

DOI: 10.3969/j.issn.1673-6141.2023.02.002

# 利用气象火箭探测资料估算戈壁地区 高空折射率结构常数廓线

耿丹<sup>1\*</sup>, 赵增亮<sup>2</sup>, 范志强<sup>2</sup>, 吴作伟<sup>1</sup>, 李东阳<sup>1</sup>, 张向星<sup>1</sup>

(1 63611 部队, 新疆 库尔勒 841000;

2 北京应用气象研究所, 北京 100029)

**摘要:** 大气光学湍流严重影响光学系统的正常工作, 大气折射率结构常数  $C_n^2$  廓线的获取是计算大气湍流影响效应的基础, 而目前  $C_n^2$  廓线的实测与估算通常限于平流层底部以下, 对于平流层中部以上的  $C_n^2$  廓线则研究较少。为了研究更高高度的  $C_n^2$  分布特征, 利用戈壁地区气象火箭探测获取的常规气象参数, 以 30 km 为界分两层估算了  $C_n^2$  廓线, 在 30 km 以上, 探索性地尝试了基于 Tatarskii 公式的参数化方案。研究表明: 在 30 km 以下, 估算的  $C_n^2$  数量级和变化趋势与历史数据较一致; 在 30 km 以上, 在假定满足均匀各向同性理论情况下, 估算的  $C_n^2$  随着高度增加整体呈减小趋势且变化平稳, 平均数量级从  $10^{-20}$  减小到  $10^{-23}$ 。由于目前关于湍流的理论基础还不够完善, 因此本文对 30 km 以上  $C_n^2$  的估算还仅仅是探索性的尝试, 但为认识平流层以上  $C_n^2$  特性提供另一种思路与参考。

**关键词:** 大气光学; 折射率结构常数; 湍流参数化; 气象火箭; 常规气象参数

中图分类号: P427.1

文献标识码: A

文章编号: 1673-6141(2023)02-099-009

## Estimation of refractive index structure constant profile at high altitude in Gobi area based on meteorological rocket sounding data

GENG Dan<sup>1\*</sup>, ZHAO Zengliang<sup>2</sup>, FAN Zhiqiang<sup>2</sup>, WU Zuowei<sup>1</sup>,

LI Dongyang<sup>1</sup>, ZHANG Xiangxing<sup>1</sup>

(1 Unit 63611 of PLA, Korla 841000, China;

2 Beijing Institute of Applied Meteorology, Beijing 100029, China)

**Abstract:** Atmospheric optical turbulence seriously affects the normal operation of optical systems. The acquisition of the profile of atmospheric refractive index structure constant  $C_n^2$  is the basis for calculating the effect of atmospheric turbulence, however, the research of the refractive index structure constant  $C_n^2$  profile is usually under 30 km presently. In order to study the  $C_n^2$  profile on higher altitude, the  $C_n^2$  profile in Gobi area is estimated in two parts taking 30 km as the boundary based on the conventional meteorology

基金项目: 国家自然科学基金项目 (41575031)

作者简介: 耿丹 (1989-), 湖北十堰人, 工程师, 主要从事大气环境、大气光学探测与研究。E-mail: gengdan89311@163.com

收稿日期: 2021-10-22; 修改日期: 2021-11-29

\*通信作者。

parameters obtained from meteorological rocket sounding, and regarding to the the  $C_n^2$  profile above 30 km, Tatarskii optical turbulence parameterization scheme and outer scale model HMNSP99 are used tentatively. The results show that under 30 km, the magnitude order and changing trend of estimated  $C_n^2$  are consistent with those of historical data, and at the altitude above 30 km, assuming that the homogenous and isotropic turbulence is satisfied, the estimated  $C_n^2$  decreases steadily with the increase of altitude, with the average magnitude order decreasing from  $10^{-20}$  to  $10^{-23}$ . Because of the lack of basic theory about turbulence, the estimation of  $C_n^2$  above 30 km in this work is tentative, however, it provides another idea and reference for further understanding the characteristics of the  $C_n^2$  profile above the stratosphere.

