

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2024.01.016

一种提高量子线路保真度的转换方法

牛义仁, 管致锦*, 李海峰, 陆俊宇

(南通大学信息科学技术学院, 江苏 南通 226019)

摘要: 在实际量子计算中, 量子比特和量子操作表现出不同的品质特性, 从而影响量子计算结果的保真度。而量子受控非门 (CNOT 门) 错误率在品质特性中占据主要地位。提出了一种既能满足连通约束又能提高保真度的量子线路转换方法, 该方法先通过 Floyd 算法找出量子位移动路径, 基于该路径上存在的一个或多个双量子比特门执行的成功率, 构建启发式函数, 以此来选择线路中高保真度的交换方式。多个基准测试实验结果表明, 与 IBM Qiskit 工具包中的 SabreSwap 和 StochasticSwap 算法相比, 本工作所提方法在量子线路保真度方面分别提高了 39.29% 和 36.06%。

关键词: 量子信息; 量子线路; 保真度; 线路转换; CNOT 错误率

中图分类号: TP302.2 文献标识码: A 文章编号: 1007-5461(2024)01-00161-09

A conversion method for improving fidelity of quantum circuits

NIU Yiren, GUAN Zhijin*, LI Haifeng, LU Junyu

(College of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: In actual quantum computing, qubits and quantum operations exhibit different quality characteristics, which affect the fidelity of quantum computing results. While among the quality characteristics, the error rate of controlled-NOT (CNOT) quantum gate occupies a major position. This research proposes a quantum circuit conversion method that not only satisfies the connectivity constraints but also improves fidelity. The method first finds out the qubit moving path through Floyd algorithm, and constructs a heuristic function based on the success rate of one or more two-qubit gates on the path, then select the high-fidelity switching mode in this circuit. Multiple benchmark experiments show that compared with SabreSwap and StochasticSwap algorithms in IBM Qiskit toolkit, the proposed method improves the quantum line fidelity by 39.29% and 36.06% respectively.

Key words: quantum information; quantum circuit; fidelity; circuit conversion; CNOT error rate

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (62072259), 福建省科技厅引导性项目 (2021H0029)

作者简介: 牛义仁 (1996 -), 江苏淮安人, 研究生, 主要从事计算机辅助量子逻辑综合方面的研究。E-mail: 1930320023@stmail.ntu.edu.cn

导师简介: 管致锦 (1962 -), 江苏连云港人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事量子电路逻辑设计、信息安全、信息感知等方面的研究。

E-mail: guan.zj@ntu.edu.cn

收稿日期: 2021-12-08; 修改日期: 2022-03-02

*通信作者。

0 引言

由于在整数分解^[1], 量子化学^[2], 线性代数^[3]等问题上具备超越经典计算的潜在优势, 量子计算成为一个非常活跃的研究领域。量子计算机有离子阱^[4]、超导量子比特^[5]等物理实现方式。本文拟以目前常用的超导量子比特为例来介绍量子计算机。物理实验已经表明超导量子比特之间的连接可以是对称的^[6], 如在 IBM 的量子计算机上, CNOT 门已经可以应用于量子比特之间的任意方向。然而, 量子计算机上的一个量子比特只能与相邻的量子比特相互作用, 这种情况称为连通约束。

在量子计算中, 一个实际问题的解决步骤, 可以通过量子线路描述, 量子线路可以通过高级别的可逆线路表示。量子线路由输入量子比特、量子门、测量和经典寄存器^[7]组成。大多数量子线路以一种不考虑连通约束的通用方式进行描述, 在量子计算机上当运行一个量子线路时, 量子线路中的逻辑量子比特按照一个特定方式分配到物理量子比特时, 因连通约束, 只有少数双量子比特门能直接执行。

