

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2024.01.014

记忆幅值阻尼噪声下带有弱测量与恢复测量的量子隐形传态

向生建^{1*}, 陈云松²

(1 四川师范大学数学科学学院, 四川 成都 610066;

2 四川省信创中心, 四川 成都 610000)

摘要: 认识并降低噪声对传输粒子保真度的影响, 是量子隐形传态重要的研究方向之一。不同于以前的独立噪声和带记忆的Pauli噪声, 研究了记忆幅值阻尼噪声对保真度的影响, 并给出了一个抵抗该噪声信道的方案。该方案通过让参与者在粒子分发前实施弱测量而粒子接收后实施恢复测量的方式提高保真度。研究表明, 记忆幅值阻尼信道的记忆因子强度与保真度大小呈正相关, 并且在部分记忆信道与全记忆信道下弱测量与恢复测量方法也能一定程度上提高传输粒子的保真度。

关键词: 量子光学; 保真度分析及增强; 弱测量与恢复测量; 量子隐形传态; 记忆幅值阻尼噪声

中图分类号: TN911.1

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2024)01-00143-08

Quantum teleportation with weak and recover measurement in memory amplitude damping noise channel

XIANG Shengjian^{1*}, CHEN Yunsong²

(1 School of Mathematical Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China;

2 Sichuan Xinchuang Center, Chengdu 610000, China)

Abstract: Understanding and reducing the influence of noise on the fidelity of transmitted particles is one of the important research directions in quantum teleportation. Different from the previously reported independent noise and the memory Pauli noise, the effect of memory amplitude damping noise on fidelity is investigated, and a method to resist this influence is proposed. According to this method, the fidelity can be improved by implementing the extra weak measurement and recover measurement before and after distributing particles respectively. The results show that, the memory factor strength of the memory amplitude damped channel is positively correlated with the fidelity. Moreover, the weak measurement and recovery measurement methods can also improve the fidelity of the transmitted particles to a certain extent in partial or full memory channels.

Key words: quantum optics; analysis and improvement of fidelity; weak measurement and recover measurement; quantum teleportation; amplitude damping noise with memory

基金项目: 四川省重点研发计划(2020YFG0290), 成都市量子科技计划(2021-YF09-00116-GX)

作者简介: 向生建(1964-), 四川彭州人, 博士, 教授, 主要从事量子信息、信创科技方面的研究。E-mail: xsj.newmail@163.com

收稿日期: 2022-06-29; 修改日期: 2022-08-03

*通信作者。

0 引言

量子隐形传态是未知量子态的重要传输方式之一,也是量子通信的理论基础。1993年, Bennett等^[1]首次提出量子隐形传态方案,该协议需要EPR对作为量子信道使得参与者Alice可以给遥远的Bob发送任意未知的单量子比特状态。基于该方案,研究人员提出了许多不同的隐形传态协议,如受控量子隐形传态^[2-4]、概率隐形传态^[5,6]、双向量子隐形传态^[7-10]、循环量子隐形传态^[11]以及多跳量子隐形传态^[12,13]等,以及其他类型的通信协议,如量子远程态制备^[14,15]、量子安全直接通信、量子密钥分发和量子多方计算等。

在现实通信过程中,信道粒子在分发时不可避免地会受到噪声的影响。作为刻画两个量子状态相似性的数学工具,保真度常用于刻画噪声对粒子传输的影响。2002年, Oh等^[16]首次研究了隐形传态在噪声信道下的保真度变化。为了减小噪声对保真度的影响,研究人员相继提出了在不同噪声信道下抗噪声的方法,如量子纠错码^[17-20]、无消相干子空间^[21-23]、纠缠蒸馏^[24,25]、弱测量与恢复测量^[9,26-29]等。在这些方法中,弱测量与恢复测量由Korotkov等^[29]于2006年提出,该方法只需要对量子系统进行微扰动就能完成量子状态层析。2008年Katz等^[30]、2009年Kim等^[28]分别在超导量子系统与光量子系统上进行了实验验证。2012年, Kim等^[27]发现弱测量与恢复测量方法能用于抵抗幅值阻尼噪声。随后, Qiu等^[31]研究了弱测量与恢复测量方法对不同纠缠粒子纠缠度的影响, Peng等^[32]探索了在循环隐形传态中该方法对保真度的影响以及弱测量参数与传输成功概率的相关关系。

