

DOI: 10.3969/j.issn.1673-6141.2023.05.002

# 强湍流效应下光束漂移特性的数值分析

汤汇<sup>1,2</sup>, 范承玉<sup>1\*</sup>

(1 中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 中国科学院大气光学重点实验室,  
安徽 合肥 230031;  
2 中国科学技术大学, 安徽 合肥 230026)

**摘要:** 为研究强湍流效应下大气湍流外尺度与内尺度对高斯波束光斑漂移特性的影响, 首先利用修正的 von Karman 谱, 分别推导出高斯光束在聚焦和准直条件下传输的光束漂移方差表达式, 并且利用实验数据进行验证; 进而根据所推导的光束漂移表达式, 利用数值分析方法, 对不同内外尺度条件下的光束漂移特性进行研究。研究结果表明外尺度的增大会加强光束漂移效应, 而内尺度的变化对光束漂移特性无显著影响。

**关键词:** 强湍流; 光束漂移; 内尺度; 外尺度

中图分类号: P427.1

文献标识码: A

文章编号: 1673-6141(2023)05-420-006

## Numerical analysis of beam wander under strong fluctuation conditions

TANG Hui<sup>1,2</sup>, FAN Chengyu<sup>1\*</sup>

(1 Key Laboratory of Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optic and Fine Mechanics, HFIPS,  
Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;  
2 University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** In order to study the influence of outer scale and inner scale of atmospheric turbulence on the spot wander characteristics of Gaussian beam under strong fluctuation conditions, the variance expressions of beam wander of Gaussian beam in focusing and collimating conditions are derived firstly by using the modified von Karman spectrum, and verified by experimental data. Then, according to the derived beam wander expression, the characteristics of beam wander under different inner and outer scales are studied using numerical analysis method. The results show that the increase of outer scale will strengthen the effect of beam wander, while the change of inner scale has no significant effect on the characteristics of beam wander.

**Key words:** strong fluctuation; beam wander; inner scale; outer scale

基金项目: 国家自然科学基金 (61605223), 中国科学院战略重点研究计划 (614A010717)

作者简介: 汤汇 (1997-), 女, 安徽铜陵人, 硕士研究生, 主要从事光束漂移方面的研究。E-mail: huitang@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 范承玉 (1965-), 博士, 研究员, 博士生导师。主要从事激光大气传输与自适应光学校正方面的研究。E-mail: cyfan@aiofm.ac.cn

收稿日期: 2021-04-30; 修改日期: 2021-05-31

\*通信作者。

## 0 引言

光波在随机非均匀介质中传播时,会发生各种畸变,包括空间有限光束传播方向的随机变化。这些随机变化的研究对于有限光束在大气中的应用具有明显的意义。在分析方法中,光波在光学湍流传播中的光束漂移理论研究通常分为弱起伏和强起伏两大类。近年来,大多数研究者仅在弱起伏下进行研究与分析,得到了弱起伏下的光束漂移理论研究结论,并且理论研究结论与实验结果相符。但是强起伏情况有所不同,对于强起伏下的光束漂移理论的研究还存在一些问题,具体表现为研究方法不够精确、分析总结不够透彻、研究开展不够深入这些方面<sup>[1,2]</sup>。因此,强湍流效应下光束漂移效应的研究有助于各个相关领域的研究者们更加深入地了解强湍流下的漂移特性,对光通信的传输效率的提高有着积极的影响。

本文针对强起伏条件,研究了大气湍流内外尺度对高斯波束光斑漂移的影响,利用修正的 von Karman 功率谱,推导出高斯光束在准直与聚焦情况下包含内外尺度的光束漂移表达式,并且与实验数据进行对比,验证表达式的科学性。接着通过数值分析的方式,根据所推导出的光束漂移表达式研究了不同湍流条件对光束漂移的影响,包括外尺度以及内尺度对光束漂移特性的影响。结果表明,外尺度的增大会加强光束漂移效应,内尺度的变化对光束漂移特性无显著影响。