可逆线路减轻了专门研究量子计算机架构的人员负担, 编译器的角色是将可逆线路转换为满足连通约束的量子线路, 其执行过程通常有三步。第一步: 将高等级的门分解为量子计算机支持的量子门, 如 IBM 的量子计算机支持的门有 CNOT、u1、u2、u3、id; 第二步: 量子线路引入辅助门来进行线路转换, 以便能在量子计算机上直接执行。量子线路转换有两种方法: 第一种, 将量子线路重新表述为一个数学上等价的问题, 如整数线性规划^[8], 可满足模理论^[9], 然后使用专门的求解器来解决, 然而这些数学方法的运行时间长, 难以扩展。由于穷举转换缺乏全局优化能力, 运行时间长, 故第二种方法是使用启发式来转换量子线路, 从第一个量子门开始, 依次转换量子门。量子线路转换一般分为初始化分配(把逻辑量子比特分配给物理量子比特)和量子比特移动(把逻辑量子比特从一个位置移动到另一个位置)两个过程; 第三步: 通过减少执行时间与门数、提高保真度等方式来优化量子线路。然而, 就量子线路转换而言, 只有输入量子比特和量子门是相关的。

以前的大多数工作^[10,11]只适用于量子线路最近邻连接, 但并不适用量子计算机架构。因为在简单的一维或二维布局架构中, 有明显较少的限制, 其中任意双量子比特门可以应用相邻的量子比特。但在 IBM 的量子计算机上, 对于可以相互作用的物理量子比特有着明确要求。文献 [12,13] 所提算法适用于任意量子计算机架构。文献 [12] 提出一种启发式算法来寻找映射过程中每一步最优的插入 SWAP 操作; 文献 [13] 提出一种动态前瞻启发式方法来减少插入的 SWAP 门。数量文献 [14] 引入了有向无环图概念, 它考虑了量子门的依赖性。文献 [15] 采用校验数据, 在强连接的量子比特之间插入额外的门, 即将额外的门插入在低 CNOT 错误率的双量子比特上。然而, 这些工作对提高量子线路保真度方面收效甚微。

由于量子位线路转换问题是多项式复杂程度的非确定性问题, 即 NP 问题^[16], 很难直接找到最优解。本文主要对于上述第二步第三步的设计提出一种量子线路转换方法, 该方法将 OpenQASM 语言^[17]编写的量子线路、IBM 量子计算机的拓扑结构和校准数据中的 CNOT 错误率作为输入, 通过感知量子比特和量子操作表现出不同的品质特性, 选择最有利于提高线路保真度的 SWAP 门。

1 背景

1.1 量子线路

量子线路由若干量子比特和量子门构成, 量子线路中的每一条横线表示一个量子比特^[13]。如图 1(a) 所

示, 这是由两个 CNOT 门和一个 NOT 门组成的量子线路, 线路中的 CNOT 门是一种常见的双量子比特门, 用符号 $CNOT(C, T)$ 表示, 其中 C 和 T 分别代表控制位和目标位。图 1 中的二个 CNOT 门, 分别为 $CNOT(q_0, q_2)$, $CNOT(q_2, q_0)$ 。CNOT 门的功能为当控制位状态为 $|0\rangle$ 时, 目标位不作任何操作; 而当控制位状态为 $|1\rangle$ 时, 目标位状态进行翻转, 即 $|1\rangle$ 变为 $|0\rangle$ 或 $|0\rangle$ 变为 $|1\rangle$ 。

量子线路中量子门是按照时序依次执行的, 可以使用有向无环图表示量子线路中量子比特门之间的执行约束, 一个双量子比特门 $CNOT(C, T)$ 只能在 C 或 T 上的所有量子比特门均执行后才能执行。如图 (1)b 所示, 先执行门 g_0 、接着执行门 g_1 , 最后执行门 g_2 。

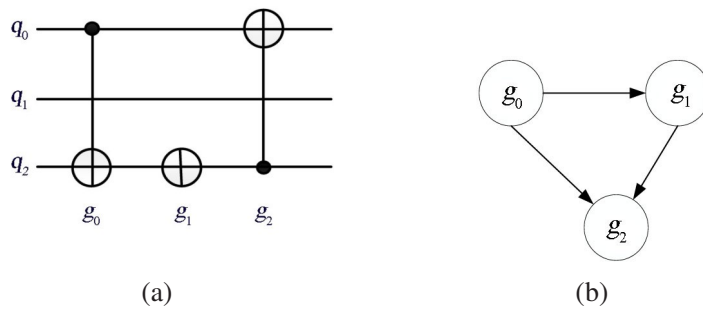


图 1 量子线路 (a) 和其有向无环图 (b)

Fig. 1 Quantum circuit (a) and its directed acyclic graph (b)