**Key words:** atmospheric optics; refractive index structure constant; turbulence profile; meteorological rocket; conventional meteorology parameters

## 0 引言

大气光学湍流会对光波的传输产生光束漂移、闪烁、抖动等湍流效应,严重影响着光学系统的正常工作。大气折射率结构常数  $C_n^2$  是描述大气光学湍流强度的重要参数,因此获取大气折射率结构常数廓线是计算大气湍流影响效应的基础。然而,由于大气湍流测量方法和成本的限制,难以像常规探空业务一样进行长期多点测量,因此国内外学者也采用模式估算的方法估算  $C_n^2$  廓线。目前常用的  $C_n^2$  估算模式分为经验模式和参数化模式两种,经验模式是基于大量实测数据建模得到的,例如 CLEAR1 模式、SLC 模式、AFGL 模式、兴隆  $C_n^2$  廓线模式等<sup>[1]</sup>; 参数化模式主要是基于 Tatarskii 公式<sup>[2]</sup>, 利用高空风速、位温、气压等常规气象要素对  $C_n^2$  进行估算。许利明等<sup>[3,4]</sup>将多种  $C_n^2$  估算方法进行了比较,证明了利用包含风场参数的外尺度公式估算  $C_n^2$  的相对合理性; 青春等<sup>[5,6]</sup>利用中尺度数值天气预报模式 (WRF) 模式和 Tatarskii 公式进行了典型地区的高空大气光学湍流预报,结果表明预报的  $C_n^2$  廓线基本符合  $C_n^2$  随高度变化的特征。

目前  $C_n^2$  廓线的估算通常局限于平流层底部以下,对于平流层中部以上的  $C_n^2$  研究则少见报道。虽然大气 75% 的质量主要集中在对流层,平流层以上大气密度低,但研究表明高空风切变和温度梯度可能是引起大气光学湍流的重要原因<sup>[7]</sup>,而在平流层可能存在较强的风切变,此外,在中间层也存在强烈的大气对流,温度垂直递减率很大,因此平流层以上的  $C_n^2$  的估算也具有重要意义。然而  $C_n^2$  廓线的模式估算通常是基于 Kolmogorov 局地均匀各向同性假定<sup>[8]</sup>, 目前的研究表明局地均匀各向同性假设在低空适用性较好,而在平流层以上的高空,真实湍流特征比较复杂,局地均匀各向同性理论基础不足,湍流外尺度模式在更高高度的适用性也缺乏验证。

要估算更高高度的  $C_n^2$  廓线,则须获取更高高度的常规气象参数,目前常规气球探空数据在平流层以上的探测准确性存疑,而气象火箭能够获取 20~60 km 的常规气象参数,是十分重要的临近空间大气参数原位测量手段,很好地弥补了气球探空的不足。为了研究更高高度的  $C_n^2$  分布特征,本文利用戈壁地区气象火箭探测获取的常规气象参数,基于前人的经验,以 30 km 为界分两层对  $C_n^2$  廓线进行估算。在 30 km 以上,探索性、尝试性地将基于 Tatarskii 公式的  $C_n^2$  参数化方案扩展应用,估算假定满足均匀各向同性理论情况下,  $C_n^2$  的数量级和变化趋势,为平流层以上  $C_n^2$  的研究提供一种思路和参考。

## 1 气象火箭探测资料

某型气象火箭的工作原理为:利用火箭将探空仪和降落伞送至70 km以上高度,在探空仪和降落伞的下落过程中,原位探测下落区域20~60 km临近空间的大气温度、气压、密度、风场数据;20 km以下则采用探空气球数据拼接,得到完整的地面至60 km的气象参数。其中,大气温度数据是利用热敏电阻直接测量后经过误差修正获得,气压数据是利用压高公式通过基点气压求解得出,密度数据是利用温度、气压通过理想气体状态方程求解得出,风速风向数据是利用探空仪导航定位信息计算得出。气象火箭部分参数如表1所示。范志强等<sup>[9]</sup>已经对该型气象火箭的探测精度进行了综合评估,证明了探测数据是可信的。相对于气球探空,气象火箭探测高度更高,能够获取全部平流层及部分中间层的气象参数;相对于参考大气或通用大气模式、风场模式,其时空分辨率更高,可反应更多的细节;相对于卫星遥感探测,其测量要素更全,能够同时测量温度和风场数据。

表1 气象火箭部分参数

Table1 Partial parameters of meteorological rocket sounding

Parameters	Value
Temperature measuring range/°C	-90~55
Temperature measuring accuracy/°C	0.2
Location accuracy/m	10
Vertical resolution/m	50