另一方面,在实际应用中噪声与噪声之间会产生相互影响,即作用于两个子系统的噪声不能表示为两个作用于子系统的独立部分的张量积,使得噪声具有一定记忆性。具有记忆性的噪声信道对保真度的影响与无记忆噪声信道有所不同,研究表明记忆信道可用于改善噪声对系统的影响^[33-36]。Pauli噪声是普遍使用的噪声模型,2002年, Macchiavello等^[37]首次提出了具有部分记忆的Pauli噪声信道模型,随后Karpov等^[38]在该工作的基础上提出了任意维的带记忆噪声系统。2020年, Zhang等^[34]研究了某些具体信道对远程态制备中粒子保真度的影响,同年Wang等^[35]研究了带记忆的幅值阻尼信道对两体系统纠缠度的影响。2021年, Wu等^[36]研究了带记忆的Pauli噪声信道对隐形传态中保真度的影响,同年Jiang等^[33]在理论上将该成果推广到了三能级系统。总之,以上文献表明记忆因子对保真度有一定的提升作用。

基于现有研究成果,本文在隐形传态的基础上探索了带记忆的幅值阻尼信道对保真度的影响,并用保真度刻画了弱测量与恢复测量方法对该噪声的抵抗效果。

1 记忆幅值阻尼噪声下的隐形传态

Alice与Bob二者间的量子信道为 $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)_{12}$,该信道由第三方制备,随后再将粒子1分发给Alice,粒子2分发给Bob。Alice的待传粒子(记作粒子A)状态为

$$|\psi\rangle_A = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)_A, \quad (1)$$

式中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。并且Alice的测量基为四种Bell基,表示为 $\{|\psi_{mn}\rangle\}$ ($m, n = 0, 1$)。Bob根据Alice的测量结果 m, n 执行相应的Pauli操作。

在实际应用中,粒子的传输过程不可避免地会受到噪声的干扰。幅值阻尼噪声是刻画粒子系统与环境

之间退相干的数学模型^[39], 对该噪声的研究实际上是在研究粒子传输过程中退相干现象对传输的影响。独立的幅值阻尼噪声的 Krause 算子可表示为

$$\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 p 是噪声因子。而对于带记忆的噪声信道, 其 Krause 算子可表示为^[37]

$$\mathbf{E}_{ij} = \sqrt{P_i[(1-\mu)P_j + \mu\delta_{ij}]} \mathbf{E}_i \otimes \mathbf{E}_j, (i, j=0, 1), \quad (3)$$

式中 μ 为记忆因子, 若 $\mu=0$ 则信道为无记忆信道, 若 $\mu=1$ 则信道为全记忆信道, 若 $0 < \mu < 1$ 则信道为部分记忆信道。于是相应的带记忆幅值阻尼噪声的信道可表示为

$$\varepsilon(\rho) = (1-\mu) \sum_{i,j=0}^1 \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j \rho (\mathbf{E}_i \mathbf{E}_j)^\dagger + \mu \sum_{k=0}^1 \mathbf{E}_{kk}^c \rho \mathbf{E}_{kk}^{c\dagger}, \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{E}_{00}^c = \begin{bmatrix} \sqrt{1-p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{11}^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{p} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