1.2 量子计算机连通约束

图 2 给出一个量子计算机 `ibmq_belem` 拓扑结构, 图中 Q_0 、 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 分别代表物理量子比特, 若两个物理量子比特之间存在边则表示该两个物理量子比特可以相互作用, 上图 $\langle Q_0, Q_1 \rangle$ 、 $\langle Q_1, Q_2 \rangle$ 、 $\langle Q_1, Q_3 \rangle$ 、 $\langle Q_3, Q_4 \rangle$ 四对物理量子比特可以相互作用。边上的数字代表 CNOT 错误率。

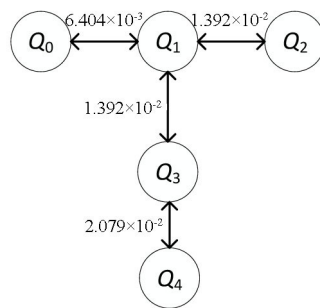


图 2 `ibmq_belem` 拓扑结构

Fig. 2 Topology structure of `ibmq_belem`

初始化分配按照 $\{q_i \rightarrow Q_j\}$ 将逻辑量子比特 q_i 分配到物理量子比特 $Q_j (i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\}, n \leq m)$, 逻辑量子比特数不能超过物理量子比特数。默认初始化分配是指按照 $\{q_i \rightarrow Q_i\}$ 进行分配, 假设图 1(a) 初始化分配 $\{q_0 \rightarrow Q_0, q_1 \rightarrow Q_1, q_2 \rightarrow Q_2\}$ 映射到图 2 所示的拓扑结构, 其中门 g_0 和 g_2 不能直接执行。

1.3 量子线路转换

本研究中量子线路转换的主要目标是将输入逻辑电路转换为满足连通性约束且能提高保真度的量子线路。

设 $G = (V, E)$ 为量子计算机的架构图, 其中 V 为物理量子比特的集合, E 为能直接相互作用的量子比特集合。给定一个逻辑电路 $LC = (q, C)$, 其中 q 代表逻辑量子比特且 $|q| \leq |V|$, 需要构建满足连通约束量子线路 $PC = (Q, C')$, LC 和 PC 满足以下特性: 1) 他们在功能上等价; 2) PC 中只包含 CNOT 门与单量子比特门; 3) PC 中的 CNOT (C, T) 满足 $\langle C, T \rangle \in E$ 。

在线路转换的每一步过程中, 逻辑电路中的量子比特先被分配到量子计算机中的物理量子比特, 不能直接交互的量子比特需要转换, 设量子线路转换函数为 π , 使 $Q = \pi(q)$, 函数 π 由插入的辅助门决定。函数 π 在量子线路转换过程中不断变化。SWAP 门是一种常用的辅助门, 它将双量子门的量子比特移动到量子计算机的任意近邻物理量子比特, 一个 SWAP 门可由三个 CNOT 门替代, 如图 3 所示。

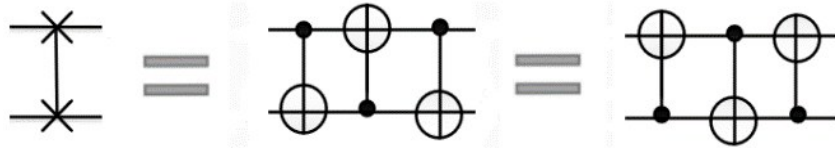


图3 SWAP 门分解

Fig. 3 SWAP decomposition

给定量子计算机拓扑结构 G 、逻辑电路 LC 和函数 π , 当 LC 中一个 CNOT (C, T) 满足 $(\pi(C), \pi(T)) \in E$ 后, 从 LC 中移除该 CNOT 门并转换下一个 CNOT 门, 直到最后一个 CNOT 门执行完毕。这个过程被称为量子线路转换过程。

1.4 量子计算保真度

保真度指量子线路在量子计算机上正确执行的概率。噪声影响量子线路执行结果, 使得保真度降低。图 4 为图 1 的线路经过转换后满足连通约束的一种线路, 将该满足连通约束的量子线路在 `ibmq_belem` 上执行 1000 次, 其执行结果如图 5 所示。理论上讲, 默认输入 $|000\rangle$, 理应输出均为 $|110\rangle$, 却存在其他输出, 其原因是量子比特和量子操作表现出不同的品质特性。

