering; time frequency analysis; identification accuracy; random noise

## 0 引言

传统测距雷达的信号处理采用直接傅里叶变换 (FFT) 分析, 按照最大功率原则在频域上选择能量峰值谱线所对应的频率计算距离, 这种方法测量结果的误差精度对信号平稳性有较高的要求<sup>[1]</sup>。但在实际工作环境下造成中频信号频谱不稳定的因素很多。其中瑞利分布、K分布等随机噪声是最常见的杂波类型, 在信号中普遍存在, 随机性强且没有固定规律。若微弱的回波信号被噪声淹没, 易造成距离误检, 或者容易带来虚警<sup>[2]</sup>。

随着雷达技术在更多领域的应用, 对回波信号的去噪及时频分析能力的要求都在逐渐提高。为此, 学者们针对雷达回波处理提出了许多方法, 其中, 施瑞阳等<sup>[3]</sup>针对雷达回波信号存在剩余杂波点迹问题, 选取反映目标点迹和杂波点迹差异化的特征, 利用弹性神经网络算法对模型进行训练, 实现了对雷达点迹的自动准确识别, 并很好地实现了杂波过滤。孙杨<sup>[4]</sup>提出运用小波阈值去噪对微波测距雷达中频信号进行处理, 对比分析了软阈值、硬阈值、软硬折衷阈值和改进阈值函数去噪方法, 研究结果表明改进阈值函数降噪后信号误差最小, 但该方法受小波基函数选取的影响。苟辛琳等<sup>[5]</sup>针对激光雷达容易受到噪声干扰而导致测距结果存在误差偏大的问题, 对 FFT 分析的峰-峰位置差进行卡尔曼滤波, 将其映射为真实的空间距离, 结果表明该方法能有效地抑制噪声, 测距更稳定, 误差更小。李志刚等<sup>[6]</sup>利用 Wigner-Hough 时频分析法保证了中频信号具有较清晰的主频特性, 同时也有效地抑制了交叉分布的干扰。

2011年, Daubechies 等<sup>[7]</sup>提出同步挤压小波变换算法 (SST)。该算法建立在连续小波变换 (CWT) 基础上, 对 CWT 时频谱结果进行挤压, 增加瞬时频率能量集中性, 降低了随机噪声在时频谱图分布的能量, 从而实现抑制。SST 和 CWT 都可以进行逆变换恢复原始信号<sup>[8-10]</sup>。张琪和刘彦萍<sup>[11]</sup>运用 SST 和 CWT 对微震信号进行时频分析, 结果表明相比 CWT, SST 抑制随机噪声的效果更优。童涛等<sup>[12]</sup>运用 SST 方法分析复杂电力系统谐波时频曲线, 并对比发现 SST 更适合分析非线性调频电力谐波。李海等<sup>[13]</sup>利用 SST 方法对探地雷达信号进行时频谱分析, 并设计二维滤波器在时频域进行消噪, 仿真和实际结果表明该方法能取得很好的滤波效果。满蔚仕等<sup>[14]</sup>利用 SST 对人体运动模型雷达回波信号进行分解, 通过对比人体各部位时频域特征从而获得人体运动姿态信息。可以看出, 在测距雷达信号处理领域, 运用同步挤压小波变换进行时频谱分析的研究还比较少。

本文首先建立了24 G测距雷达回波信号仿真模型,提出把瞬时频率识别精度作为指标,对比验证短时傅里叶变换(STFT)、小波变换(CWT)和SST时频分析效果;随后通过对实际测量的回波信号进行CWT、STFT和SST分析,并基于噪声分布特点;最后结合中值滤波进行逆变换重构信号,验证了该方法对随机噪声的抑制能力以及对瞬时频率的识别能力最优。

## 1 同步挤压小波变换

首先对时域信号 $f(t)$ 进行连续小波变换,得到小波系数 $W_f(a, b)$ ,即

$$W_f(a, b) = \int f(t) a^{1/2} \varphi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (1)$$

式中 $\varphi^*$ 为母小波函数的共轭, $a$ 为尺度参数, $b$ 为时间参数。

根据帕塞瓦尔原理,令回波信号 $f(t) = A \cos wt$ ,将式(1)变换为

$$W_f(a, b) = \int f^\sigma(\varepsilon) a^{1/2} \varphi^\sigma(a\varepsilon) e^{ib\varepsilon} d\varepsilon, \quad (2)$$

式中 $f^\sigma(\varepsilon)$ 、 $\varphi^\sigma(\varepsilon)$ 分别为 $f(t)$ 、 $\varphi(t)$ 的频域变换, $\varepsilon$ 是角频率。 $f(t)$ 的傅里叶变换为

$$f^\sigma(\varepsilon) = \pi A [\delta(\varepsilon - w) + \delta(\varepsilon + w)]. \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),可得

$$W_f(a, b) = \frac{A}{4\pi} a^{1/2} \varphi^\sigma(aw) e^{ibc}. \quad (4)$$

如果 $\varphi^\sigma(\varepsilon)$ 在 $\varepsilon = w_0$ 处集中分布,则系数 $W_f(a, b)$ 也将会在尺度 $a = w/w_0$ 处集中分布。

因此通过对变换后的小波系数求导即可得到瞬时频率<sup>[15]</sup>

$$W_f(a, b) = \begin{cases} -i [W_f(a, b)]^{-1} \frac{\partial}{\partial b} W_f(a, b), & |W_f(a, b)| > 0 \\ \infty, & |W_f(a, b)| = 0 \end{cases}. \quad (5)$$

将式(5)中小波系数 $W_f(a, b)$ 转化到时间-频率平面,变为 $W_f[W_f(a, b), b]$ 。

同步挤压变换量值 $T_f(w_l, b)$ 可以通过挤压任一中心频率 $w_l$ 附近区间 $[w_l - \frac{1}{2} \Delta w, w_l + \frac{1}{2} \Delta w]$ 的值叠加获得,其中 $\Delta w = w_l - w_{l-1}$ 。因此,小波系数的挤压变换<sup>[16]</sup>可表示为

$$T_f(w_l, b) = \Delta w^{-1} \sum_{a_k: |w_l(a_k, b) - w_l| \leq \Delta w/2} W_f(a_k, b) a_k^{-3/2} \Delta a_k, \quad (6)$$