若粒子 1, 2 在由制备中心分发给 Alice 与 Bob 的过程中受到该噪声影响, 根据待传粒子状态与 (2)、(4)、(5) 式, 此时信道状态为

$$\rho = \varepsilon(|\Phi\rangle\langle\Phi|) = \begin{bmatrix} \frac{\mu}{2} \bar{p} + \frac{1}{2} (1+p)^2 \bar{\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \bar{p} \bar{\mu} \\ 0 & \frac{p}{2} \bar{p} \bar{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p}{2} \bar{p} \bar{\mu} & 0 \\ \frac{1}{2} \bar{p} \bar{\mu} & 0 & 0 & \frac{\mu}{2} (1+p) + \frac{1}{2} \bar{p}^2 \bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $\bar{\mu}=1-\mu$, $\bar{p}=1-p$ 。在经过上述隐形传态的过程后, 粒子 2 状态所对应的密度算子为

$$\rho_{mn} = \frac{1}{p_{mn}} U_{mn} \text{Tr}_{A1} \left\{ |\psi_{mn}\rangle_{A1} \langle\psi_{mn}| \cdot |\psi\rangle_A \langle\psi| \otimes \rho \left(|\psi_{mn}\rangle_{A1} \langle\psi_{mn}| \right)^\dagger \right\} U_{mn}^\dagger, \text{ 其中 } p_{mn} \text{ 表示测量基为 } |\psi_{mn}\rangle \text{ 的概率, } \text{Tr}_{A1} \text{ 代}$$

表对 A、1 粒子取偏迹, 矩阵 U_{mn} 代表不同测量结果对应的 Pauli 操作。若测量结果为 00, 那么 Bob 恢复出的粒子状态 (密度矩阵) 为

$$\rho_{00} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} p(1-2u) + 1 & 1 - p\bar{\mu} + u(\sqrt{\bar{p}} - 1) \\ 1 - p\bar{\mu} + u(\sqrt{\bar{p}} - 1) & p(2u-1) + 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

2 记忆幅值阻尼噪声下带有弱测量与恢复测量的隐形传态

弱测量与恢复测量算子可分别表示为^[28]

$$\mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p_w} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_r = \begin{bmatrix} \sqrt{1-p_r} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 p_w 与 p_r 分别为弱测量强度与恢复测量强度。若在第三方给 Alice 与 Bob 分发粒子之前分别对两个粒子

执行弱测量, 此时信道状态为

$$\rho^{w-mAD} = (1-\mu) \sum_{ij} E_{ij}^u M_{w1} M_{w2} |\Phi\rangle \langle \Phi| (M_{w1} M_{w2} E_{ij}^u)^+ + \mu \sum_k E_{kk}^c M_{w1} M_{w2} |\Phi\rangle \langle \Phi| (M_{w1} M_{w2} E_{ij}^c)^+, \quad (9)$$

其中上标 w-mAD 表示该信道粒子经过弱测量后再经过带记忆的幅值阻尼信道。为方便叙述, 此处及下文假定 Charlie 两次弱测量实施的强度相同, Alice 与 Bob 执行的恢复测量强度也相同。被分发粒子通过带记忆的幅值阻尼信道后, 相应的信道状态(密度矩阵)可由

$$\rho^{w-mAD} = (1-\mu) \sum_{ij} E_{ij}^u M_{w1} M_{w2} |\Phi\rangle \langle \Phi| (M_{w1} M_{w2} E_{ij}^u)^+ + \mu \sum_k E_{kk}^c M_{w1} M_{w2} |\Phi\rangle \langle \Phi| (M_{w1} M_{w2} E_{ij}^c)^+ \quad (10)$$

计算得到。Alice 与 Bob 收到分发的粒子后, 再分别对粒子 1、2 做相应的恢复测量操作。此时, Alice 与 Bob 共享的量子信道为

$$\rho^{w-mAD-r} = M_{r1} M_{r2} \rho^{w-mAD} (M_{r1} M_{r2})^+. \quad (11)$$

该信道在基 $\{|ij\rangle\}$ ($i, j=0, 1$) 下可表示为

$$\begin{cases} \rho_{11}^{w-mAD-r} = \frac{\mu}{2} \bar{p} + \frac{\bar{\mu}}{2} (p^2 \bar{p} \bar{p}_w^2 + 1) \bar{p}_r^2 \\ \rho_{22}^{w-mAD-r} = \rho_{33}^{w-mAD-r} = -\frac{\bar{\mu}}{2} p \bar{p} \bar{p}_r \bar{p}_w^2 \\ \rho_{44}^{w-mAD-r} = \frac{\mu}{2} (p + \bar{p}_w^2) + \frac{\bar{\mu}}{2} \bar{p}^2 \bar{p}_w^2 \end{cases}, \quad (12)$$