## 1 强湍流下光束漂移方差的理论推导

### 1.1 强湍流效应下光束漂移基本理论

根据 Markov 近似所推导的光束漂移方差  $\langle r_c^2 \rangle$  的普遍表达式<sup>[3]</sup>为

$$\langle r_c^2 \rangle = 4\pi^2 L^3 \int_0^1 \xi^2 d\xi \int_0^{+\infty} \Phi_n(\kappa) \kappa^3 \exp\left(-\frac{\kappa^2 W_{LT}^2}{4}\right) d\kappa, \quad (1)$$

式中  $L$  为传输距离,  $\xi = 1 - z/L$  为归一化的表征值,  $\Phi_n(\kappa)$  为大气折射率功率谱,  $\kappa$  是空间波数,  $W_{LT}$  表示长曝光光斑半径。强湍流效应下,长曝光光斑半径  $W_{LT}$  的计算公式<sup>[3]</sup>为

$$W_{LT} = W(z) [1 + 4q(z)A(z)/3]^{1/2}, \quad (2)$$

式中  $W(z)$  是在传输距离  $z$  ( $0 < z < L$ ) 的自由空间光束半径,  $q(z)$  为表述湍流强度的另一种常见表达,  $A(z)$  为表征在传输距离  $z$  的自由空间光束参数,其表达式分别为

$$W(z) = W_0 \left[ (\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi)^2 + A_0^2 (1 - \xi)^2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$q(z) = 1.22 [\sigma_R^2(z)]^{6/5} = 1.22 [\sigma_R^2(L)]^{6/5} (1 - \xi)^{11/5}, \quad (4)$$

$$A(z) = \frac{A_0(1 - \xi)}{(\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi)^2 + A_0^2 (1 - \xi)^2}, \quad (5)$$

式中  $\Theta_0 = 1 - L/F_0$ ,  $A_0 = 2L/kW_0^2$ , 为一组表征光束的平面光束参数,其中  $L$  是传输距离,  $W_0$ 、 $F_0$  是发射器平面的光斑尺寸和相前曲率半径,  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\sigma_R^2$  表示 Rytov 方差。在接收器的平面 ( $z = L$ ) 中,光束也由一组相似的光束参数描述:  $\Theta = 1 + L/F = \Theta_0/(\Theta_0^2 + A_0^2)$ ,  $A = 2L/kW^2 = A_0/(\Theta_0^2 + A_0^2)$ ,  $\bar{\Theta}_0 = 1 - \Theta_0$ ,  $\sigma_R^2 = 1.23 C_n^2 \kappa^{7/6} L^{11/6}$  表示 Rytov 方差,当 Rytov 方差小于 1 时为弱湍流效应,大于 1 时为强湍流效应。安德鲁斯的理论<sup>[3]</sup>使用的功率谱

忽略了内尺度对光束漂移的影响。在此,将全面考虑内尺度、外尺度对于光束漂移理论下光束漂移方差值的影响。

## 1.2 修正的 von Karman 谱下的光束漂移

考虑内外尺度是否对光束漂移产生影响,采取修正的 von Karman 谱进行计算,功率谱函数  $\Phi_n(\kappa)$  的表达式<sup>[4]</sup>为

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}}, \quad (6)$$

式中  $C_n^2$  为大气湍流折射率结构常数;  $\kappa_m = 5.92/l_0$ , 其中  $l_0$  为大气湍流内尺度;  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ , 其中  $L_0$  是大气湍流外尺度,将式 (6) 代入式 (1), 可以得到既包含内尺度又包含外尺度的光束漂移方差的表达式,即