式中 $a_k$ 为离散尺度,且 $a_k - a_{k-1} = \Delta a_k$ 。

同步挤压小波变换的逆变换为

$$f(t) = \text{Re} [C_\varphi^{-1} \sum T_f(w_l, b) (\Delta w)], \quad (7)$$

式中 $C_\varphi^{-1} = \int_0^\infty \varphi^*(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}$ ,  $\text{Re}$ 表示实部值, $\varphi^*(\varepsilon)$ 为母小波函数共轭的傅里叶变换。

## 2 回波信号 SST 模拟仿真分析

### 2.1 三角波调频原理分析

以三角波信号进行调频时,其表达式为

$$f(t) = \begin{cases} f_0 - \frac{B}{2} + at, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ f_0 + \frac{3B}{2} - at, & \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases}, \quad (8)$$

式中  $f_0$  为中心频率;  $B$  为带宽;  $a$  为斜率, 其值为  $2B/T$ , 其中  $T$  为调频周期<sup>[17]</sup>。调频波形如图1所示。主要以上升段调频作为分析, 其发射信号<sup>[18]</sup>可表示为

$$S_t(t) = A_t \cos 2\pi \left[ \left( f_0 - \frac{B}{2} \right) t + \frac{at^2}{2} \right] + n_t(t), \quad (9)$$

式中  $A_t$  表示信号幅度;  $f_0$  表示雷达发射中心频率;  $n_t(t)$  表示噪声, 主要包含电路中的元器件产生的噪声。

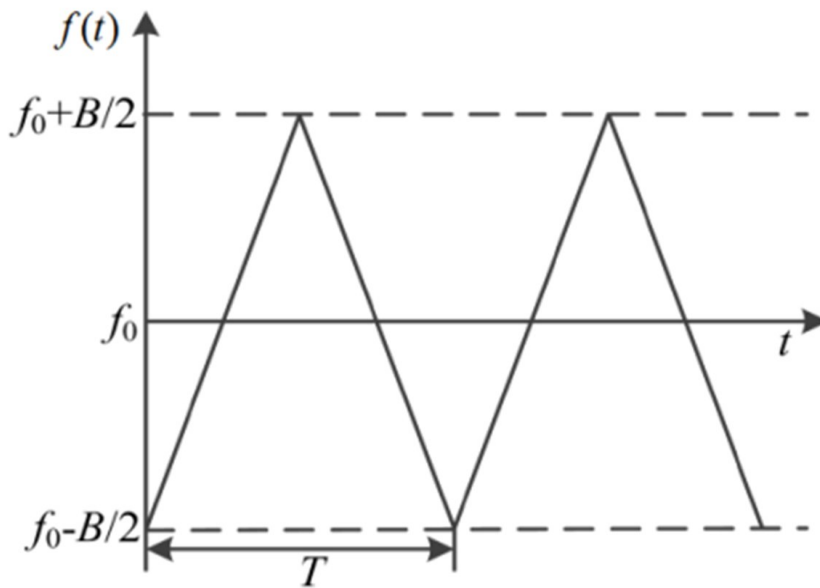


图1 三角波调频波形

Fig. 1 Frequency modulation waveform of triangular wave

由于回波信号与发射信号只是在时间上存在一定的延时  $\tau$ , 其值为  $2R/c$ ,  $R$  表示目标距离。将其带入式(9), 回波信号可以表示为

$$S_r(t) = A_r \cos 2\pi \left[ \left( f_0 - \frac{B}{2} \right) (t - \tau) + \frac{a(t - \tau)^2}{2} \right] + n_r(t), \quad (10)$$

式中  $A_r$  表示回波信号幅度;  $n_r(t)$  表示噪声, 主要包含除目标之外一切物体反射回来的杂波干扰和内部接收机产生的热噪声<sup>[19]</sup>。

由于中频信号是部分发射信号作为本振信号并与回波信号进行混频之后产生的, 根据式(9)、(10), 可得

中频信号  $S_b(t)$  的表达式为

$$\begin{aligned}
 S_b(t) = & S_i(t)S_r(t) = \\
 & \frac{1}{2} A_i A_r \cos 2\pi[(f_0 - \frac{B}{2})t + \frac{\alpha t^2}{2} - (f_0 - \frac{B}{2})(t - \tau) + \frac{\alpha(t - \tau)^2}{2}] + \\
 & \frac{1}{2} A_i A_r \cos 2\pi[(f_0 - \frac{B}{2})t + \frac{\alpha t^2}{2} + (f_0 - \frac{B}{2})(t - \tau) + \frac{\alpha(t - \tau)^2}{2}] + \\
 & A_i \cos 2\pi[(f_0 - \frac{B}{2})t + \frac{\alpha t^2}{2}] n_r(t) + A_r \cos 2\pi[(f_0 - \frac{B}{2})(t - \tau) + \\
 & \frac{\alpha(t - \tau)^2}{2}] n_i(t) + n_r(t)n_i(t), \tag{11}
 \end{aligned}$$

其中包含有高频信号和噪声信号。该中频信号经过低通滤除高频干扰,表达式为

$$S_b(t) = \frac{1}{2} A_i A_r \cos 2\pi(\alpha t \tau + (f_0 - \frac{B}{2})\tau - \frac{\alpha \tau^2}{2}) + n_r(t)n_i(t). \tag{12}$$