当 Alice 与 Bob 用该信道实现前文所述的粒子传输方案后, Bob 在粒子 2 上恢复的状态为

$$\rho_{mn}^{w-mAD-r} = \frac{1}{p_{mn}} U_{mn} \text{tr}_{A1} \left\{ |\psi_{mn}\rangle_{A1} \langle \psi_{mn}| \cdot |\psi\rangle_A \langle \psi| \otimes \rho^{w-mAD-r} \left(|\psi_{mn}\rangle_{A1} \langle \psi_{mn}| \right)^+ \right\} U_{mn}^+. \quad (13)$$

相应地, 若 Alice 测量结果为 00, 那么 Bob 在粒子 2 上恢复的状态为

$$\rho_{00} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_2} (\sigma_4 - \sigma_3) & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \frac{1}{2\sigma_2} (\mu p - \sigma_5 \bar{p}_w (1 + \bar{\mu} \bar{p}^2 + \sigma_4)) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{1}{2\sigma_2} \bar{p}_w^2 \bar{p}^{\frac{2}{3}} (\sqrt{\bar{p}} \bar{\mu} + \mu) \\ \sigma_2 = \frac{1}{8} [\mu (p + \bar{p}_w^2) + \bar{\mu} \bar{p}^2 \bar{p}_w^2 + 4\sigma_4 - 2\sigma_3] \\ \sigma_3 = -\frac{1}{2} [\mu \bar{p} + \bar{\mu} \bar{p}^2 \bar{p}_w^2 (\bar{p}^2 \bar{p}_w^2 + 1)] \\ \sigma_4 = \frac{1}{2} p \bar{\mu} \bar{p}_w^3 \bar{p}^2 \end{cases}. \quad (15)$$

3 保真度分析

作为刻画两个粒子状态之间相似性的工具, 保真度常在隐形传态中用于衡量粒子传输的效果。对任意两个状态 σ 、 ρ , 二者之间的保真度为^[40,41]

$$F(\sigma, \rho) = \text{Tr}(\sqrt{\sqrt{\sigma} \rho \sqrt{\sigma}}). \quad (16)$$

对于一个纯态 $|\psi\rangle$ 与任意状态 ρ , 二者之间的保真度为

$$F_{\text{av}} = \langle \psi | \rho | \psi \rangle. \quad (17)$$

考虑到前文中粒子 2 的密度矩阵与测量结果以及测量概率有关, 于是粒子之间的平均保真度可表示为

$$F_{\text{av}} = \sum_{m,n=0}^1 p_{mn} \langle \psi_A | \rho_{mn} | \psi_A \rangle, \quad (18)$$

式中 p_{mn} 为 Alice 测量结果为 m 、 n 的概率。于是, 在记忆幅值阻尼信道下完成隐形传态后, Bob 所恢复粒子的保真度为

$$F_{\text{av}}^1 = 1 + p^2 \bar{\mu} (|a|^2 + |b|^2)^2 - p \bar{\mu} (|a|^4 + |b|^4) - 2\mu (1 - \sqrt{p}) a^2 b^2. \quad (19)$$

显然, 在噪声因子 $p=0$ 、记忆因子 $\mu=0$ 时, 平均保真度为 1。而对特定的量子比特, 如传输粒子的状态分别为 $|\psi\rangle_A = |+\rangle$ 、 $|\psi\rangle_A = \sqrt{0.3}|0\rangle + \sqrt{0.7}|1\rangle$ 、 $|\psi\rangle_A = \sqrt{0.8}|0\rangle + \sqrt{0.2}|1\rangle$ 时, 噪声因子 p 与记忆因子 μ 对平均保真度的影响如图 1 所示。由图 1 可知, 若 p 固定, μ 越大保真度越大; 若 p 越大, μ 对保真度的影响越小。