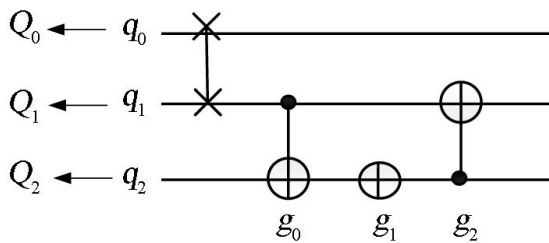


图4 图 1 线路转换的量子线路

Fig. 4 A converted quantum circuit of Fig. 1

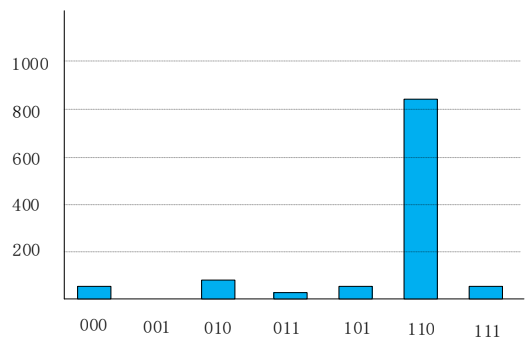


图5 图 4 所示量子线路的执行结果

Fig. 5 The result of execution of Fig. 4

2 基于 ESP 的选择交换方式模型

在量子计算机上存在多种错误率, 其中 CNOT 错误率占据重要部分^[15]。根据转换后线路的估计成功概率 (ESP)^[18] 来选择线路最佳插入 SWAP 门的方式, 简称交换方式。在控制位和目标位间, 根据直接相互作用的

量子比特对构成一条路径, 称之为量子比特移动路径 w , 即 $a_1-a_2-\dots-a_h-\dots-a_n$, $1 \leq h < n$, 其中 $\langle a_h, a_{h+1} \rangle$ 为可直接交互的量子比特对, a_i 表示控制位 C , a_n 表示目标位 T 。(1) 式显示在量子比特移动路径 w 、 $\pi(C) = a_h$ 、 $\pi(T) = a_{h+1}$ 的情况下, 单个 CNOT 门的每种交换方式的成功概率。(2) 式基于 (1) 式中各种交换方式对应的 ESP, 选择最大的 ESP, 确定最佳的交换方式。

$$E_{sp}(g_h) = \prod_{i=1}^{h-1} p_i^3 p_h \prod_{h+1}^{n-1} p_i^3, \quad (1)$$

$$N_n(g) = \max \{E_{sp}(g)\}. \quad (2)$$

设单个 CNOT(C, T) 门的量子比特移动路径为 $a_1-a_2-\dots-a_n$ 、 $\pi(C) = a_3$ 、 $\pi(T) = a_4$, 则 $E_{sp}(g_3) = p_1^3 * p_2^3 * p_3^3 * \dots * p_{n-1}^3$, 若 $E_{sp}(g_3)$ 为 $E_{sp}(g_i)$ 中做大值, 则当前门的插入方式为 SWAP(a_1, a_2), SWAP(a_2, a_3), \dots , SWAP(a_4, a_5), SWAP(a_{n-1}, a_n)。

一个量子线路中包含许多 CNOT 门且当前门的量子比特移动会影响后续每个门的交换方式, 从而导致后续门近邻的 ESP 不一样, 满足该连通约束的量子线路有多种, 需要从中选出线路保真度最大的交换方式。故在 (1) 式的基础上, 提出了 (3) 式, C 代表整个量子线路。