$$\begin{aligned} \langle r_c^2 \rangle &= 4\pi^2 L^3 \int_0^1 \zeta^2 d\zeta \int_0^{+\infty} 0.033 C_n^2 \times \\ &\frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \kappa^3 \exp\left(-\frac{\kappa^2 W_{LT}^2}{4}\right) d\kappa = \\ &0.651 C_n^2 L^3 \kappa_0^{1/3} \int_0^1 \zeta^2 U\left[2; \frac{7}{6}; \kappa_0^2 \left(\frac{1}{\kappa_m^2} + \frac{W_{LT}^2}{4}\right)\right] d\zeta \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $U(a; b; c)$  是第二类合流超几何函数,对于准直光束,其具有  $\Theta_0 = 1$  并且  $\bar{\Theta}_0 = 1$  的特性,将此特性代入上述的计算中。

## 1.3 与实验结果的比对

将 Mironov 和 Nosov 的实验数据<sup>[5]</sup>与 1.2 节中由修正的 von Karman 谱得出的光束漂移结果进行对比,得出了结构函数  $D_s(\sqrt{2}W_0) = 1.09 C_n^2 k^2 L (\sqrt{2}W_0)^{5/3}$  与均方根角位移的关系,如图 1 所示。Mironov 和 Nosov 的实验中所用的激光器高度为 1.3 m,根据文献 [6], $\kappa_0$  取为 0.94。初始条件为聚焦光束,即  $\Theta_0 = 0, \bar{\Theta}_0 = 1$ ,且传输路径长度  $L = 1750$  m、光束波长为  $0.63 \mu\text{m}$ ,光束半径为 10.6 cm,因为内尺度一般量级为几个毫米,此时取内尺度为 5 mm。由图 1 可以看出,式 (7) 与文献 [5] 中的数据结果较为符合。

以上结果表明,考虑内外尺度影响后获得的高斯光束漂移表达式是科学的。

## 2 强湍流效应下光束漂移的分析

### 2.1 外尺度对光束漂移的影响

为进一步探究强湍流下不同湍流条件对光束漂移的影响,针对式进行数值分析。图 2 为不同内尺度下光束漂移的变化特征,其激光束波长  $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ ,光束宽度为 0.6 m,内尺度  $l_0 = 0.005$  m,大气结构常数  $C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$ ,传输距离分别取 5、7、9 km,外尺度  $L_0$  分别取 1、3、5、7、10、15、20 m,得出图 2 中的三条曲线。由图可以看出,图中曲线均随外尺度的增大而呈上升趋势,且当外尺度较小时,上升趋势更大,随着外尺度逐渐增大,上升速度减慢。可以看出,随着传输距离的增大,光束漂移现象更为明显,当外尺度持续增大时,光束漂移现象更为剧烈。根据以上分析得到结果,外尺度的增大会加强高斯光束漂移效应。