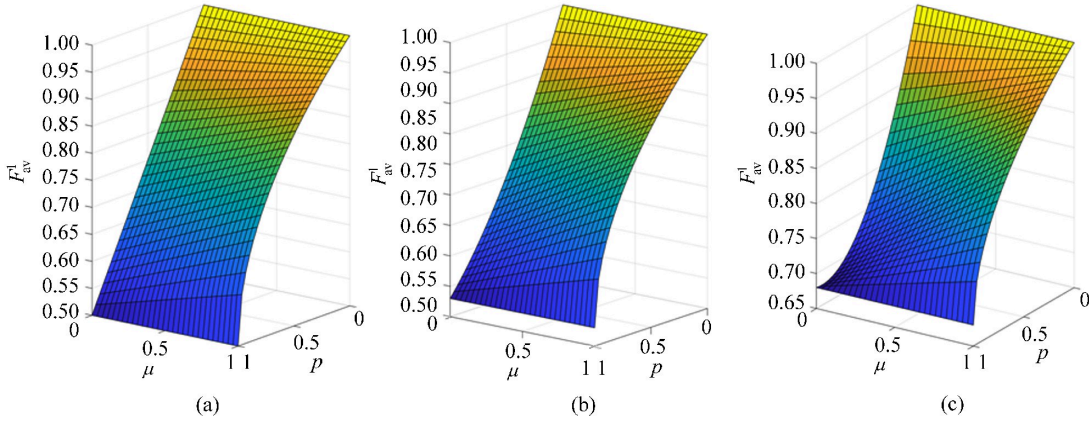


图 1 噪声因子 p 与记忆因子 μ 对平均保真度的影响。

$$(a) |\psi\rangle = \sqrt{0.5}|0\rangle + \sqrt{0.5}|1\rangle; (b) |\psi\rangle = \sqrt{0.3}|0\rangle + \sqrt{0.7}|1\rangle; (c) |\psi\rangle = \sqrt{0.8}|0\rangle + \sqrt{0.2}|1\rangle$$

Fig. 1 Influence of noise factor p and memory factor μ on fidelity.

$$(a) |\psi\rangle = \sqrt{0.5}|0\rangle + \sqrt{0.5}|1\rangle; (b) |\psi\rangle = \sqrt{0.3}|0\rangle + \sqrt{0.7}|1\rangle; (c) |\psi\rangle = \sqrt{0.8}|0\rangle + \sqrt{0.2}|1\rangle$$

类似地, 若在粒子分发过程前后参与者加入弱测量与恢复测量操作, 则 Bob 在粒子 2 上恢复相应状态的平均保真度为

$$F_{\text{av}}^2 = A(|\alpha|^4 + |\beta|^4) + B(|\alpha|^2 - |\beta|^2)^2 + 2C|\alpha|^2|\beta|^2 - p_r - p_w + 1, \quad (20)$$

式中

$$\begin{cases} A = p^2 \left[p_r^2 \left(\frac{\bar{\mu}}{2} - p_w \bar{\mu} \right) + p_w^2 \sigma_1 + p \sigma_2 + \frac{1}{2} (p_r^2 + p_w^2) \right] \\ B = p^2 \left[1 - (p_r + 2p_w - 2p_r p_w) \bar{\mu} + (p_r p_w^2 - 1) \mu + p_w^2 \right] - p p_w^2 \mu \\ C = p^2 p_w^2 (p_r + \mu) + p p_w \sigma_3 + \sqrt{1-p} p_r \mu (p_w - 1) + \sigma_4 \\ \sigma_1 = \frac{p_r}{2} - \mu - \frac{2+\mu}{2} p_r, \quad \sigma_2 = \bar{\mu} (1 - 2p_w) + p_r \left(1 - \frac{\mu}{2} p_r \right) \\ \sigma_3 = 1 + \mu + p_r \bar{\mu} (1 - p_w), \quad \sigma_4 = \mu (p_r + p_w - 1) + p_r p_w \bar{\mu} \end{cases} \quad (21)$$