信号频率公式为  $f_b = \alpha \tau$ , 其中  $\alpha = 2B/T$ ,  $\tau = 2R/c$ , 代入其中可得

$$R = \frac{cT}{4B} f_b. \tag{13}$$

## 2.2 雷达仿真信号 SST 分析

根据三角波调频原理分析,建立中频信号仿真模型,并在 MATLAB 中实现。其设置的参数有:雷达中心频率  $f_0$  为 24 GHz,带宽  $B$  为 300 MHz,调频周期  $T$  为 2 ms,光速  $c$  为  $3 \times 10^8$  m/s,探测目标距离为 6 m,采样频率为 20 KHz,采样点数为 4096,雷达反射截面幅度为 12.5。在回波信号中模拟 10 次加入概率密度符合瑞利分布的随机噪声(标准差为 30,信噪比为 -10.7 dB),并对 FFT 分析的最大功率谱和频点取 10 次平均,其中 MATLAB 仿真原始波形和一组含噪波形及其对应频谱分析如图 2 所示。由图可知,对比无噪信号频谱图,当所加随机噪声标准差值较小时,频谱分析对应的最大能量谱峰能准确找到,对最大功率点求 10 次平均,真实频点为 1230,平均最大功率为 24168.295 dB,相对于图 2 (b) 增加了 222.896 dB,说明所加的噪声在同频带能量有叠加。根据式 (13),频率为 6.005 kHz,距离为 6.027 m,相比实际距离误差为 0.027 m。

当其他条件不变时,在回波信号中模拟 10 次加入瑞利分布的随机噪声(标准差为 120,信噪比为 -27.1 dB),并对 FFT 分析的最大功率和频点取 10 次平均,其中一组 MATLAB 仿真回波波形和对应频谱分析如图 3 所示。当加入标准差为 120 的随机噪声时,从图 3 (a) 和图 3 (b) 可以看出,原始的回波信号已经被干扰信号完全淹没,对最大功率点求 10 次平均,信号最大功率对应的实际频点由 1230 变为 1384,平均最大功率为 26229.03,相对于图 2 (d) 中第 1384 个频点增加了 20562,说明噪声在同频带能量有更多的叠加。根据式 (13),距离为 6.384 m,相对于实际距离误差偏离较大。

因此,当随机干扰越大,信噪比越低时,FFT 分析主频误差较大,从而计算的距离误差也较大。同时也验证了 FFT 对于非线性平稳信号不能反映出信号在局部时间中特征,主频容易产生误判现象。故对图 2 (a) 中 SNR 为 -10.7 dB 的回波信号分别进行 SFTF、CWT、SST 变换,得到的时频谱如图 4 所示。由图可知,SST、STFT 能量分布较为清晰,在主频 6 kHz 左右汇集,SST 时频图能量谱相对 STFT 较大,SST 在高频分布的小能量噪声呈短线型,而 CWT 的能量谱更大,且相对宽而模糊,在整个频率和时间上噪声能量都有分布。

为量化比较 SST、STFT 及 CWT 的性能,采用时频域整个时间内瞬时频率的均方根值作为评价指标  $I$ ,

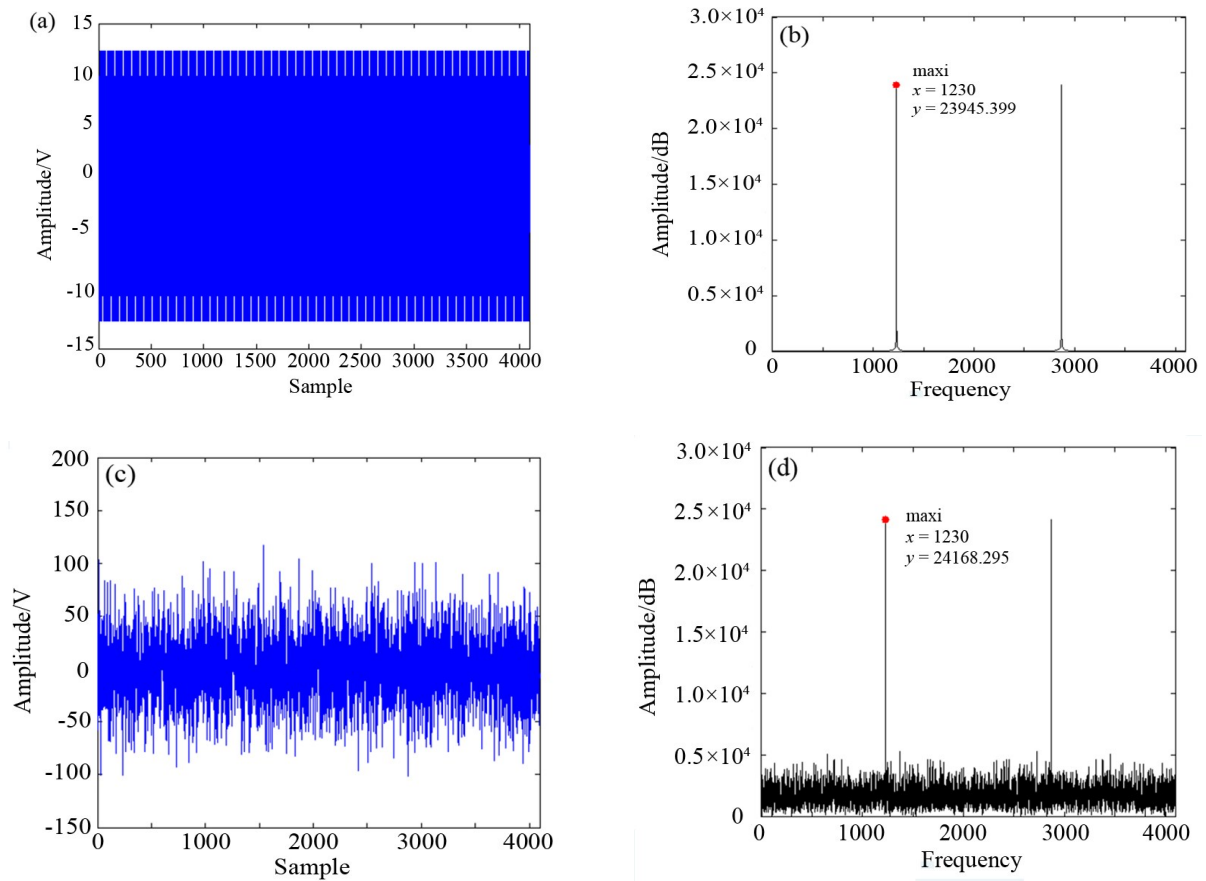


图 2 回波信号及频谱分析图。(a) 不含噪声的回波信号; (b) 无噪回波信号频谱分析; (c) 含噪声的回波信号; (d) 含噪回波信号频谱分析

Fig. 2 Echo signals and the corresponding spectrum analysis diagrams. (a) Echo signal without noise; (b) spectrum analysis of noiseless echo signal; (c) echo signal with noise; (d) spectrum analysis of noisy echo signal