在西北戈壁地区利用气象火箭进行了数次大气探测,以冬季一次探测为例(实际探测高度58 km),获取的大气参数廓线和计算的风切变、温度梯度如图1所示。由图可知,当地冬季对流层顶约12 km,平流层顶约45 km [图1(a)],在平流层中部观测到剧烈的风切变 [图1(e)] 和较强的温度梯度波动 [图1(f)],且二者往往同时出现。平流层中部观测到的剧烈风切变,可能与西风急流有关。

## 2 $C_n^2$ 参数化基础理论

根据 Tatarskii 提出的基本理论,折射率结构常数  $C_n^2$  表示为<sup>[10,11]</sup>

$$C_n^2 = \alpha L_0^{4/3} M^2, \quad (1)$$

式中  $\alpha$  为常数,通常取2.8;  $L_0$  为湍流外尺度 (m),  $M$  为位势折射率梯度,表示为

$$M = \frac{79 \times 10^{-6} P}{T^2} \left( \frac{dT}{dh} + \gamma_a \right), \quad (2)$$

式中  $P$  为压强 (hPa),  $T$  为温度 (K),  $h$  为海拔高度 (m),  $\gamma_a$  为干空气绝热递减率 ( $9.8 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ )。由式 (1)、式 (2) 可看出,  $C_n^2$  可表示为常规气象参数  $T$ 、 $P$  和外尺度  $L_0$  的函数。

对于外尺度  $L_0$ , 目前常用的经验模式有 Sterenborg 模式<sup>[12]</sup>、Coulman 模式<sup>[13]</sup>、Dewan 模式<sup>[14]</sup>、HMNSP99<sup>[6]</sup> 模式等。其中 Sterenborg 模式直接将外尺度  $L_0$  选取为1 m; Coulman 模式是利用实测的  $C_n^2$  和大量常规气象数据分段拟合得到的,  $L_0$  是高度的函数; Dewan 模式是在大量实验基础上获得的,将  $L_0$  与风切变联系起来; HMNSP99 模式与 Dewan 模式类似,加入了温度梯度项。吴晓庆<sup>[15]</sup>的研究表明,这几种常用的外尺度模式中,

