

DOI: 10.3969/j.issn.1673-6141.2019.06.001

# 离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束的传输分析

刘慎哲<sup>1</sup>, 宋镇江<sup>2</sup>, 黄秀军<sup>2</sup>, 石德乐<sup>2</sup>, 姜明顺<sup>3</sup>, 隋青美<sup>3</sup>, 冯德军<sup>1,4</sup>

(1 山东大学信息科学与工程学院, 山东 济南 250100;

2 山东航天电子技术研究所, 山东 烟台 264670;

3 山东大学控制科学与工程学院, 山东 济南 250061

4 山东大学苏州研究院, 江苏 苏州 215123 )

**摘要:** 研究高斯光束经螺旋相位板和轴棱锥产生高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束的离轴传输情况, 对于离轴高阶贝塞尔 - 高斯光束的成因、光强分布操控、光斑定位等实际应用具有一定的理论指导意义。利用菲涅尔衍射积分的卷积算法 (Triple fast Fourier transform, T-FFT) 对离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束进行仿真分析, 着重研究了螺旋相位板和轴棱锥的错位参数、拓扑荷数以及传输距离等参数对光束带来的影响。分析表明: 离轴高阶贝塞尔 - 高斯光束具有不均匀的光强分布, 由于轴棱锥的偏移, 光束会整体发生偏移, 传输不同距离光强不均匀分布情况不同, 不同的拓扑荷数只影响光斑的扩展, 螺旋相位板和轴棱锥离轴参量值的多种组合会导致多种不同的光强分布情况, 甚至出现暗核偏移。

**关键词:** 涡旋光束; 光强分布; 螺旋相位板; 拓扑荷数

中图分类号: O436.1

文献标识码: A

文章编号: 1673-6141(2019)06-0401-010

## Transmission Analysis of Off-Axis High Order Bessel-Gaussian Vortex Beam

LIU Shenzhe<sup>1</sup>, SONG Zhenjiang<sup>2</sup>, HUANG Xiujun<sup>2</sup>, SHI Dele<sup>2</sup>, JIANG Mingshun<sup>3</sup>, SUI Qingmei<sup>3</sup>, FENG Dejun<sup>1,4</sup>

(1 School of information Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250100, China;

2 Shandong Aerospace Electronic Technology Research Institute, Yantai 264670, China;

3 School of Controlling Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;

4 Suzhou Institute of Shandong University, Suzhou, 215123, China)

**Abstract:** The off-axis transmission of high order Bessel-Gaussian vortex beam produced by spiral phase plate (SPP) and axicon is studied, which can provide reference for the off-axis high order Bessel-Gaussian beams '.

**基金项目:** Supported by Fifth Research Institute Innovation Fund Project of Aerospace Science, National Natural Science Foundation of Jiangsu Province (航天科技集团第五研究院创新基金江苏省自然科学基金, BK20141222), National Natural Science Foundation of China(国家自然科学基金, 61377043)

**作者简介:** 刘慎哲 (1992 - ), 山东济宁人, 研究生, 主要从事涡旋光场的理论研究。 **E-mail:** liuszint@163.com

**导师简介:** 冯德军 (1973 - ), 山东枣庄人, 教授, 硕士生导师, 主要从事电磁场与电磁波、光纤通信和传感器技术等研究。

**E-mail:** dejunfeng@sdu.edu.cn

**收稿日期:** 2018-07-19; **修改日期:** 2018-09-17

formation, intensity distribution control, spot location and other practical applications. On the basis of the theory of diffraction, the transmission of the higher order off-axis Bessel-Gaussian beams is simulated and analyzed by using the triple fast Fourier transform (T-FFT) algorithm. The effects of dislocation parameters, topological charge numbers and transmission distances of SPP and the axicon on the beams are considered during the simulation. The analysis shows that the off-axis higher-order Bessel-Gaussian beams have an uneven light intensity distribution. Due to the shift of the axicon, the beams will be shifted as a whole and the uneven distribution of light intensity at different distances is different. Different topological charge only affects the light spot expansion. Various combinations of the off-axis parametric values for SPP and the axicon will generate different light intensity distributions and even dark core's shifts.