若取特殊的传输粒子 $|\psi\rangle = |+\rangle$, 那么在无记忆信道 ($\mu=0$)、部分记忆信道 ($\mu=0.5$) 及全记忆信道 ($\mu=1$)

中, 弱测量参数 p_w 与幅值阻尼噪声因子 p 对保真度的影响如图 2 所示, 取 $p_r = p_w + p \cdot (1 - p_w)^{[27]}$ 。由图 2 可知, 弱测量与恢复测量方法对于无记忆幅值阻尼信道有明显的抵抗效果, 即当 p 固定时, p_w 越高则保真度越高。而对于部分记忆信道与全记忆信道, 弱测量与恢复测量方法也能提高保真度, 但效果没有无记忆幅值阻尼噪声信道明显。特别地, p 越大, 弱测量方法对保真度的提高越有限。因此在实际应用中, 参与者可提前探测出信道的噪声参数与记忆参数, 据此选择相应的弱测量强度与恢复测量强度, 从而获得更高的粒子传输保真度。

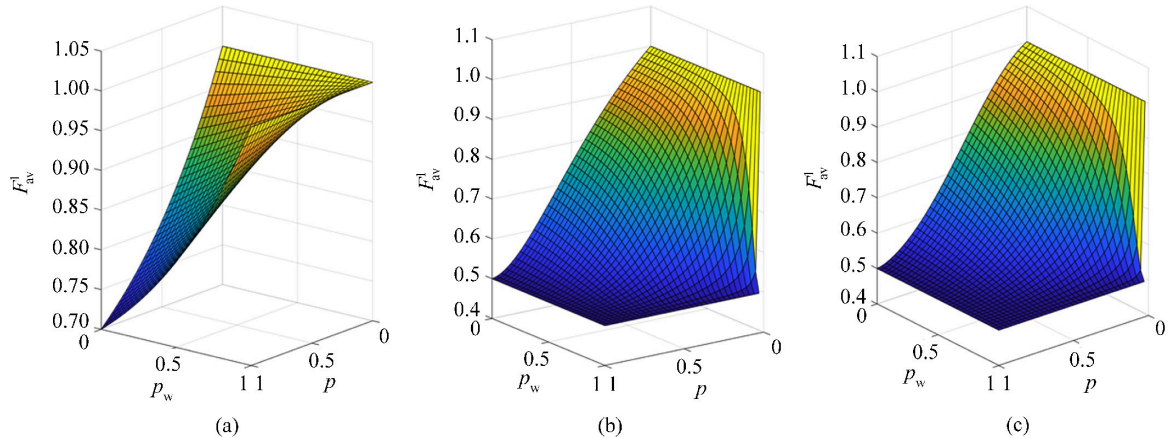


图 2 弱测量强度 p_w 与幅值阻尼噪声因子 p 对保真度的影响。(a) $\mu = 0$; (b) $\mu = 0.5$; (c) $\mu = 1$

Fig. 2 Influence of weak measurement strength p_w and amplitude damping noise factor p on fidelity.
(a) $\mu = 0$; (b) $\mu = 0.5$; (c) $\mu = 1$

4 结 论

研究了记忆幅值阻尼噪声对隐形传态中粒子传输保真度的影响, 并介绍了利用弱测量与恢复测量抵抗该噪声的方案。研究表明, 当信道的噪声因子固定时, 记忆因子对保真度有提高作用。而对于部分记忆信道与全记忆信道, 弱测量强度与保真度大小呈正相关。噪声因子越大, 弱测量方法对保真度的影响就越小。值得注意的是, 虽然本研究与文献 [27] 都讨论了弱测量与恢复测量对粒子传输的影响, 但针对的噪声信道有所不同。具体来说, 本研究在阻尼噪声信道^[27]的基础上考虑了带记忆的情形, 当记忆因子 $\mu = 0$ 时该信道就退化为幅值阻尼信道。因此, 本研究讨论的结果更具一般性。另一方面, 文献 [33]和[36]虽然分析了记忆 Pauli 噪声信道下保真度的变化, 但并未提出一种提高保真度的方案, 而本研究提出的弱测量与恢复测量方法对保真度有一定的增强效果。

参考文献:

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70: 1895-1899.
- [2] Man Z X, Xia Y J, An N B. Genuine multiqubit entanglement and controlled teleportation [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(5): 052306.