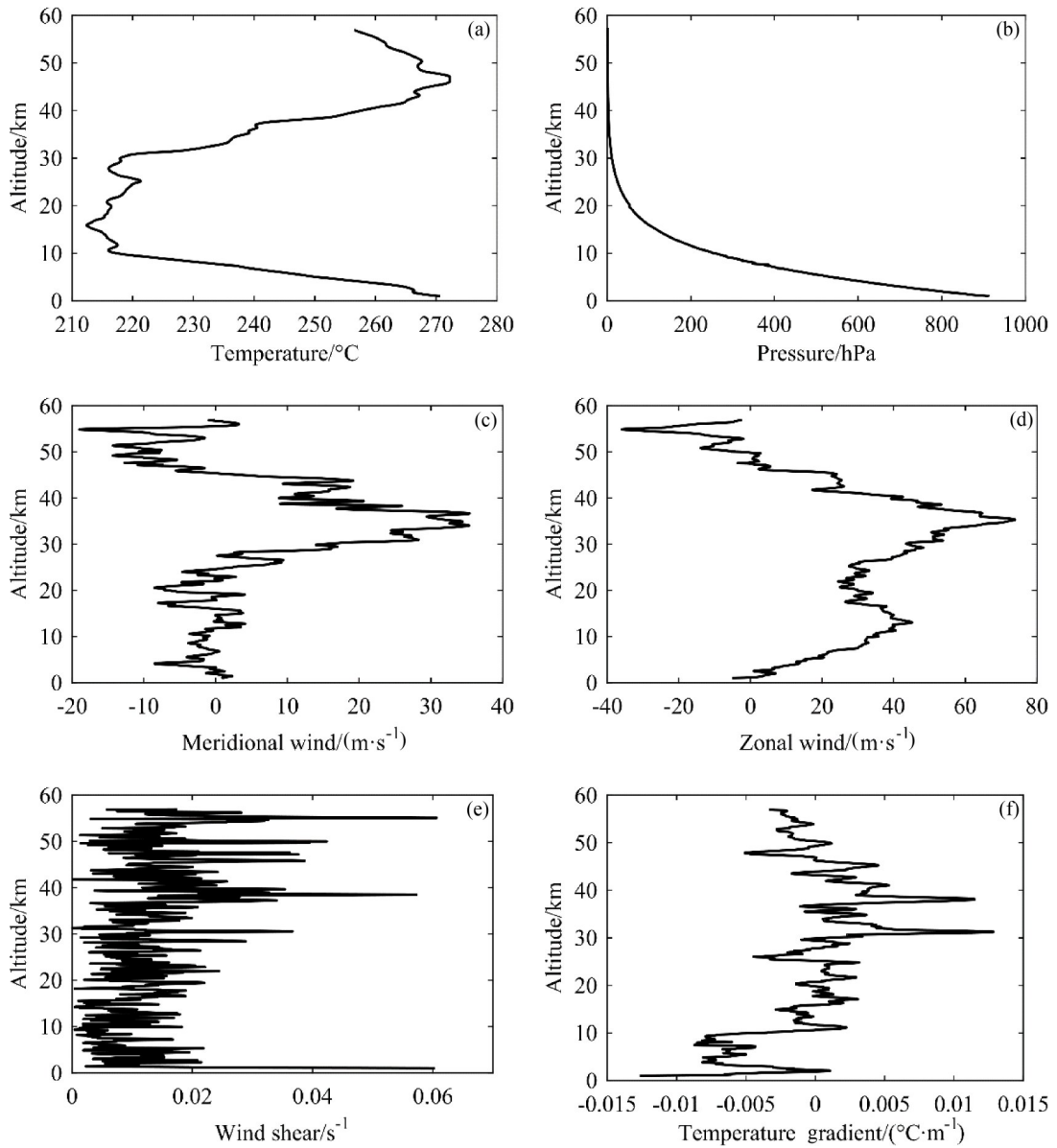


图1 气象火箭获取的常规气象参数。(a) 温度; (b) 气压; (c) 经向风; (d) 纬向风; (e) 风切变; (f) 温度梯度

Fig. 1 Conventional meteorology parameters from meteorological rocket sounding. (a) Temperature; (b) pressure; (c) meridional wind; (d) zonal wind; (e) wind shear; (f) temperature gradient

含有风切变和温度梯度的HMNSP99模式估算的 $C_n^2$ 与实测值相接近。因此,本研究采用HMNSP99模式计算外尺度 $L_0$ ,其表达式为

$$L_0^{4/3} = \begin{cases} 0.1^{4/3} \times 10^{0.362 + 16.728S - 192.347 \frac{dT}{dh}} & , \text{ troposphere} \\ 0.1^{4/3} \times 10^{0.757 + 13.819S - 57.784 \frac{dT}{dh}} & , \text{ stratosphere} \end{cases} \quad (3)$$

式中 $S$ 为风切变量,其计算公式为

$$S = \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial h} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial h} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

式中  $u$  和  $v$  分别为纬向风、经向风风速。将式 (4)、式 (2) 代入式 (1) 中, 即可将  $C_n^2$  表示为温度、气压、风场的函数, 那么利用气象火箭获取的常规气象参数廓线, 即可估算出  $C_n^2$  廓线。

### 3 30 km 以下 $C_n^2$ 廓线估算

在 30 km 以下, 基于折射率结构常数的参数化方案, 采用 HMNSP99 外尺度模式, 利用冬季一次气象火箭探测获取的温度、气压、经向风、纬向风廓线, 估算得到的外尺度  $L_0$  和  $C_n^2$  廓线如图 2 所示, 用同样的方法利用春季一次气象火箭探测资料估算的外尺度  $L_0$  和  $C_n^2$  廓线如图 3 所示。

由图 2 (b)、图 3 (b) 可看出, 从地面至 30 km, 随着高度增加, 估算的  $C_n^2$  整体呈减小趋势, 平均数量级从  $10^{-17}$  减小到  $10^{-19}$ , 估算的廓线存在较小值和强湍流的起伏波动。