Key words: vortex beam; distribution of field density; spiral phase plate; topological charge number

## 1 引言

高阶贝塞尔光束是涡旋光场的一种,它在一定距离内表现为无衍射光束且具有确定的轨道角动量<sup>[1]</sup>,使它在微观粒子的操控领域得到应用<sup>[2-4]</sup>。目前获得该光束的方法有不少<sup>[5-6]</sup>,其中,由基模高斯光束经过螺旋相位板(Spiral phase plate, SPP)产生涡旋光束,再经轴棱锥聚焦后得到高阶贝塞尔-高斯光束就是产生方法之一<sup>[7]</sup>。理想情况下,入射到螺旋相位板以及轴棱锥的高斯光束,三者中心是完全对齐的,也就是光束几何中心和相位中心是完全重合的,称为涡旋中心,此时的高阶贝塞尔-高斯光束的暗核位置就在涡旋的中心位置。然而,在实际情况下,涡旋光束的几何中心与相位中心完全对齐是非常难实现的,这种错位导致了光束不再具有完美的对称结构,该光束称为离轴涡旋光束。

科研人员对经由螺旋相位板产生的离轴拉盖尔高斯光束进行了研究。例如,文献[8]对离轴拉盖尔-高斯涡旋光束传输中光斑变化进行了研究,文献[9]对离轴涡旋光束半屏衍射情况下进行了研究,文献[10]讨论了离轴涡旋光束经单缝衍射的传输特性,文献[11]分析了利用螺旋相位板-轴棱锥系统产生高阶贝塞尔光束,其中光束斜入射系统时产生的像散对贝塞尔光束的影响。然而,对于高阶贝塞尔-高斯涡旋光束的离轴分析尚未见报道,本文分别研究了螺旋相位板和轴棱锥的错位参数、拓扑荷数以及传输距离等参数对光束带来的影响。

## 2 传输理论

非离轴情况下,基模高斯光束经螺旋相位板-轴棱锥系统后衍射面的光场表达式为

$$E_0(x_0, y_0, z=0) = \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left[il \left(\arctan \frac{y_0}{x_0}\right)\right] \exp\left[-ik(n-1)\gamma\sqrt{x_0^2 + y_0^2}\right], \quad (1)$$

式中,  $w_0$  为光束半径,  $l$  为涡旋光束拓扑荷,  $k$  为波数,  $n$  为轴棱锥的折射率,  $\gamma$  为轴棱锥的锥角,式中右边第二项是螺旋相位板的传输函数<sup>[12]</sup>,右边第三项是轴棱锥的传输函数<sup>[13]</sup>。

离轴情况下,离轴传输示意图如图1所示,衍射面处的光场表达式可以修改为

$$E'_0(x_0, y_0, z=0) = \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left[il \left(\arctan \frac{y_0 - b_0}{x_0 - a_0}\right)\right] \times \exp\left[-ik(n-1)\gamma\sqrt{(x_0 - a_1)^2 + (y_0 - b_1)^2}\right], \quad (2)$$

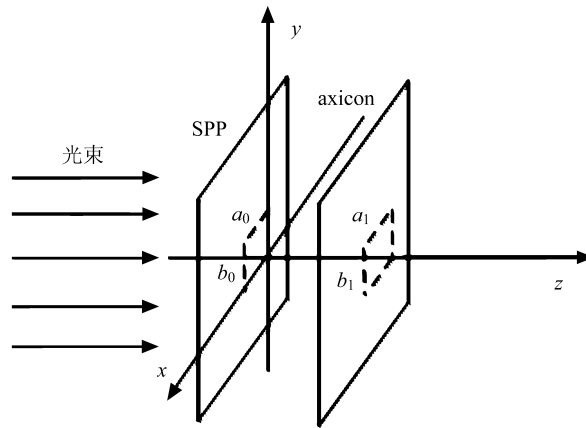


图 1 螺旋相位板和轴棱锥的离轴示意图

Fig.1 Schematic diagram of off-axis spiral phase plate and axicon

图 1 表示光束几何中心在轴上, 螺旋相位板和轴棱锥相对于光束几何中心有一定的错位。公式 (2) 和图 1 中  $a_0$ 、 $b_0$  分别表示螺旋相位板对于  $x$  轴和  $y$  轴的离轴参量,  $a_1$ 、 $b_1$  分别表示轴棱锥对于  $x$  轴和  $y$  轴的离轴参量。

当离轴涡旋光束传输一段距离后, 根据菲涅尔衍射积分公式, 观察面 (传输了距离  $z$  后的平面) 处的光场表达式为<sup>[14]</sup>

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \iint_{\Sigma} E(x_0, y_0, 0) \exp\left\{\frac{ik}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 . \quad (3)$$

对于式 (3), 直接进行积分数值计算相对困难, 下面将采用菲涅尔衍射积分的 T-FFT 算法<sup>[15]</sup> 对离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束进行仿真分析。

首先对菲涅尔衍射积分的 T-FFT 算法进行简述。

根据式 (3), 定义脉冲响应

$$h(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right], \quad (4)$$

由于式 (4) 是空不变的, 则衍射积分公式 (3) 可以表示为卷积形式为

$$E(x, y) = E_0(x_0, y_0) \otimes h(x, y), \quad (5)$$

根据式 (5) 可以得到, 菲涅尔衍射积分可以用光场  $E_0(x_0, y_0)$  与函数  $\exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right]$  卷积, 再乘上函数  $\frac{\exp(ikz)}{i\lambda z}$  来计算, 即

$$E(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \times \left\{ E_0(x_0, y_0) \otimes \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \right\} . \quad (6)$$