- [3] Zhang Z J. Controlled teleportation of an arbitrary n -qubit quantum information using quantum secret sharing of classical message [J]. *Physics Letters A*, 2006, 352(1-2): 55-58.
- [4] Liu Z Y, Bai M Q, Xiao J Y, et al. An asymmetric controlled bidirectional teleportation scheme and optimization [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2021, 38(1): 31-36.
刘芷仪, 柏明强, 肖钧匀, 等. 高维不对称受控隐形传态方案及优化 [J]. 量子电子学报, 2021, 38(1): 31-36.
- [5] Chen X B, Du J Z, Wen Q Y, et al. Probabilistic teleportation of multi-particle partially entangled state [J]. *Chinese Physics B*, 2008, 17(3): 771-777.
- [6] Yan F L, Yan T. Probabilistic teleportation via a non-maximally entangled GHZ state [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, 55(10): 902-906.
- [7] Hassanpour S, Houshmand M. Bidirectional teleportation of a pure EPR state by using GHZ states [J]. *Quantum Information Processing*, 2016, 15(2): 905-912.
- [8] Peng J Y, Bai M Q, Mo Z W. Bidirectional quantum states sharing [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, 55(5): 2481-2489.
- [9] Yang G, Lian B W, Nie M, et al. Bidirectional multi-qubit quantum teleportation in noisy channel aided with weak measurement [J]. *Chinese Physics B*, 2017, 26(4): 040305.
- [10] Zha X W, Zou Z C, Qi J X, et al. Bidirectional quantum controlled teleportation via five-qubit cluster state [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2013, 52(6): 1740-1744.
- [11] Chen Y X, Du J, Liu S Y, et al. Cyclic quantum teleportation [J]. *Quantum Information Processing*, 2017, 16(8): 201.
- [12] Peng J Y, Bai M Q, Mo Z W. Deterministic multi-hop controlled teleportation of arbitrary single-qubit state [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(10): 3348-3358.
- [13] Zhan H T, Yu X T, Xiong P Y, et al. Multi-hop teleportation based on W state and EPR pairs [J]. *Chinese Physics B*, 2016, 25(5): 050305.
- [14] Xu K, Cao H, Zhang C, et al. Recent advances in transmission of photonic orbital angular momentum quantum state [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2022, 39(1): 3-31.
徐凯, 曹洹, 张超, 等. 光子轨道角动量量子态传输研究进展 [J]. 量子电子学报, 2022, 39(1): 3-31.
- [15] Peng J Y. Tripartite controlled joint remote state preparation based on ten-particle entangled state [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2021, 38(1): 66-74.
彭家寅. 基于十粒子纠缠态的三方受控联合远程态制备 [J]. 量子电子学报, 2021, 38(1): 66-74.
- [16] Oh S, Lee S, Lee H W. Fidelity of quantum teleportation through noisy channels [J]. *Physical Review A*, 2002, 66(2): 022316.
- [17] Dong L, Wang J X, Shen H Z, et al. Deterministic transmission of an arbitrary single-photon polarization state through bit-flip error channel [J]. *Quantum Information Processing*, 2014, 13(6): 1413-1424.
- [18] Terhal B M. Quantum error correction for quantum memories [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 307-346.
- [19] Shor P W. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory [J]. *Physical Review A*, 1995, 52(4): R2493-R2496.
- [20] Dong L, Wang J X, Li Q Y, et al. Single logical qubit information encoding scheme with the minimal optical decoherence-free subsystem [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(5): 1030.
- [21] Xu G F, Zhang J, Tong D M, et al. Nonadiabatic holonomic quantum computation in decoherence-free subspaces [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(17): 170501.
- [22] Xiu X M, Li Q Y, Lin Y F, et al. Preparation of four-photon polarization-entangled decoherence-free states employing weak cross-Kerr nonlinearities [J]. *Physical Review A*, 2016, 94(4): 042321.
- [23] Li C K, Nakahara M, Poon Y T, et al. Recursive encoding and decoding of the noiseless subsystem and decoherence-free subspace [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4): 044301.