气象火箭发射当天无实测  $C_n^2$  数据, 但前人在临近戈壁地区有过 30 km 以下的大量历史实测数据, 胡晓丹等<sup>[16]</sup>研究得出, 西北戈壁地区多次探测的  $C_n^2$  统计平均廓线 (白天) 变化数量级在  $10^{-16} \sim 10^{-18}$  之间, 吕炜煜等<sup>[17]</sup>研究发现, 与本研究观测地临近的地域冬季 6 次探测的  $C_n^2$  廓线变化数量级在  $10^{-16} \sim 10^{-19}$  之间。对比图 2 (b)、图 3 (b) 和文献 [16–18] 可看出, 在 30 km 以下, 估算的  $C_n^2$  数量级和变化趋势与历史测量数据较一致, 说明利用气象火箭探测数据估算 30 km 以下的  $C_n^2$  廓线是比较可信的。

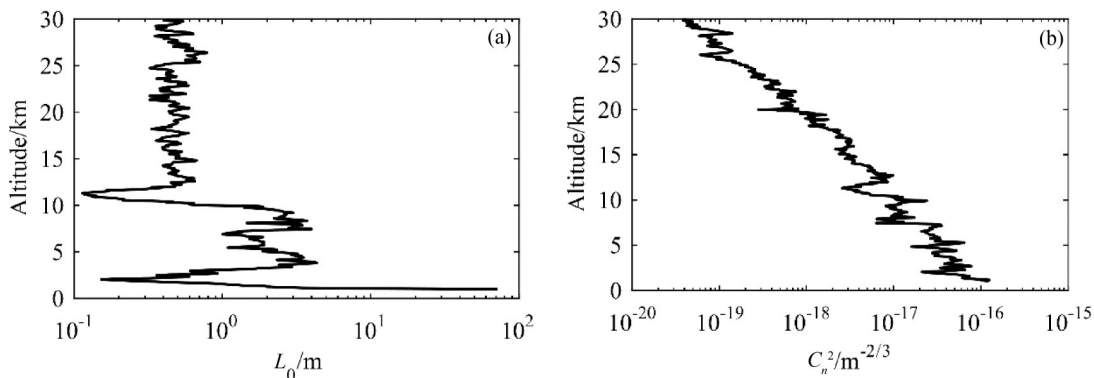


图 2 利用冬季数据估算的 30 km 以下湍流外尺度  $L_0$  (a) 和  $C_n^2$  (b) 廓线

Fig. 2 Estimated outer scale  $L_0$  (a) and  $C_n^2$  (b) profiles under 30 km by meteorological rocket sounding data in winter

### 4 30 km 以上 $C_n^2$ 廓线估算

湍流问题作为世纪难题, 目前其基础理论还不够完善, 对于均匀各向同性湍流与真实湍流之间的关系, 目前还存在较大的争议<sup>[19–21]</sup>。而均匀各向同性理论在有多高范围、多大程度上适用真实大气湍流, 也没有明确的分层边界和结论。前人的经验表明 30 km 以下其适用性尚可, 而在 30 km 以上, 其适用性尚无明确的定论。本研究尝试性地继续利用基于 Tatarskii 公式的  $C_n^2$  参数化方案和气象火箭探测数据对 30 km 以上  $C_n^2$  廓线进行估算, 探索假定满足均匀各向同性理论情况下, 平流层以上的  $C_n^2$  特性。气象火箭在平流层中部曾观测到剧烈的风切变和温度梯度波动 [图 1 (e)、图 1 (f)], 因此, 外尺度继续采用 HMNSP99 模式, 以体现风切变和温度