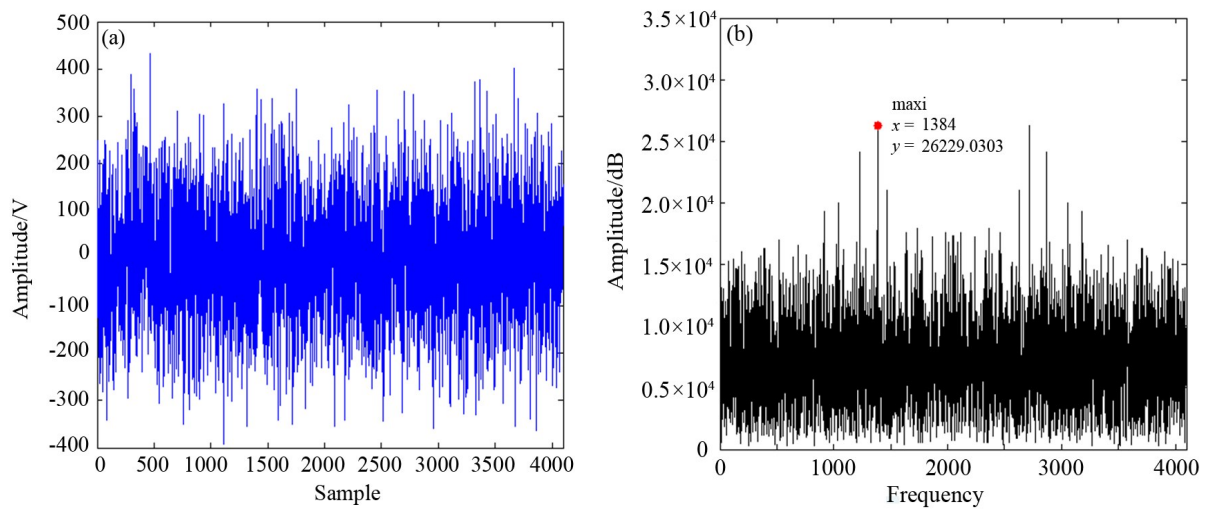


图 3 含噪回波信号及频谱分析图。(a) 含随机噪声的回波信号; (b) 含噪信号频谱分析

Fig. 3 Noisy echo signal and the corresponding spectrum analysis diagram. (a) Echo signal with random noise; (b) spectrum analysis of noisy signal

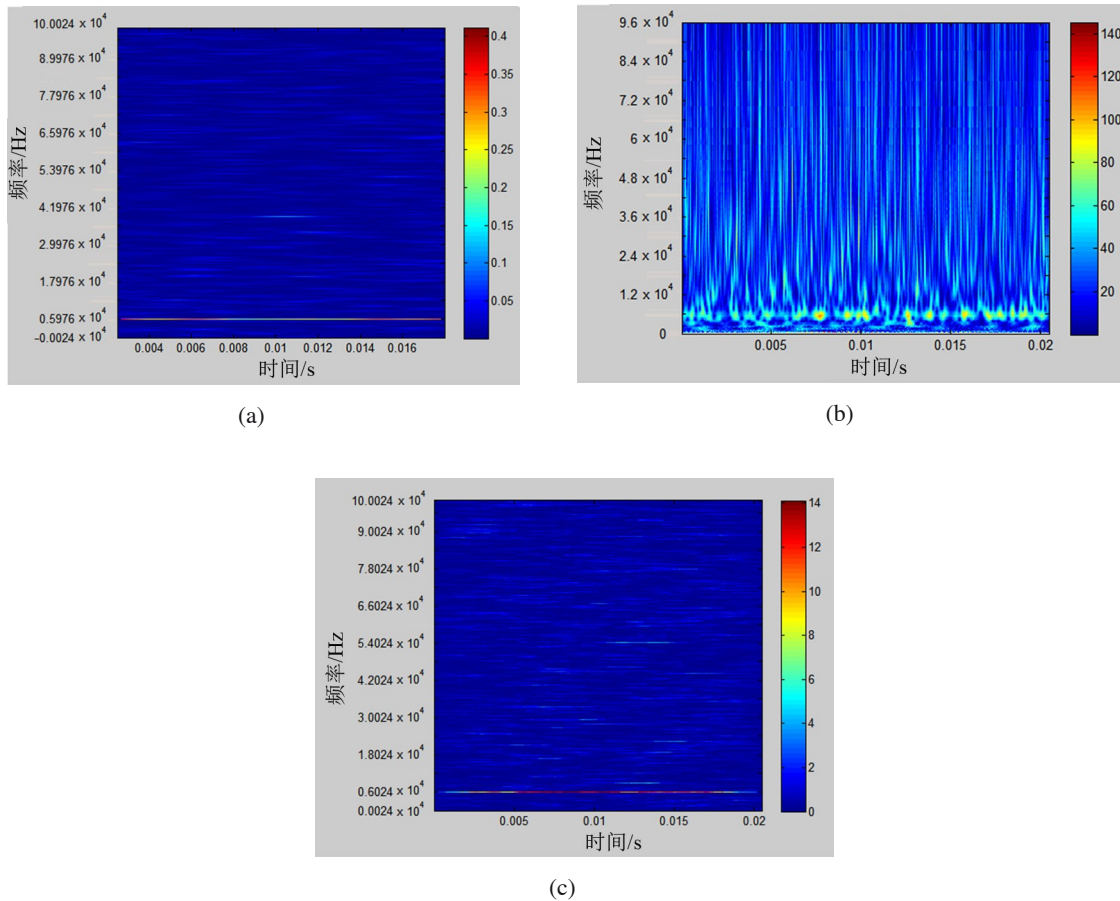


图 4 回波信号时频谱图。(a) STFT; (b) CWT; (c) SST

Fig. 4 Time spectrum diagram of echo signal. (a) STFT; (b) CWT; (c) SST

其表达式为

$$I = \frac{\sqrt{\int_0^T [f_d(t) - f_e(t)]^2}}{\sqrt{\int_0^T [f_e(t)]^2}}, \tag{14}$$