$$N_n(C) = \max \left\{ \prod_{g \in C} E_{sp}(g) \right\}. \quad (3)$$

假设在一个量子线路中存在两个 CNOT 门 g_1 和 g_2 , 在门 g_1 的量子位移动路径 w_1 上, $\pi(C) = a_i$ 、 $\pi(T) = a_{i+1}$ 时 $E_{sp}(g_1) = p_1^3 * \dots * p_i^3 * p_{i+1}^3 * \dots * p_{n-1}^3$ 。在门 g_2 的量子位移动路径 w_2 上, $\pi(C) = a_j$ 、 $\pi(T) = a_{j+1}$ 时的 $E_{sp}(g_2) = p_1^3 * \dots * p_j^3 * p_{j+1}^3 * \dots * p_{n-1}^3$ 。则根据 $E_{sp}(g_1) * E_{sp}(g_2)$ 组合中的最大值, 得出能提高保真度的量子线路交换方式, 即门 g_1 的交换方式为 SWAP(a_1, a_2), SWAP(a_{i-1}, a_i), \dots , SWAP(a_{n-1}, a_n), 门 g_2 的交换方式为 SWAP(a_1, a_2), SWAP(a_{j-1}, a_j), \dots , SWAP(a_{n-1}, a_n)。

3 高保真度的量子线路转换方法

基于 (3) 式, 提出一种量子线路转换方法, 该算法以量子线路、量子计算机的拓扑结构和 CNOT 错误率作为输入, 默认初始化分配后, 该方法不断改变函数 π , 生成的线路不仅满足连通约束, 而且提高量子线路保真度。

将量子计算机的拓扑结构图看作有向图, 以 CNOT 错误率为边权重, 通过 Floyd 算法计算出两个物理量子比特之间的最短路径^[19,20], 并作为量子比特移动路径。Floyd 算法思想是从有向图的任意节点 i 到任意节点 j 的最短路径有两种可能: 一是直接从 i 到 j , 二是从 i 经过若干个节点到 j 。假设 $\text{Dis}(i, j)$ 为节点 i 到节点 j 的最短路径, 对于 i 到 j 之间的每一个节点 k , 检查 $\text{Dis}(i, k) + \text{Dis}(k, j) < \text{Dis}(i, j)$ 是否成立; 如果成立, 证明从 i 到 k 再到 j 的路径比 i 直接到 j 的路径短, 设置 $\text{Dis}(i, j) = \text{Dis}(i, k) + \text{Dis}(k, j)$, 遍历完所有节点 k , $\text{Dis}(i, j)$ 中记录的便是 i 到 j 的最短路径。

下述算法 1 为“交换方式树的生成”算法, 通过树状结构表示 (3) 式中多种交换方式的组合形式, 将该树称为交换方式树, 除根结点外, 每层每个结点代表对该层门的一种交换方式, 从根结点到每个叶子结点代表当前量子线路的一种交换方式。从该树中选择有利于提高线路保真度的交换方式。

 算法1 交换方式树的生成

输入: 量子线路、量子计算机的拓扑结构、CNOT 错误率

输出: 满足连通约束的子量子线路。

step1 初始化根结点 $RNode$ 。

step2 从当前子量子线路中取出第一个 CNOT 门, 根据该门的量子比特移动路径得到各种交换方式, 将其以结点的形式, 呈现在交换方式树上, 该结点的父节点为根结点, 并计算对应的 ESP 。

step3 将树中第一层的结点放入集合 $Dnodes$ 中。

step4 从当前子量子线路中取出第二个 CNOT 门, 以第一层集合 $Dnodes$ 中的每个结点为父结点, 构建孩子结点, 该每个孩子结点代表线路中的第二个 CNOT 门的每种交换方式, 记该层为第二层, 计算第二层中的所有结点的 ESP 。

step5 清空集合 $Dnodes$, 将树中第二层的结点放入集合 $Dnodes$ 中。

step6 对于接下来的门, 与 Step2 与 Step3 类似。

step7 从树的最底层中选出 ESP 最大的结点, 向上寻找父节点, 直至根结点, 其寻找方式为子量子线路的交换方式。

下述算法2为量子线路转换方法。在算法2中, 为了提高该方法执行效率, 将量子线路分成若干个子线路, 每个子线路基于算法1寻找其最佳交换方式。若按照门序以 B 个 CNOT 门为一个子线路, 量子线路中共有 M 个 CNOT 门, 则共有 k 个子线路, k 为 $\left\lfloor \frac{M}{B} \right\rfloor + 1$, 依次转换子线路 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ 为 $C'_1, C'_2, C'_3, \dots, C'_k$, 子线路的量子比特顺序在转换过程中发生改变, 它们之间的连通性也相应地改变, 子线路 C_{k-1} 中最后一个 CNOT 门的逻辑量子位到物理量子位的分配作为线路 C_k 的初始化分配, 将线路 C_k 进行变换, 最后将满足连通约束的子线路合成一条完整的满足连通约束的线路 C' 。