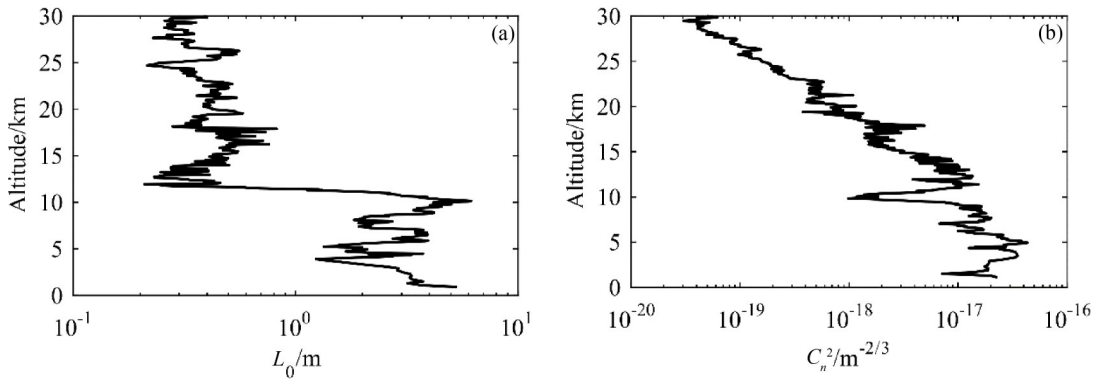


图3 利用春季数据估算的30 km以下湍流外尺度 $L_0$  (a) 和 $C_n^2$  (b) 廓线

Fig. 3 Estimated outer scale  $L_0$  (a) and  $C_n^2$  (b) profiles under 30 km by meteorological rocket sounding data in spring

梯度的影响。

在30 km以上, 利用冬季一次气象火箭探测资料估算得到的外尺度 $L_0$ 和 $C_n^2$ 廓线如图4所示, 利用春季一次气象火箭探测资料估算的外尺度 $L_0$ 和 $C_n^2$ 廓线如图5所示。

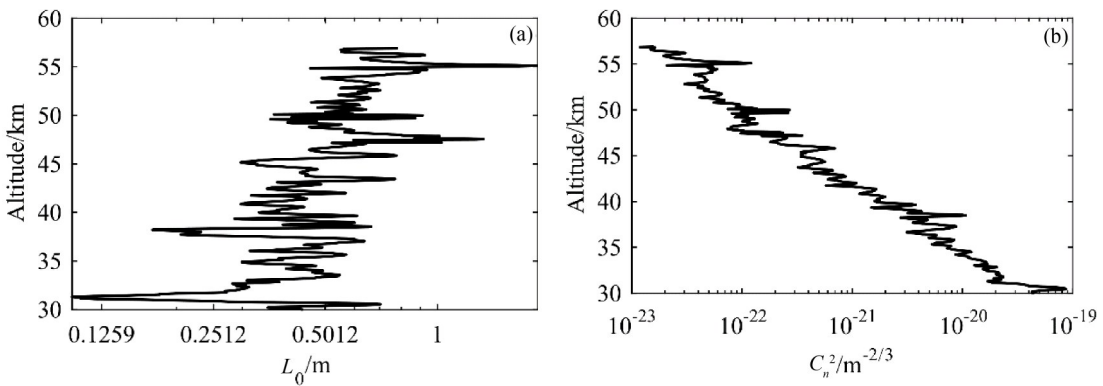


图4 利用冬季数据估算的30 km以上湍流外尺度 $L_0$  (a) 和 $C_n^2$  (b) 廓线

Fig. 4 Estimated outer scale  $L_0$  (a) and  $C_n^2$  (b) profiles above 30 km by meteorological rocket sounding data in winter

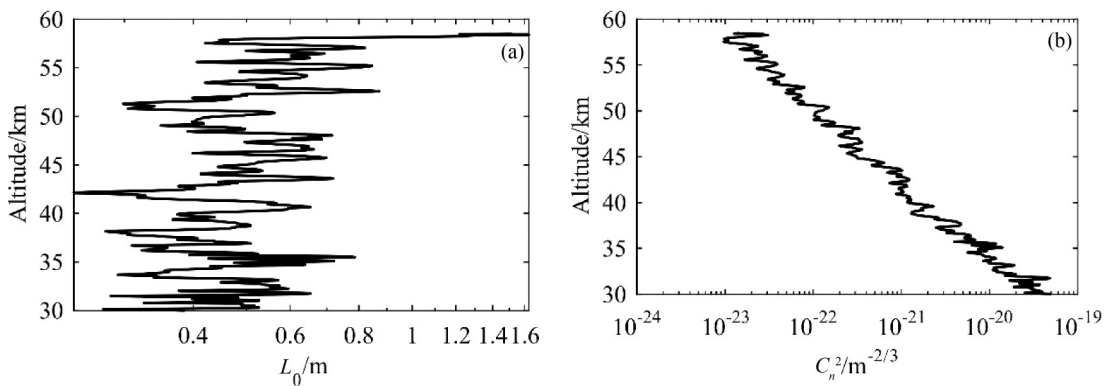


图5 利用春季数据估算的30 km以上湍流外尺度 $L_0$  (a) 和 $C_n^2$  (b) 廓线

Fig. 5 Estimated outer scale  $L_0$  (a) and  $C_n^2$  (b) profiles above 30 km by meteorological rocket sounding data in spring