将卷积计算转换到频域以提高计算速度, 可以分为两步。首先变换到频域 (两次傅里叶变换)

$$E(u, \nu) = \text{FFT}\{E_0(x_0, y_0)\} \times \text{FFT}\left\{\exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right]\right\}, \quad (7)$$

其次转换回空域 (逆傅里叶变换)

$$E(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \times \text{FFT}^{-1}\{E(u, \nu)\} . \quad (8)$$

由于该方法总共使用了三次傅里叶变换, 故称为 T-FFT 算法。T-FFT 算法的 matlab 算法流程图如图 2 所示。

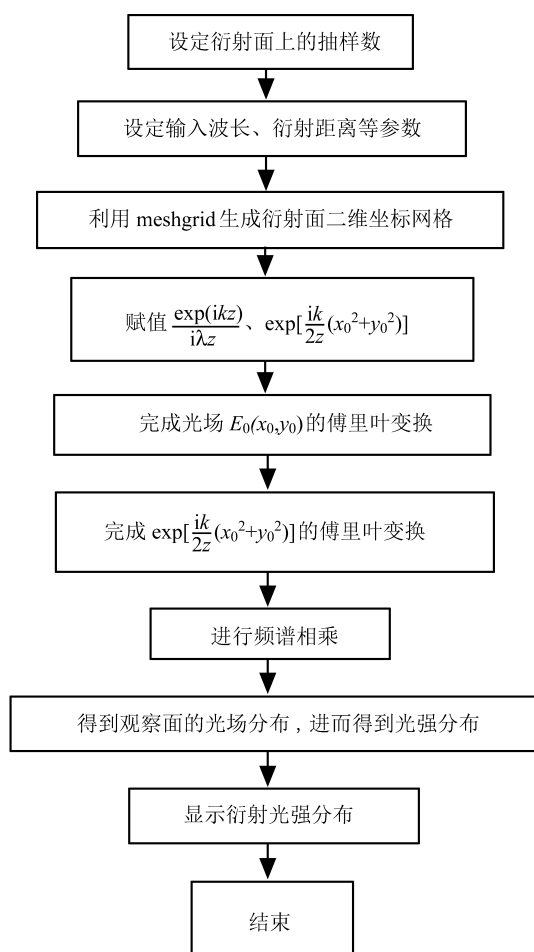


图 2 T-FFT 算法的 matlab 流程图

Fig.2 Matlab flow chart of T-FFTmatlab

运用 T-FFT 算法计算菲涅尔衍射积分有两个优点: 一是运算速度快; 二是运算步骤清楚, 有利于软件编程实现。

### 3 仿真分析

由螺旋相位板 - 轴棱锥系统产生的离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束, 其离轴因素有两项: 一是由螺旋相位板中心与涡旋光束中心偏移引起的; 二是由轴棱锥的错位引起的。所以, 在对离轴涡旋光束的分析中, 分别讨论了螺旋相位板和轴棱锥离轴参数相等与不相等的情况。

仿真分析中, 所用参数如下: 光束波长  $\lambda=1.064 \mu\text{m}$ , 光束半径  $w_0=2 \text{ mm}$ , 轴棱锥锥角  $\gamma=1^\circ$ , 轴棱锥折射率  $n=1.5$ 。

#### 3.1 传输距离对离轴涡旋光束的影响

首先, 根据式 (2) 和式 (3), 仿真分析沿  $y$  轴方向偏移 ( $x$  轴离轴参量均取 0) 的涡旋光束情况。细分为两种情况进行讨论, 即螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  相等和不相等两种情况。

a) 螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  相等

取  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm, 拓扑荷  $l = 1$ , 分别仿真出了  $z = 50, 100, 150$  mm 处的场强分布情况, 如图 3 所示。

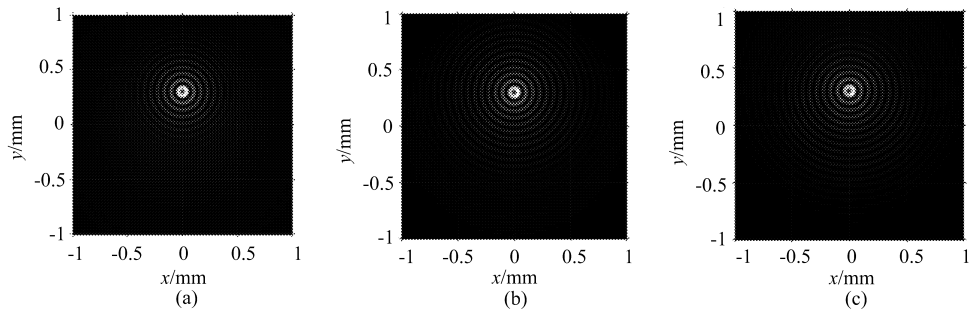


图 3  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm 时的光场强度分布情况。(a)  $z=50$  mm; (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=150$  mm