- [24] Pan J W, Simon C, Brukner Č, *et al.* Entanglement purification for quantum communication [J]. *Nature*, 2001, 410(6832): 1067-1070.
- [25] Ren B C, Du F F, Deng F G. Two-step hyperentanglement purification with the quantum-state-joining method [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(5): 052309.
- [26] Lee J C, Jeong Y C, Kim Y S, *et al.* Experimental demonstration of decoherence suppression via quantum measurement reversal [J]. *Optics Express*, 2011, 19(17): 16309.
- [27] Kim Y S, Lee J C, Kwon O, *et al.* Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal [J]. *Nature Physics*, 2012, 8(2): 117-120.
- [28] Kim Y S, Cho Y W, Ra Y S, *et al.* Reversing the weak quantum measurement for a photonic qubit [J]. *Optics Express*, 2009, 17(14): 11978.
- [29] Korotkov A N, Jordan A N. Undoing a weak quantum measurement of a solid-state qubit [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(16): 166805.
- [30] Katz N, Neeley M, Ansmann M, *et al.* Reversal of the weak measurement of a quantum state in a superconducting phase qubit [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(20): 200401.
- [31] Qiu L, Tang G, Yang X, *et al.* Enhancing teleportation fidelity by means of weak measurements or reversal [J]. *Annals of Physics*, 2014, 350: 137-145.
- [32] Peng J Y, Tang L, Yang Z, *et al.* Cyclic teleportation in noisy channel with nondemolition parity analysis and weak measurement [J]. *Quantum Information Processing*, 2022, 21(3): 114.
- [33] Jiang S X, Zhao B, Liang X Z. Controlled quantum teleportation of an unknown single-qutrit state in noisy channels with memory [J]. *Chinese Physics B*, 2021, 30(6): 060303.
- [34] Zhang Z H, Sun M. Enhanced deterministic joint remote state preparation under Pauli channels with memory [J]. *Physica Scripta*, 2020, 95(5): 055107.
- [35] Wang M J, Xia Y J, Yang Y, *et al.* Protecting the entanglement of two-qubit over quantum channels with memory via weak measurement and quantum measurement reversal [J]. *Chinese Physics B*, 2020, 29(11): 110307.
- [36] Wu T X, Li Y X, Meng W, *et al.* Enhancement of quantum teleportation fidelity based on partial memory channel [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(5): 0527001.
武天雄, 李云霞, 蒙文, 等. 基于部分记忆信道的量子隐形传态保真度增强方法研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(5): 0527001.
- [37] Macchiavello C, Palma G M. Entanglement-enhanced information transmission over a quantum channel with correlated noise [J]. *Physical Review A*, 2002, 65(5): 050301.
- [38] Karpov E, Daems D, Cerf N J. Entanglement-enhanced classical capacity of quantum communication channels with memory in arbitrary dimensions [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(3): 032320.
- [39] Preskill J. *Quantum Information and Computation: Chapter 3. Foundations II: Measurement and Evolution* [M]. California Institute of Technology, 2018.
- [40] Jozsa R. Fidelity for mixed quantum states [J]. *Journal of Modern Optics*, 1994, 41(12): 2315-2323.
- [41] Uhlmann A. The "transition probability" in the state space of a \ast -algebra [J]. *Reports on Mathematical Physics*, 1976, 9(2): 273-279.