由图4(b)、图5(b)可看出,在30 km以上,假定湍流满足均匀各向同性条件,随着高度增加,估算的 $C_n^2$ 整体呈减小趋势,平均数量级从 $10^{-20}$ 减小到 $10^{-23}$ ,整体变化较平稳,其波动起伏相比于30 km以下要小的多。出现这种结果的原因是由于气压随高度增加呈指数减小,而气温、风切变和温度梯度均没有数量级的变化。根据式(1)–(4),从30~58 km,气压从12 hPa减小到0.29 hPa,变化了2个数量级, $M^2$ 变化了4个数量级,叠加其他变量的影响,最终导致 $C_n^2$ 的计算结果减小了3个数量级,气压变化对估算结果的影响较大。

在30 km以上,实际大气状态是否满足局地均匀各向同性湍流条件是未知的,HMNSP99外尺度模式适用性也是未知的,而现有高空湍流测量手段理论基础也不足,因此无法对估算结果进行验证。根据大气湍流的发生机制,其动力学机制主要是风速的切变,热力学机制主要由热对流引起,这些因素在平流层以上可能也存在,此外,大气湍流与层流存在时空间歇性,因此,本文的估算方法是一种探索性的尝试,仅为认识平流层以上 $C_n^2$ 特性的探测提供一种参考。

## 5 结 论

由于大气湍流的复杂性和基础理论的不完善,目前对于 $C_n^2$ 廓线的实测与估算大都限于平流层底部以下,对于更高高度的 $C_n^2$ 分布则报道较少。本研究利用戈壁地区气象火箭探测获取的常规气象参数,依据前人的经验,以30 km为界分两层估算了 $C_n^2$ 廓线,其中在30 km以上,探索性地尝试了基于Tatarskii公式的参数化方案和HMNSP99外尺度模式,得出以下主要结论:

1) 在30 km以下,估算的 $C_n^2$ 廓线随高度增加整体呈减小趋势,存在较小值和强湍流的起伏波动,数量级和变化趋势与历史数据较一致。

2) 在30 km以上,在假定满足均匀各向同性理论情况下,估算的 $C_n^2$ 随着高度增加整体呈减小趋势,平均数量级从 $10^{-20}$ 减小到 $10^{-23}$ ,整体变化较平稳。由于目前该高度层上的 $C_n^2$ 估算与测量均缺少理论基础,因此估算的结果仅为认识平流层以上 $C_n^2$ 的特性提供一种参考。

本研究将基于Tatarskii公式的参数化方案应用到30 km以上,只是一种猜想和尝试,并不精确,根本上还是需要发展湍流基础理论研究,对平流层以上的 $C_n^2$ 进行测量和验证。

## 参考文献:

- [1] Beland R. *Propagation Through Atmospheric Optical Turbulence* [M]. Bellingham: SPIE Press, 1993.
- [2] 塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论 [M]. 温景嵩, 等, 译. 北京: 科学出版社, 1978: 63-68.
- [3] Xu L M, Wu X Q, Wang Y J. Methods comparison of estimating optical turbulence profile using conventional meteorology parameters [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, 20(1): 53-57.  
许利明, 吴晓庆, 王英俭. 用常规气象参数估算光学湍流廓线方法的比较 [J]. *强激光与粒子束*, 2008, 20(1): 53-57.
- [4] Xu L M, Wu X Q, Wang Y J. Forecast optical turbulence with mesoscale weather forecast model [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2008, 3(4): 270-275.  
许利明, 吴晓庆, 王英俭. 利用中尺度天气预报模式预报大气光学湍流 [J]. *大气与环境光学学报*, 2008, 3(4): 270-275.
- [5] Qing C, Wu X Q, Li X B, et al. Estimation of atmospheric optical turbulence profile by WRF model at Gaomeigu [J].

- Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(9): 316-323.  
青春, 吴晓庆, 李学彬, 等. WRF模式估算丽江高美古大气光学湍流廓线 [J]. 中国激光, 2015, 42(9): 316-323.
- [6] Qing C. *Forecast of the Optical Turbulence with Amesoscale Atmospheric Model* [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2017.  
青春. 利用中尺度数值气象模式预报大气光学湍流 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2017.
- [7] Qing C, Wu X Q, Li X B, *et al.* Research on simulating atmospheric optical turbulence in typical area [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(5): 9-15.  
青春, 吴晓庆, 李学彬, 等. 典型地区高空大气光学湍流模拟研究 [J]. 光学学报, 2016, 36(5): 9-15.
- [8] Kolmogorov A. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 1991, 434: 9-13.
- [9] Fan Z Q, Sheng Z, Wan L, *et al.* Comprehensive assessment of the accuracy of the data from near space meteorological rocket sounding [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(19): 199601.  
范志强, 盛峥, 万黎, 等. 临近空间气象火箭探测资料精度的综合评估 [J]. 物理学报, 2013, 62(19): 199601.
- [10] Wang H S, Yao Y Q, Qian X, *et al.* The method of modeling atmospheric optical turbulence [J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2012, 53(6): 527-537.  
王红帅, 姚永强, 钱璇, 等. 大气光学湍流模型计算方法 [J]. 天文学报, 2012, 53(6): 527-537.
- [11] Wu X Q. Research of atmospheric optical turbulence for estimating and forecasting [J]. *Journal of Anhui Normal University (Natural Science)*, 2016, 39(6): 511-515.  
吴晓庆. 大气光学湍流强度估算和预报方法研究 [J]. 安徽师范大学学报 (自然科学版), 2016, 39(6): 511-515.
- [12] Sterenborg M G, Poyares Baptista J P V, Buhler S. Determining the refractive index structure constant using high resolution radiosonde data [J]. *Journal of the atmospheric science*, 2004.
- [13] Coulman C E, Vernin J, Coqueugniot Y, *et al.* Outer scale of turbulence appropriate to modeling refractive-index structure profiles [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(1): 155-160.
- [14] Dewan E, Good R, Beland R, *et al.* A model for  $C_n^2$  (optical turbulence) profiles using radiosonde data [R]. PL-TR-93-2043, 1993.
- [15] Wu X Q. Current situation and prospect of mesoscale meteorological model in atmospheric optical turbulence forecast [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(1): 7-16.  
吴晓庆. 中尺度气象模式预报大气光学湍流的现状与展望 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(1): 7-16.
- [16] Hu X D, Su C D, Luo T, *et al.* Estimating the profiles of atmospheric turbulence above Korla, Maoming, Lhasa by Thorpe scale [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2019, 31(8): 10-15.  
胡晓丹, 苏昶东, 罗涛, 等. Thorpe尺度估算库尔勒、茂名、拉萨大气光学湍流廓线 [J]. 强激光与粒子束, 2019, 31(8): 10-15.
- [17] Lü W Y, Yuan K E, Liu L H, *et al.* Statistical characteristics of vertical profile of refractive index structure parameter in Gobi area [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2016, 28(2): 19-24.  
吕炜煜, 苑克娥, 刘李辉, 等. 戈壁地区折射率结构常数高度分布的统计特性 [J]. 强激光与粒子束, 2016, 28(2): 19-24.
- [18] Zong F, Zhang Z G, Wang K, *et al.* Measurement and analysis of atmospheric turbulence nearby lake in Gobi area of Xinjiang [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(S1): 104-108.  
宗飞, 张志刚, 王柯, 等. 新疆戈壁地区近湖面大气湍流强度测量与分析 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(S1): 104-108.
- [19] Zhou H, Zhang H X. What is the essence of the so-called century lasting difficult problem in classic physics, the "problem of turbulence"? [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2012, 42(1): 1-5.  
周恒, 张涵信. 号称经典物理留下的世纪难题 "湍流问题" 的实质是什么? [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42(1): 1-5.



- [20] Huang Y N, Chen Y S. On the discussion about the "What is the essence of the so-called century lasting difficult problem in classic physics, the "problem of turbulence"?" [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2012, 42(5): 445-447.  
黄永念, 陈耀松. 对«号称经典物理留下的世纪难题"湍流问题"的实质是什么? »一文的讨论 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42(5): 445-447.
- [21] Zhao S N, Hu F. Turbulence question: How do view "the homogenous and isotropic turbulence"? [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2015, 45(2): 6-13.  
赵松年, 胡非. 湍流问题: 如何看待"均匀各向同性湍流"? [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45(2): 6-13.