式中  $f_d(t)$  为识别值,  $f_e(t)$  为理论值。若  $I$  值越小, 表明识别效果越好。由式 (14) 计算获得 STFT、SST、CWT 的  $I$  值, 分别为 1.21、1.20、1.83, 对于幅值较小、信噪比较低的随机噪声, STFT、SST 具有更好的抑制能力, 相对 CWT 具有更小的  $I$  值, 表明整个时间内瞬时频率值识别效果更好。为进一步验证三种算法对信噪比更低的信号瞬时频率识别能力, 对图 3 (a) 中信噪比 (SNR) 为  $-27.1$  dB 的回波信号进行 SFTF、CWT、SST 变换, 得到的时频谱如图 5 所示。由图可知, CWT 在频率和时间方向上能量不集中, 相对模糊, 频率特性无法分析, STFT 在频率方向上存在波动, SST 相对于 STFT、CWT 较为集中, 整个时间内瞬时频率波动小, 但在高频分布的小能量噪声也呈短线型, 整个能量在主频  $6.024$  kHz 左右汇集。

由式 (14) 计算获得此时 STFT、SST、CWT 的  $I$  值, 分别为 1.39、1.31、2.41, 对于信噪比更低的随机噪声, SST 具有更好的抑制能力, 相对 CWT、STFT, 其  $I$  值更小, 瞬时频率识别能力更强。

图 6 为添加不同信噪比的随机噪声下三种算法对瞬时频率识别能力对比图。由图可知, 随着信噪比的

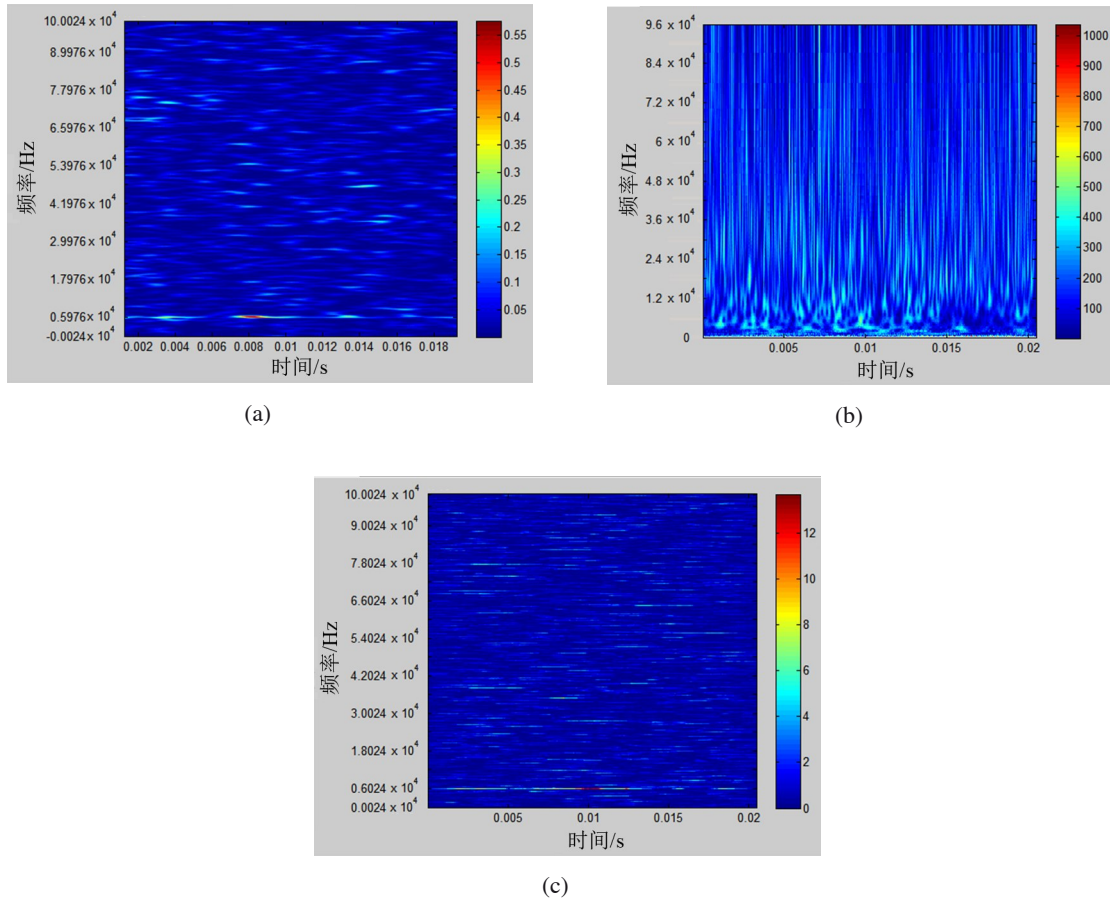


图 5 三种算法时频谱图。(a) STFT; (b) CWT; (c) SST

Fig. 5 Time spectrum diagrams of three algorithms. (a) STFT; (b) CWT; (c) SST

增加, 三种算法  $I$  值都呈现逐渐下降的趋势。在信噪比为  $-30$ 、 $-20$ 、 $-10$  dB 时, SST 和 STFT 计算的  $I$  值接近; 相对于 SST、STFT, CWT 的  $I$  值较大, 说明其瞬时频率识别能力较弱; SST 整体表现能力优于 CWT、STFT。