Fig.3 Distribution of field density when  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm. (a)  $z=50$  mm; (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=150$  mm

从图 3 可以看出, 光束的暗核向轴的正半轴移动约 0.3 mm, 光束光强分布也不再是对称均匀分布, 并且随着传输距离的增加, 这种不均匀的分布情况逐渐增加, 当达到  $z=150$  mm 时, 光束主光环 (光束最内部圆环) 左部分光强减弱明显。螺旋相位板与轴棱锥离轴参量相同的情况下, 传输到 150 mm 处时, 光束主光环整体依然关于  $x=0$  轴线对称, 没有发现横向偏移。

当取  $b_0 = b_1 = -0.3$  mm 时, 不同距离处的光强分布, 如图 4 所示。

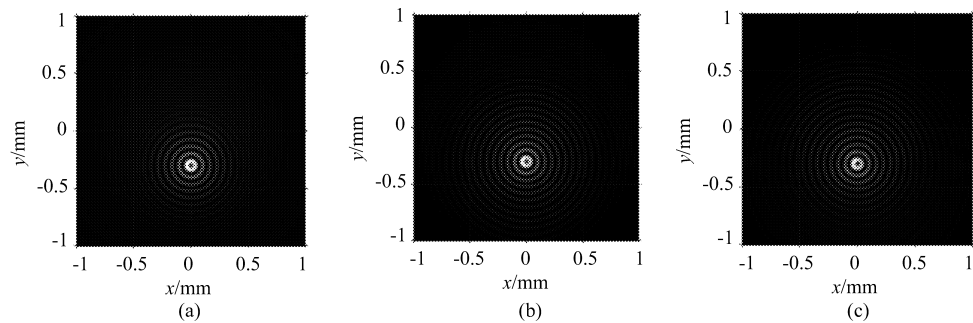


图 4  $b_0 = b_1 = -0.3$  mm 时的光场强度分布。(a)  $z=50$  mm; (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=150$  mm

Fig.4 Distribution of field density  $b_0 = b_1 = -0.3$  mm. (a)  $z=50$  mm; (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=150$  mm

如图 4 所示, 光束向  $y$  轴负向偏移为 0.3 mm, 但光强的不均匀分布情况与  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm 时不同, 图 3 中随着距离的增加, 右侧光强逐渐大于左侧, 而图 4 中左侧光强逐渐大于右侧; 但二者随着距离的增加, 光束整体的变化趋势是相同的。

b) 螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  不相等

取  $b_0 = 0.15$  mm,  $b_1 = 0.3$  mm, 拓扑荷数仍为  $l = 1$ , 分别仿真出  $z=50$ 、 $100$ 、 $150$  mm 处的场强分布情况, 如图 5 所示。

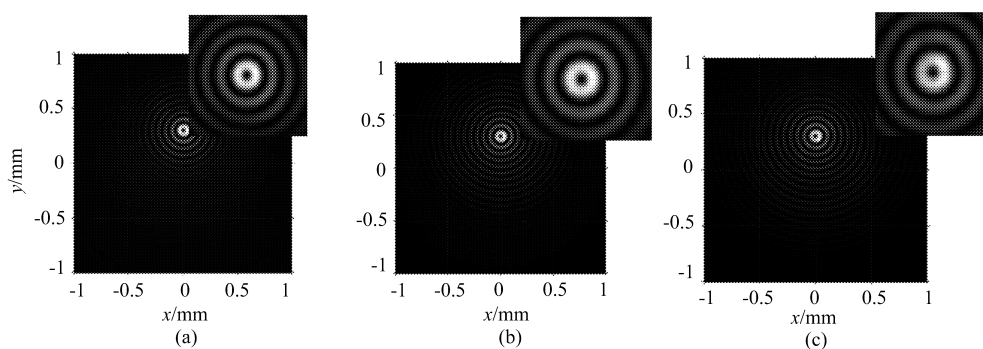


图 5  $b_0 = 0.15$  mm,  $b_1 = 0.3$  mm, 处的光场强度分布。(a)  $z = 50$  mm; (b)  $z = 100$  mm; (c)  $z = 150$  mm

Fig.5 Distribution of field density respectively in the case of  $b_0 = 0.15$  mm and  $b_1 = 0.3$  mm. (a)  $z = 50$  mm; (b)  $z = 100$  mm; (c)  $z = 150$  mm