 算法2 量子线路转换方法

输入: 量子线路 C ,

输出: 满足连通约束的量子线路 C' 。

step1 将量子线路 C 分成若干个子量子线路 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ 。

step2 将子量子线路 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ 依次通过算法1生成满足连通约束的子线路 $C'_1, C'_2, C'_3, \dots, C'_k$ 。

step3 将满足连通约束的子线路 $C'_1, C'_2, C'_3, \dots, C'_k$ 合成满足连通约束的完整线路 C' 。

如图6所示量子线路, 该条量子线路的 CNOT 门数量 M 为4, 若 B 为3, k 为2, 则门 g_1, g_2, g_3 构成子线路 C_1 , g_4 构成子线路 C_2 , 按照默认初始化分配到量子计算机上时, 其中子线路 C_1 转化为满足连通约束的 C'_1 , 此时线路 C_1 中门 g_3 逻辑量子位到物理量子位的分配为 $\{q_0 \rightarrow Q_0, q_1 \rightarrow Q_2, q_2 \rightarrow Q_1\}$, 并将此分配作为子线路 C_2 的初始化分配, 子线路 C_2 转化为满足连通约束的 C'_2 , 最后 C'_1, C'_2 合成完整的线路 C' 。设量子计算机的位数为 N , 程序中存在三重循环, 则 Floyd 算法时间复杂度为 $O(N^3)$, Floyd 算法计算出的最短路径长度至多为 N , 设置每组子线路最多包含5个 CNOT 门, k 个子线路, 则算法2量子线路转换方法的时间复杂度为 $O(kN^3)$ 。

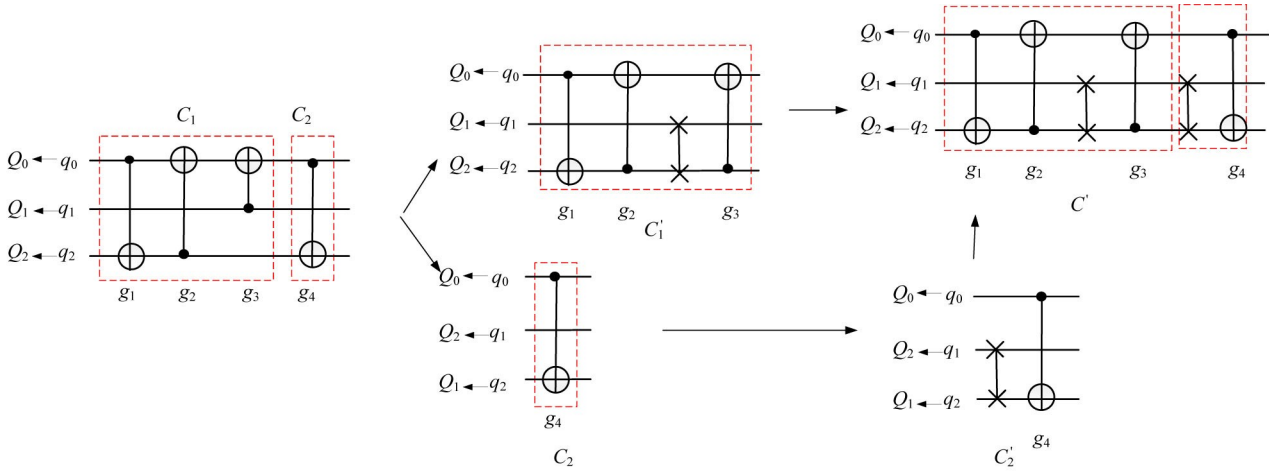


图6 量子线路近邻化过程

Fig. 6 Quantum circuit conversion process

4 实验结果

用户可以在 IBMQ 官网上远程访问 `ibmq_belem` 和 `ibmq_maila` 量子计算机。本研究主要使用基准测试用例 (Benchmarks) (https://github.com/iic-jku/ibmq_qx_mapping/tree/master/examples) 作为方法的输入, 在这两个量子计算机上运行转换后的量子线路, 将所提策略与 Qiskit 工具包中 `SabreSwap` 和 `StochasticSwap` 算法进行对比 (<https://quantum-computing.ibm.com/>), 所有实验均在 IBMQ 上量子计算机的同一个校准周期内运行。