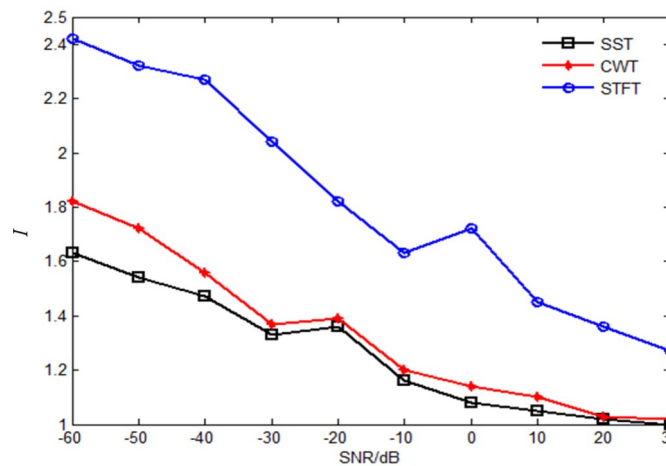


图 6 三种算法在不同信噪比下瞬时频率识别对比

Fig. 6 Comparison of three algorithms for instantaneous frequency identification under different signal-to-noise ratios



### 3 雷达时频分析实验验证

对处于雷达正前方6 m一个静止目标(光滑墙面)进行探测,实验安装环境如图7所示。将雷达固定在三角支架上,保持与墙面垂直,并将雷达升出桌面1 cm左右,以防雷达波打到桌面产生测量误差,通过电脑上串口助手进行数据接收。首先对串口接收的数据进行去趋势分析,图8为实测的雷达回波时域波形图。



图7 安装实物图

Fig. 7 Installation physical diagram

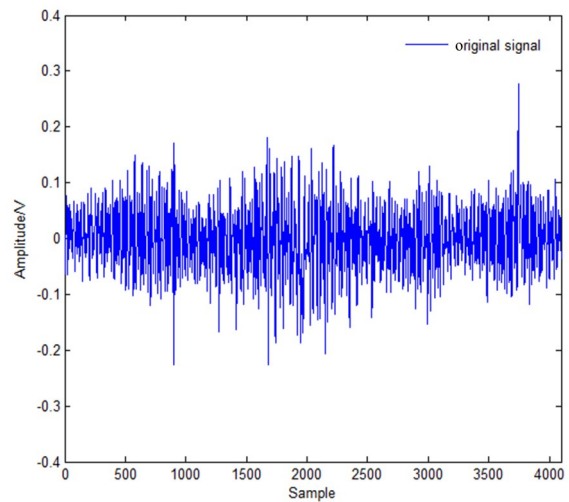


图8 雷达回波信号时域波形图

Fig. 8 Time domain waveform of radar echo signal

对图8采样的时域信号进行STFT、CWT以及SST变换,结果如图9所示。由图9(a)~(c)可知,CWT能量在频率和时间方向上相对分散,噪声在大尺度和小尺度均有分布,STFT在频率范围为1.8015~2.4015 kHz内存在小能量噪声分布,SST在频率和时间方向上能量相对集中,但三者 in 低频段噪声能量都有少量分布,STFT、CWT能量颜色最明显,分布呈短线型,但整体相对于主聚集能量较小。由于通过SST变换后,噪声被压缩为低能量短线型,对变换后的小波系数采用中值滤波法,结果如图9(d)所示。由图9(d)可知,低能量短线型噪声明显去除,信号主频能量在频率和时间方向上更集中,整个时频图呈平滑直线趋势,主频特性更突出。

为了进一步分析SST去噪效果,计算 $I$ 值并对其进行逆变换,结果如图10所示。由图可以看出,SST结合中值滤波后,时域波形图更平稳,去噪效果更好,能更好地压制随机噪声,有效信号的波峰波谷值也能较好地保持。STFT、CWT、SST、SST结合中值滤波的 $I$ 值分别为1.96、2.22、1.62、1.41,SST结合中值滤波的 $I$ 值相对SST、STFT、CWT更小,分别降低了0.21、0.55、0.71,说明瞬时频率识别精度更高,能很好地减小距离计算误差。图11为在测试距离为2~8 m范围内回波信号的 $I$ 值对比。