图 5 中为了清楚分析此种情况下光束的变化情况, 在强度分布的右上角给出了主光环的细节图。根据图 5 可以看出, 离轴涡旋光束被偏移 to 轴正半轴 0.3 mm 处, 并且, 随着距离的增大, 光束光强分布愈加不均匀。暗核发生了轻微的偏移, 不再位于  $x = 0$  处, 这与螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  相等的情况有所区别, 这种偏移随着拓扑荷数的增加愈加明显, 详见图 7。

### 3.2 拓扑荷数对离轴涡旋光束的影响

拓扑荷是涡旋光束的重要参数。下面分别以螺旋相位板和轴棱锥同沿  $y$  轴负方向偏离相同值和不同值两种情况为基础, 改变拓扑荷值的大小, 使涡旋光束传输相同距离, 分析拓扑荷对离轴高阶贝塞尔光束的影响。传输距离选取  $z = 100$  mm, 分别选取拓扑荷数  $l = 1, 3, 5$  的情况进行仿真分析。

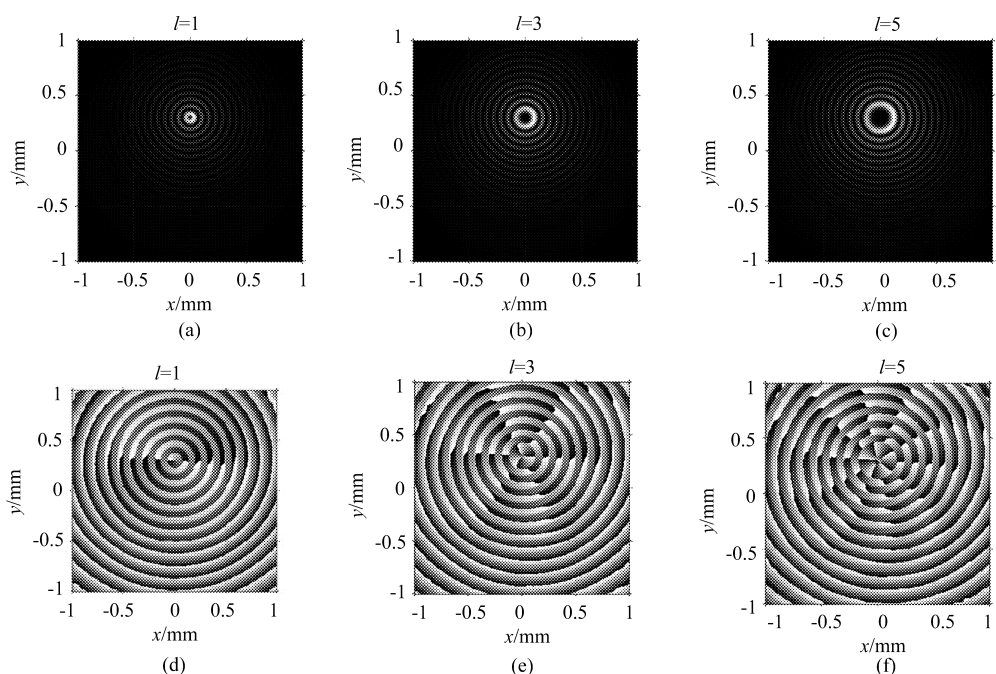


图 6  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm、 $z = 100$  mm, 拓扑荷数  $l = 1, 3, 5$  时的光强和相位分布情况。

Fig.6 Distribution of field density and phase at different topological charge of  $l = 1, 3, 5$  while  $b_0 = b_1 = 0.3$  mm and  $z = 100$  mm

a) 螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  相等

取  $b_0 = b_1 = 0.3 \text{ mm}$ , 拓扑荷数  $l = 1, 3, 5$  的光强和相位分布如图 6 所示。

与图 3 情况相似, 由于离轴的原因, 图 6 中光强出现不均匀分布, 光束整体偏移到  $y=0.3 \text{ mm}$  处。不同拓扑荷数下, 光束中心仍关于  $x=0$  轴线对称, 相位中心位于  $x=0$  轴线上, 没有发生横向偏移。由于拓扑荷数的不同, 光束的主光环直径随着拓扑荷数的增加而增大。

b) 螺旋相位板离轴参量  $b_0$  与轴棱锥离轴参量  $b_1$  不相等

取  $b_0 = 0.15 \text{ mm}$ ,  $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ , 分别仿真拓扑荷数  $l = 1, 3, 5$  的光强分布情况, 仿真结果如图 7 所示。