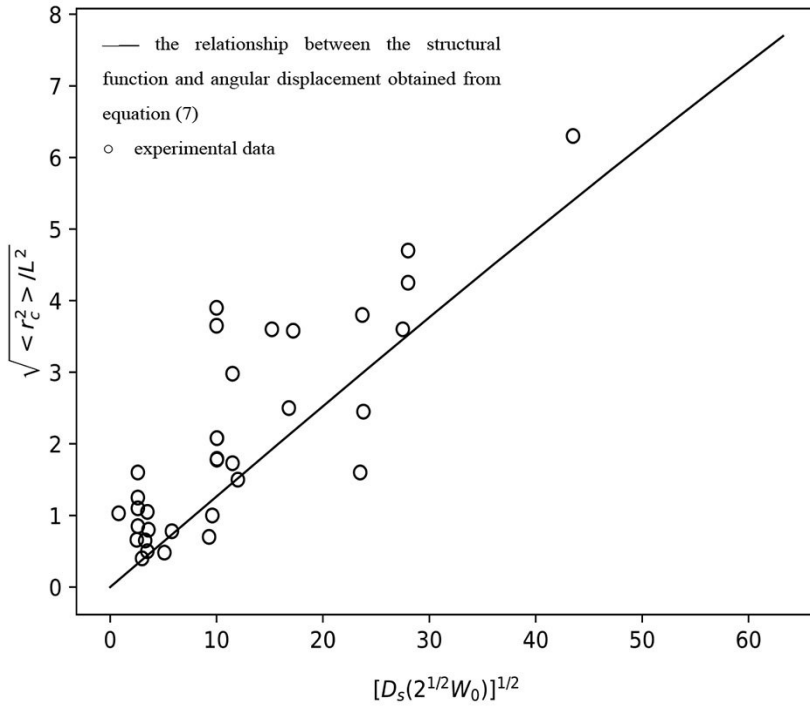


图 1 根据式 (7) 得到的结构函数和角位移的关系与实验数据的对比

Fig. 1 Comparison between the relationship between structural function and angular displacement obtained from equation (7) and experimental data

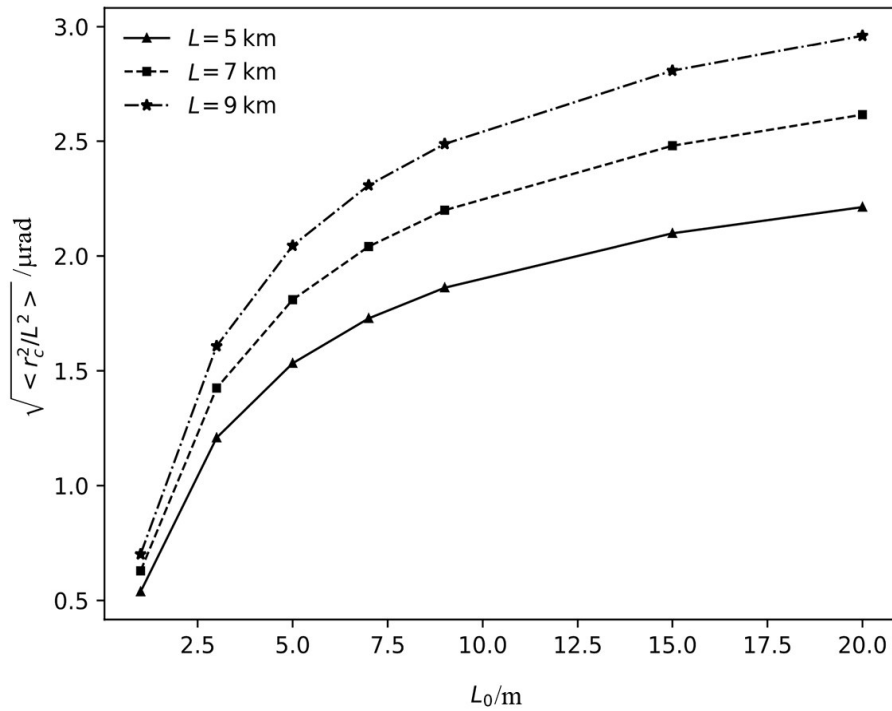


图 2 不同外尺度对光束漂移特性的影响

Fig. 2 Influence of outer scale on beam wander

## 2.2 内尺度对光束漂移的影响

根据式 (7) 针对内尺度对光束漂移的影响进行研究。图 3 为高斯光束在准直条件下传输时在不同内尺度情况下光束漂移的特性, 其中图 3 (b) 是图 3 (a) 的局部放大图。传输条件为:  $\lambda=0.63 \mu\text{m}$ , 光束宽度为  $0.6 \text{ m}$ , 大气结构常数为  $C_n^2=1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , 外尺度  $L_0$  分别取值 1、3、5、7、9、15、20 m, 传输距离取 10 km, 内尺度  $l_0$  分别取 0.001、0.005、0.01 m, 得出图 3 中的三条曲线。由图 3 分析可知, 内尺度对高斯光束漂移几乎无影响。