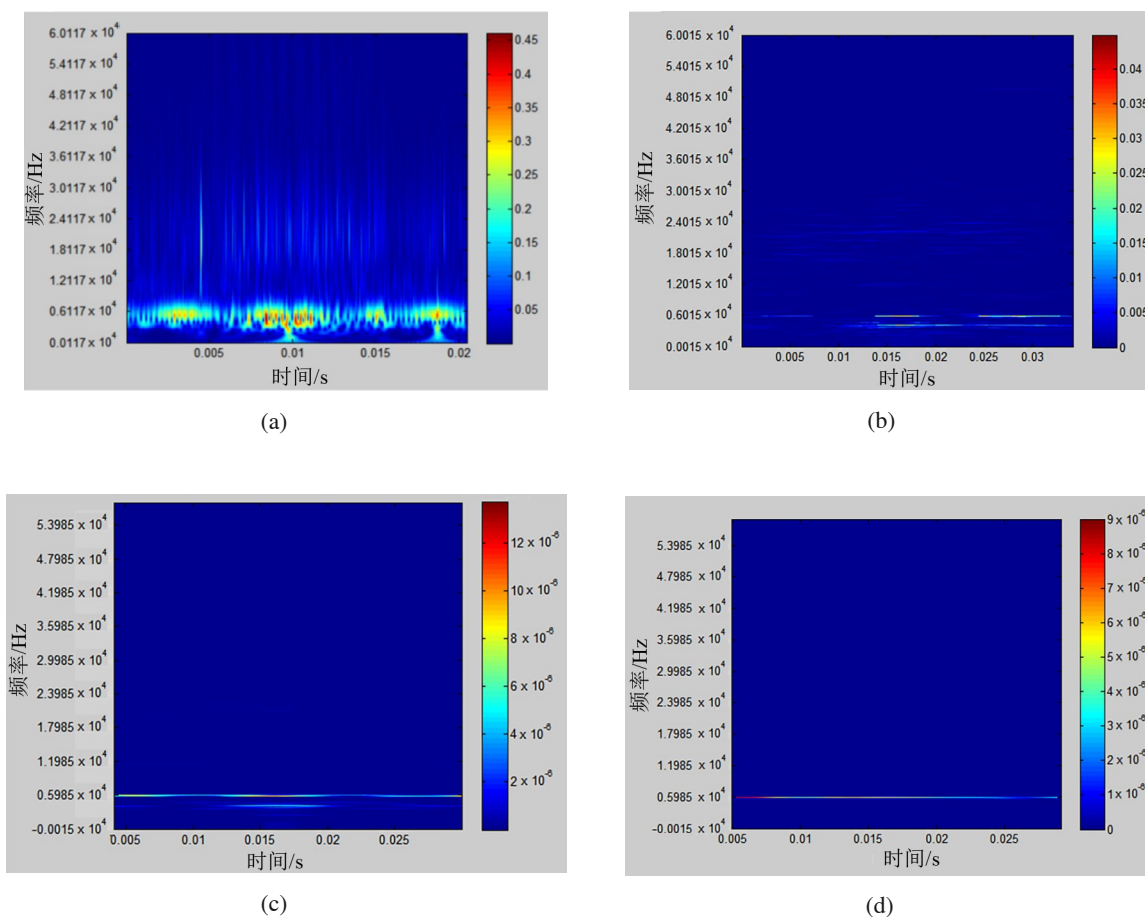


图9 雷达回波信号时频谱图。(a) CWT; (b) STFT; (c) SST; (d) SST-中值滤波

Fig. 9 Time spectrum diagrams of echo signal. (a) CWT; (b) STFT; (c) SST; (d) SST-median filtering

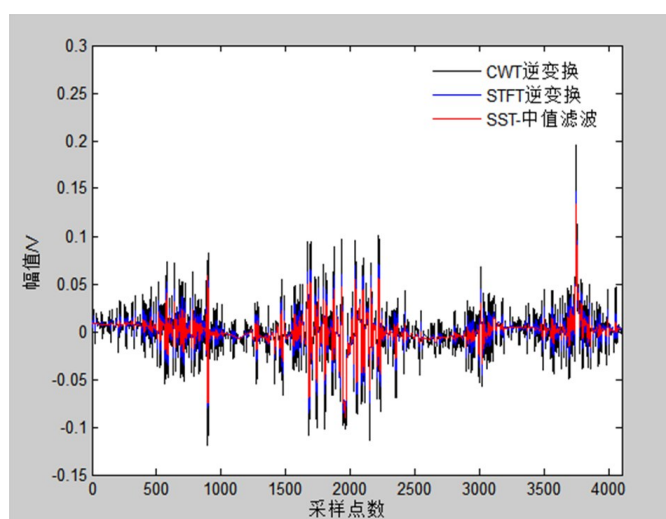


图10 三种逆变换对比效果图

Fig. 10 Comparison of three inverse transforms

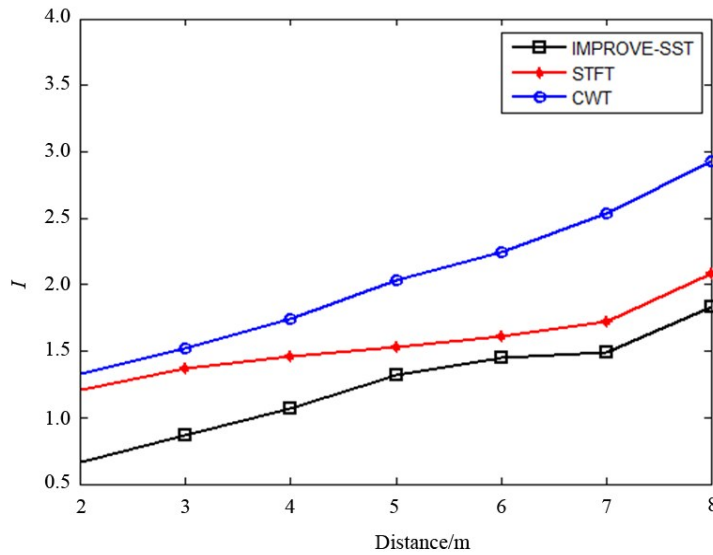


图 11 不同变换方法在不同距离的  $I$  值对比

Fig. 11 Comparison of  $I$  values at different distances for different transformations

为了更进一步验证这些去噪算法对探测精度的影响, 表 4 给出了探测距离在 2~8 m 范围内几种去噪算法结果的测距误差, 表中误差单位为 m。

由图 11 和表 1 分析可知, SST 结合中值滤波相比于 STFT、CWT 更利于随机噪声的抑制, 瞬时频率识别精度也更高, 并且对比不同实测距离探测精度误差也最小, 可为实际工程应用提供理论支撑。

表 1 不同实测距离探测精度对比 (单位: 米)

Table 1 Comparison of detection accuracy at different measured distances (Unit: meter)

Test distance	STFT	CWT	SST	SST-median filter
2	0.126	0.106	0.065	0.035
3	0.153	0.127	0.091	0.053
4	0.174	0.154	0.113	0.074
5	0.206	0.186	0.124	0.081
6	0.223	0.197	0.142	0.093
7	0.254	0.214	0.151	0.116
8	0.281	0.227	0.164	0.122

## 4 结 论

1) 首先建立了 24 G 雷达中频信号仿真模型, 分析了 FFT 频谱分析的弊端, 并通过添加不同信噪比的随机噪声, 提出  $I$  值作为评价指标, 对比验证了 STFT、CWT、SST 三种变换算法瞬时频率识别精度受随机噪声的影响。

2) 将 STFT、CWT、SST 应用于 24 G 测距雷达信号处理中, 实验结果表明: SST 结合中值滤波可将随机噪声压缩为低能量短线条形噪声,  $I$  值相对于 SST、STFT、CWT 分别降低了 0.21、0.55、0.71, 瞬时频率识别精度更高, 且逆变换重构信号的波峰波谷值能较好地保持, 对比不同距离下探测精度误差也最小。