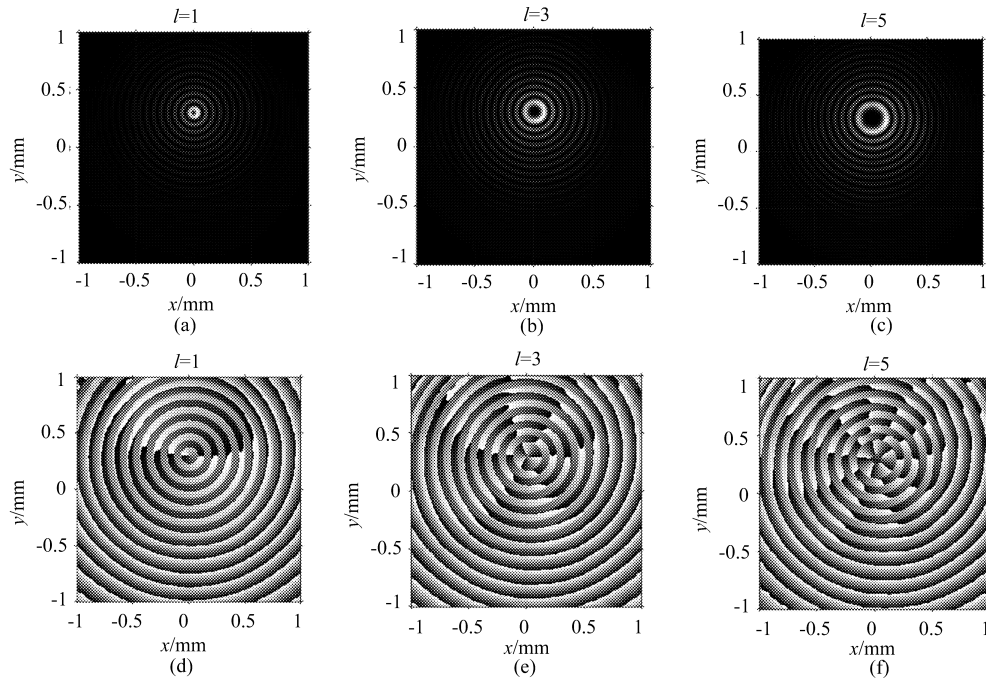


图 7  $b_0 = 0.15 \text{ mm}$ 、 $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ 、 $z=100 \text{ mm}$ , 拓扑荷数  $l=1, 3, 5$  的光强以及相位分布情况

Fig.7 Distribution of field density and phase at different topological charge of  $l=1, 3, 5$

while  $b_0 = 0.15 \text{ mm}$ ,  $b_1 = 0.3 \text{ mm}$  and  $z=100 \text{ mm}$

图 7 中, 光束被偏离到  $y$  轴正半轴  $0.3 \text{ mm}$  处, 光束的强度出现不对称的情况。并且, 由于螺旋相位板和轴棱锥的离轴参量不相等, 出现了与图 5 相同的情况, 使得光强和相位发生了横向偏移, 随着拓扑荷数的增加, 光束光环随着扩大。

### 3.3 离轴参量对离轴涡旋光束的影响

上述讨论都是在某些固定的离轴参量前提下进行的仿真分析, 下面仿真分析离轴程度的不同对产生的高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束的影响。由于螺旋相位板 - 轴棱锥系统涉及两个离轴参量  $b_0$  和  $b_1$ , 所以排列组合出的情况较多, 选出三种情况对离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束的影响进行分析。即 a)  $b_1=0$ ,  $b_0$  取不同值; b)  $b_0=0$ ,  $b_1$  取不同值; c) 两个离轴参量向不同方向偏离相同值时对产生的离轴高阶贝塞尔 - 高斯涡旋光束的影响。

a)  $b_1 = 0$ ,  $b_0$  取不同值的情况

取  $b_0=0.3, 0.5, 0.7 \text{ mm}$ , 拓扑荷数  $l=1$ , 传输距离  $z=100 \text{ mm}$ , 不同离轴参量值情况下, 涡旋光束的情况如图 8 所示。从图中可见只有螺旋相位板存在错位时, 光束光强呈现明显的不均匀, 左右两侧光强大于上下侧, 随着离轴参量值的增加, 光束的不均匀分布更加明显。而且, 光束的中心发生偏移, 偏移程度随着离轴参量值的增大而增加。

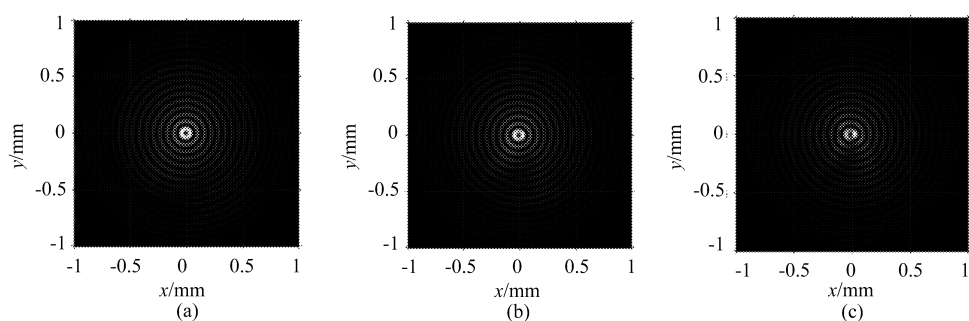


图 8  $b_1 = 0$  时涡旋光束光强分布情况。(a)  $b_0=0.3$  mm; (b)  $b_0=0.5$  mm; (c)  $b_0=0.7$  mm