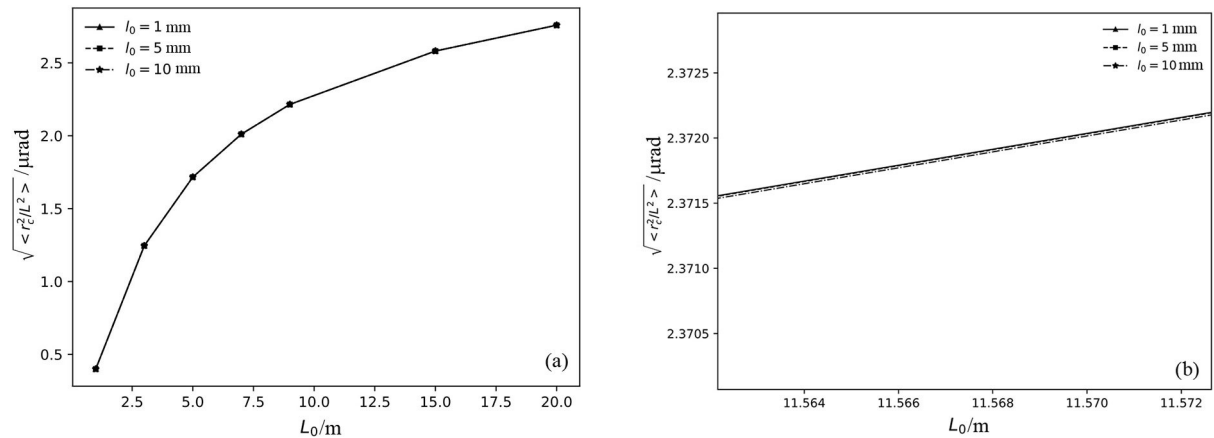


图 3 不同内尺度对光束漂移的影响 (a) 及其局部放大图 (b)

Fig. 3 The influence of different internal scales on beam drift (a) and its local enlarged image (b)

## 3 结论

为研究强起伏条件下大气湍流内外尺度对高斯光束漂移特性的影响, 利用修正的 von Karman 谱推导出高斯光束在准直和聚焦条件下包含内外尺度的光束漂移表达式。为验证所推导公式的科学性与可行性, 将其与文献 [5] 中的实验数据进行对比验证, 结果较为吻合。接着依据所推导的光束漂移表达式, 对不同湍流条件下光束漂移的特性进行了数值分析, 研究了内外尺度对光束漂移的影响, 结果表明, 外尺度对光束漂移的影响较大, 当外尺度增大时, 光束漂移现象更严重; 然而内尺度的变化对光束漂移特性无显著影响, 可以忽略不计。

## 参考文献:

- [1] Ishimaru A. Theory and application of wave propagation and scattering in random media [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1977, 65 (7): 1030-1061.
- [2] Zhang Z S, Cui G X, Xu C X. *Theory and Modeling of Turbulence* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 21-37.  
张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流理论与模拟 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 21-37.

- 
- [3] Andrews L C, Phillips R L. *Laser Beam Propagation Through Random Media* [M]. 2nd ed. Bellingham, Wash. (1000 20th St. Bellingham WA 98225-6705 USA): SPIE, 2005.
- [4] Wang L L. *Study on the Drift and Spread Characteristics of Light Beam in Atmospheric Turbulence* [D]. Xi'an: Xidian University, 2012.  
王玲丽. 大气湍流中光束的漂移和扩展特性的研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.
- [5] Mironov V L, Nosov V V. On the theory of spatially limited light beam displacements in a randomly inhomogeneous medium [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1977, 67(8): 1073.
- [6] Gao C, Yu S Y, Ma J, *et al.* Beam wander in moderate to strong turbulence [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, 18(10): 1597-1601.  
高 宠, 于思源, 马 晶, 等. 强湍流区的光束漂移 [J]. 强激光与粒子束, 2006, 18(10): 1597-1601.