**参考文献:**

- [1] Wei Z L, Fu N, Qiao L Y, *et al.* A parameter estimation method for sub-Nyquist sampled radar signals based on frequency-domain delay-Doppler two-dimensional focusing [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(11): 3228-3236.  
尉志良, 付宁, 乔立岩, 等. 基于频域时延-多普勒二维聚焦的欠采样雷达信号参数估方法 [J]. 电子与信息学报, 2021, 43(11): 3228-3236.
- [2] Wan R J. *Research on Key Signal Processing Technology of Millimeter Wave LFM Continuous Wave Automotive Radar* [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2019.  
万仁杰. 毫米波线性调频连续波汽车雷达关键信号处理技术研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2019.
- [3] Shi D Y, Lin Q, Hu B, *et al.* Radar residual clutter suppression method based on improved BP neural network [J]. *Journal of Sichuan Ordnance*, 2021, 42(10): 79-85.  
施端阳, 林强, 胡冰, 等. 基于改进BP神经网络的雷达剩余杂波抑制方法 [J]. 兵器装备工程学报, 2021, 42(10): 79-85.
- [4] Sun Y. *Research on Key Technologies of 24 GHz Radar Ranging* [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2019.  
孙杨. 24GHz雷达测距关键技术研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2019.
- [5] Gou X L, Li Z C, Liang Y L, *et al.* Research on lightweight MEMS LIDAR ranging denoising algorithm [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2021, 35(11): 177-184.  
苟辛琳, 李则辰, 梁永楼, 等. 轻量级MEMS-LIDAR测距去噪算法研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(11): 177-184.
- [6] Li Z G, Wang B G, Wang Y F. Application of Wigner-Hough transform in signals processing of millimeter wave anti-collision radar [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2006, 20(2): 52-55.  
李志刚, 王宝光, 王亚飞. Wigner-Hough变换在毫米波防撞雷达信号处理中的应用 [J]. 电子测量与仪器学报, 2006, 20(2): 52-55.
- [7] Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 3(2): 243-261.
- [8] Fu H, Liu G Q, Xing L. Fault traveling wave ranging method based on synchrosqueezing wavelet transform [J]. *Power System Protection and Control*, 2020, 48(2): 18-24.  
付华, 刘公权, 邢亮. 基于同步挤压小波变换的故障行波测距方法 [J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(2): 18-24.
- [9] Liu J L, Zheng J Y, Zheng W T, *et al.* Recognition of signal instantaneous frequency based on improved synchronous squeezing wavelet transform [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(4): 814-821, 848.  
刘景良, 郑锦仰, 郑文婷, 等. 基于改进同步挤压小波变换识别信号瞬时频率 [J]. 振动测试与诊断, 2017, 37(4): 814-821, 848.
- [10] Liu J L, Zheng J Y, Lin Y Q, *et al.* Instantaneous frequency identification of time-varying structures using variational mode decomposition and synchrosqueezing wavelet transform [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(20): 24-31.  
刘景良, 郑锦仰, 林友勤, 等. 变分模态分解和同步挤压小波变换识别时变结构瞬时频率 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(20): 24-31.
- [11] Zhang Q, Liu Y P. The time-frequency characteristic analysis of seismic prospecting signals based on synchrosqueezing transform [J]. *Petrochemical Industry Technology*, 2019, 26(8): 116-118.  
张琪, 刘彦萍. 基于同步挤压变换的地震勘探信号时频特性分析 [J]. 石化技术, 2019, 26(8): 116-118.
- [12] Tong T, Zhang X Y, Kong D Q, *et al.* Harmonic analysis of power system based on synchrosqueezing transform [J]. *Acta Energiae Solaris Sinica*, 2021, 42(8): 49-56.  
童涛, 张新燕, 孔德钱, 等. 基于同步挤压变换的电力系统谐波分析 [J]. 太阳能学报, 2021, 42(8): 49-56.
- [13] Li H, Huang Z L, Liu Y L. De-noising method of ground penetrating radar signal based on synchrosqueezing S-transform [J].

*Journal of Tianjing University of Science & Technology*, 2018, 33(6): 67-72.

李海,黄忠来,刘玉良.基于同步挤压S变换的探地雷达信号消噪方法[J].天津科技大学学报,2018,33(6):67-72.

- [14] Man W S, Zhu Z Y, Zhang Z Y, *et al.* A method of human motion postures analysis using synchrosqueezed wavelet transform [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(12): 8-13.

满蔚仕,朱宗耀,张志禹,等.采用同步挤压小波变换的人体运动姿态分析[J].西安交通大学学报,2017,51(12):8-13.

- [15] Liu J L, Wang X Y, Zheng J Y, *et al.* Instantaneous frequency identification based on synchroextraction and maximum modulus of time-frequency coefficients [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2021, 41(3): 519-526.

刘景良,王新宇,郑锦仰,等.基于同步提取和时频系数模极值的瞬时频率识别[J].振动测试与诊断,2021,41(3):519-526.

- [16] Pan X, Cao S Y, Xu Y K, *et al.* The hydrocarbon detection technology based on synchrosqueezing wavelet transform [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2020, 63(11): 4176-4187.

潘晓,曹思远,徐彦凯,等.基于同步挤压小波变换的烃类识别技术[J].地球物理学报,2020,63(11):4176-4187.

- [17] Winkler V. Range Doppler detection for automotive FMCW radars [C]. *2007 European Radar Conference*. October 10-12, 2007, Munich, Germany. IEEE, 2007: 166-169.

- [18] Anghel A, Vasile G, Cacoveanu R, *et al.* Short-range wideband FMCW radar for millimetric displacement measurements [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(9): 5633-5642.

- [19] Feng S L, Cui Q, Guo X Q, *et al.* Optical fringes removal in TDLAS based on wavelet denoising [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2022, 17(3): 328-335.

冯仕凌,崔琪,郭心骞,等.小波降噪对TDLAS干涉抑制的研究[J].大气与环境光学学报,2022,17(3):328-335.