Fig.8 Distribution of field density at different  $b_0$  in the case of  $b_1 = 0$ . (a)  $b_0=0.3$  mm; (b)  $b_0=0.5$  mm; (c)  $b_0=0.7$  mm

b)  $b_0 = 0$ ,  $b_1$  取不同值的情况

取  $b_1 = 0.3, 0.5, 0.7$  mm, 拓扑荷数  $l = 1$ , 传输距离  $z = 100$  mm, 不同离轴参量值情况下, 涡旋光束的情况如图 9 所示。

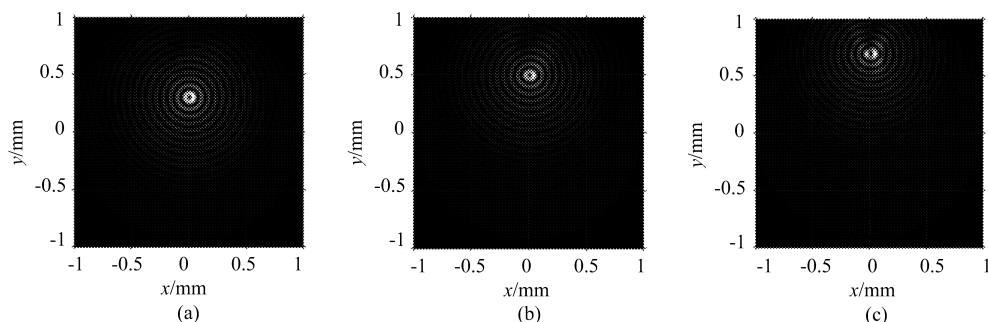


图 9  $b_0 = 0$ ,  $b_1$  取不同的值时涡旋光束光强分布情况。(a)  $b_1=0.3$  mm, (b)  $b_1=0.5$  mm, (c)  $b_1=0.7$  mm

Fig.9 Distribution of field density at different  $b_1$  in the case of  $b_0 = 0$ . (a)  $b_1=0.3$  mm, (b)  $b_1=0.5$  mm, (c)  $b_1=0.7$  mm

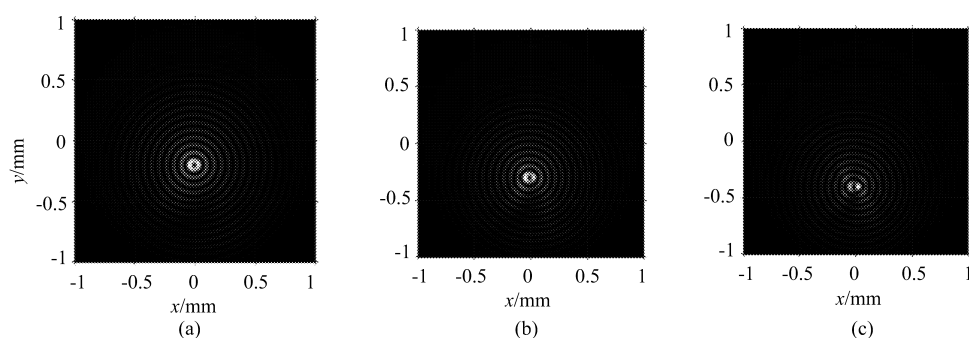


图 10 离轴参量  $b_0$ 、 $b_1$  向不同方向偏离相同值时光强分布情况。(a)  $b_0=0.2$  mm、 $b_1 = -0.2$  mm, (b)  $b_0=0.3$  mm、 $b_1 = -0.3$  mm, (c)  $b_0=0.4$  mm、 $b_1 = -0.4$  mm

Fig.10 Distribution of field density at different  $b_0$ ,  $b_1$  combination. (a)  $b_0=0.2$  mm、 $b_1 = -0.2$  mm, (b)  $b_0=0.3$  mm、 $b_1 = -0.3$  mm, (c)  $b_0=0.4$  mm、 $b_1 = -0.4$  mm

在此情况下, 光束的位置和光强分布均发生了变化, 光束的整体位置向  $y$  轴正半轴方向的偏移基本与轴棱锥的离轴参量一致。并且, 随着轴棱锥离轴参量值的增大, 光强右侧集中明显, 光环形状发生变化, 甚至失去环状结构。



c) 离轴参量  $b_0, b_1$  向不同方向偏离相同值时情况

取  $b_0 = 0.2, 0.3, 0.4$  mm, 相应的离轴参量  $b_1$  分别取  $-0.2, -0.3, -0.4$  mm, 拓扑荷数  $l = 1$ , 传输距离  $z = 100$  mm, 两离轴参量向不同方向偏移相同值时的光束分布如图 10 所示。