评价方法: 分别在 `ibmq_belem` 和 `ibmq_maila` 的五位量子计算机上执行 6000 次, 得出运行正确结果的占比。环境运行配置为 `i7_9750CPU, 32GBRAM`。

表 1 为保真度对比。在表 1 中, Benchmarks 代表量子线路, 也是本研究所提方法、`SabreSwap` 和 `StochasticSwap` 方法的输入, 根据运行结果, 对比不同方法之间的差异。S、 S^1 和 S^2 分别表示本研究所提方法、`SabreSwap` 和 `StochasticSwap` 方法执行成功概率, 行 avg 表达了本研究所提的方法与 `SabreSwap` 和 `StochasticSwap` 方法相比, 在量子线路保真度方面分别提高 39.29% 和 36.06%。CNOT 错误率在量子计算机的多种错误中占据主要原因, 所提方法在考虑该因素情况下, 在子线路中选择最佳交换方式, 从而提高了量子线路的保真度。但表 1 中有几个案例的保真度低于 `SabreSwap` 和 `StochasticSwap` 方法, 其主要原因是其他类型噪声因素导致量子比特发生意外的翻转, 例如单量子比特门、测量等也会对计算的保真度产生一定影响, 单量子比特门错误率的数量级为 10^{-3} 、双量子比特门和测量错误的数量级为 10^{-2} ^[21, 22], 但测量只执行一次, 在线路转换方面, 在此只考虑了比单量子比特门操作率高一个数量级的双量子比特门的错误率。

表 1 保真度对比

Table 1 Fidelity comparison

设备名称	Benchmarks	S	S^1	S^2	$(S - S^1) / S^1$	$(S - S^2) / S^2$
ibmq_belem	mod5mils_65.qasm	52.22%	24.82%	28.45%	110.41%	83.54%
	3_17_13.qasm	63.85%	29.50%	60.93%	116.44%	4.79%
	4gt13_92.qasm	12.72%	16.38%	13.42%	-22.38%	-5.22%
	alu-v0_27.qasm	56.62%	47.83%	45.12%	18.36%	25.49%
	alu-v1_28.qasm	39.83%	34.50%	41.45%	15.46%	-3.90%

Continued

设备名称	Benchmarks	S	S^1	S^2	$(S - S^1)/S^1$	$(S - S^2)/S^2$
ibmq_maila	decod24-v2_43.qasm	41.53%	14.55%	12.15%	185.45%	241.84%
	mod5d2_64.qasm	21.05%	18.07%	18.17%	16.51%	15.87%
	mod5mils_65.qasm	53.93%	52.20%	52.82%	3.32%	2.11%
	3_17_13.qasm	53.02%	36.92%	49.47%	43.61%	7.18%
	4gt13_92.qasm	21.30%	19.70%	16.08%	8.12%	32.44%
	alu-v0_27.qasm	30.80%	39.95%	36.98%	-22.90%	-16.72%
	alu-v1_28.qasm	49.95%	59.18%	56.43%	-15.60%	-11.49%
	decod24-v2_43.qasm	54.53%	31.18%	28.58%	74.88%	90.79%
	mod5d2_64.qasm	33.18%	28.03%	24.03%	18.37%	38.07%
avg					39.29%	36.06%

5 结 论

提出一种量子线路转换方法,以量子线路、量子计算机的拓扑结构、CNOT 错误率作为输入,输出能提高保真度的量子线路,所提方法与 Qiskit 工具包中 SabreSwap 和 StochasticSwap 方法比较有着明显优势。所提方法具有以下特性: 1) 适用不规则量子计算机拓扑结构; 2) 在满足连通约束的基础上,提高了量子线路的保真度; 3) 当量子计算机位数扩大时,该方法依然适用。在逻辑量子线路与量子计算机之间的编译过程中,还可以考虑串扰、单量子门的错误等其他因素来提高量子线路的保真度。

参考文献:

- [1] Shor P W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer [J]. *SIAM Review*, 1999, 41(2): 303-332.
- [2] Cao Y D, Romero J, Olson J P, *et al.* Quantum chemistry in the age of quantum computing [J]. *Chemical Reviews*, 2019, 119(19): 10856-10915.
- [3] Huang H Y, Bharti K, Reberstrost P. Near-term quantum algorithms for linear systems of equations [OL]. 2019, arXiv: 1909.07344. <https://arxiv.org/abs/1909.07344.pdf>.
- [4] Leibfried D, Blatt R, Monroe C, *et al.* Quantum dynamics of single trapped ions [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2003, 75(1): 281-324.
- [5] Krantz P, Kjaergaard M, Yan F, *et al.* A quantum engineer's guide to superconducting qubits [J]. *Applied Physics Reviews*, 2019, 6(2): 021318.
- [6] Chen Y, Neill C, Roushan P, *et al.* Qubit architecture with high coherence and fast tunable coupling [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(22): 220502.
- [7] Van Meter R. *Quantum Networking* [M]. Hoboken, USA: Wiley, 2014.
- [8] de Almeida A A A, Dueck G W, da Silva A C R. Finding optimal qubit permutations for IBM's quantum computer architectures [C]. *Proceedings of the 32nd Symposium on Integrated Circuits and Systems Design*, São Paulo, Brazil, ACM, 2019.
- [9] Murali P, Linke N M, Martonosi M, *et al.* Full-stack, real-system quantum computer studies: Architectural comparisons and design insights [C]. *Proceedings of the 46th International Symposium on Computer Architecture*, Phoenix, USA, ACM, 2019: 527-540.

- [10] Shen M Y, Cheng X Y, Guan Z J, *et al.* Realization method of two-dimensional nearest neighbor for quantum circuit [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(4): 476-482.
沈鸣燕, 程学云, 管致锦, 等. 一种量子线路二维近邻实现方法 [J]. 量子电子学报, 2019, 36(4): 476-482.
- [11] Wang Y Z, Guan Z J, Guan H Y. Linear nearest neighbor synthesis algorithm of quantum circuits based on pre-evaluation [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2021, 38(1): 75-85.
王艺臻, 管致锦, 管海宇. 基于预评价的量子电路线性最近邻综合算法 [J]. 量子电子学报, 2021, 38(1): 75-85.
- [12] Zulehner A, Paler A, Wille R. An efficient methodology for mapping quantum circuits to the IBM QX architectures [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2019, 38(7): 1226-1236.
- [13] Zhu P C, Guan Z J, Cheng X Y. A dynamic look-ahead heuristic for the qubit mapping problem of NISQ computers [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2020, 39(12): 4721-4735.
- [14] Guerreschi G G, Park J. Two-step approach to scheduling quantum circuits [J]. *Quantum Science and Technology*, 2018, 3(4): 045003.
- [15] Tannu S S, Qureshi M K. Not all qubits are created equal: A case for variability-aware policies for NISQ-era quantum computers [C]. *Proceedings of the Twenty-Fourth International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*, Providence, USA, ACM, 2019: 987-999.
- [16] Siraichi M Y, dos Santos V F, Collange S, *et al.* Qubit allocation [C]. *International Symposium on Code Generation and Optimization*, Vienna, Austria, ACM, 2018: 113-125.
- [17] Cross A W, Bishop L S, Smolin J A, *et al.* Open quantum assembly language [OL]. 2017, arXiv: 1707.03429. <https://arxiv.org/abs/1707.03429.pdf>.
- [18] Nishio S, Pan Y L, Satoh T, *et al.* Extracting success from IBM's 20-qubit machines using error-aware compilation [J]. *ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems*, 2020, 16(3): 1-25.
- [19] Warshall S. A theorem on Boolean matrices [J]. *Journal of the ACM*, 9(1): 11-12.
- [20] Floyd R W. Algorithm 97: Shortest path [J]. *Communications of the ACM*, 1962, 5(6): 345.
- [21] Kelly J, Barends R, Fowler A G, *et al.* State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit [J]. *Nature*, 2015, 519(7541): 66-69.
- [22] Walter T, Kurpiers P, Gasparinetti S, *et al.* Rapid high-fidelity single-shot dispersive readout of superconducting qubits [J]. *Physical Review Applied*, 2017, 7(5): 054020.