在此条件下, 光束的  $y$  轴向偏移仍然与离轴参量  $b_1$  的值相对应, 仔细观察可以发现光束存在一定的横向偏移, 横向偏移趋势与上述  $b_1 = 0, b_0$  取不同值的情况下的横移趋势相同。光强依然是光环左右侧强度大于上下两侧, 但无明显的规律, 当离轴参量  $b_0, b_1$  向不同方向偏离值达到 0.4 mm 时主光环环状结构接近消失。

## 4 结 论

对离轴高阶贝塞尔 - 高斯光束的传输特性进行了数值分析, 离轴光束随着传输距离的增加, 光强不均匀分布的愈加明显; 不同的拓扑荷数令离轴涡旋光束传输后光斑展宽, 甚至暗核中心发生偏移; 离轴参量的不同会使得光束偏移程度以及光强分布均发生变化, 离轴参量值越大偏移程度越大, 光强分布不均匀愈加明显。对于接收端对光斑的定位以及判断光束不对称性的原因有一定的指导作用, 对实际实验具有一定的指导意义。

### 参考文献:

- [1] Mazilu M, Stevenson D J, Gums-Moore F, et al. Light beats the spread: “non-diffracting” beams [J]. *Laser Photonics Reviews*, 2010, 4(4): 529-574.
- [2] Paterson L, Macdonald M P, Arlt J, et al. Controlled rotation of optically trapped microscopic particle [J]. *Science*, 2001, 292: 912-914.
- [3] Agarwal R, Ladavac K, Roichman Y, et al. Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps [J]. *Optics Express*, 2005, 13(22):8906-8912.
- [4] Ng J, Lin Z, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 103601.
- [5] Arlt J, Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon [J]. *Optics Communications*, 2000, 177(1): 297-301.
- [6] Turunen J, Vasara A, Friberg A T. Holographic generation of diffraction-free beams [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(19): 3959-3962.
- [7] Chen Guangming, Lin Huichuan, Pu Jixiong. Axial pyramid focusing vortex beam to obtain high-order Bessel beam [J]. *Photoelectron-laser*, 2011(6): 945-950(in Chinese).  
陈光明, 林惠川, 蒲继雄. 轴棱锥聚焦涡旋光束获得高阶贝塞尔光束 [J]. *光电子·激光*, 2011(6): 945-950.
- [8] Ding Panfeng, Pu Jixiong. Spot evolution in off-axis Laguerre-Gaussian vortex beam propagation [J]. *Journal of Physics*, 2012, 61(6):198-203(in Chinese).  
丁攀峰, 蒲继雄. 离轴拉盖尔 - 高斯涡旋光束传输中的光斑演变 [J]. *物理学报*, 2012, 61(6): 198-203.
- [9] Liu P S, Lü B D. Propagation of Gaussian background vortex beams diffracted at a half-plane screen [J]. *Optics & Laser Technology*, 2008, 40(2): 227-234.
- [10] Zhang Mingming. *Study on Transmission Characteristics of Off-axis Vortex Beams* [D]. Nanjing: Master Thesis of Nanjing University of Science & Technology, 2014(in Chinese).

- 张明明. 离轴涡旋光束的传输特性研究 [D]. 南京: 南京理工大学硕士论文, 2014.
- [11] Hu Run, Wu Fengtie, Zhu Qingzhi, *et al.* Influence of off-axis astigmatism on high-order Bessel beams [J]. *Journal of Optics*, 2017, **37**(8): 294-301(in Chinese).
- 胡 润, 吴逢铁, 朱清智, 等. 离轴像散对高阶贝塞尔光束的影响 [J]. *光学学报*, 2017, **37**(8):294-301.
- [12] Chen Jun, Kuang Dengfeng, Gui Min, *et al.* Generation of optical vortex using a spiral phase plate fabricated in quartz by direct laser writing and inductively coupled plasma etching [J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, **26**(1): 102-104.
- [13] Pérez, M.V., C. Gómez-Reino and J.M. Cuadrado, Diffraction Patterns and Zone Plates Produced by Thin Linear Axicons. *Optica Acta: International Journal of Optics*, 1986. **33**(9): 1161-1176.
- [14] Liu Pusheng. *Study on optical effects of coherent and related singularities* [D]. Chengdu: Doctorial Dissertation of Sichuan University, 2007(in Chinese).
- 刘普生. 相干和相关奇点光学效应研究 [D]. 成都: 四川大学博士论文, 2007.
- [15] Qian Xiaofan. *Information optical digital laboratory: MATLAB edition* [M]. Beijing: Science Press,2015(in Chinese).
- 钱晓凡. 信息光学数字实验室: MATLAB 版 [M]. 北京: 科学出版社, 2015.