DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.06.016

基于互耦合半导体激光器的多边形网络 混沌同步特性研究

余子健, 江光裕*

(南昌航空大学测试与光电工程学院, 江西 南昌 330063)

摘 要: 以三边三层多边形网络结构为出发点,建立互耦合半导体激光器的多边形网络结构模型,首先分析和研究 了三边三层多边形网络结构中激光器的混沌同步特性。进而将三边三层多边形网络结构拓展到六边三层多边形网 络结构甚至更为复杂的多边形网络结构,并以第一层的激光器为顶点激光器进行结构优化,研究了其结构中异层激 光器之间的混沌同步。结果表明以三边三层多边形网络结构为基础,当增加多边形网络结构中边数,形成六边三层 多边形网络结构甚至更为复杂的多边形网络结构时,除顶点激光器外的其他激光器仍能实现同层和异层混沌同步。 关键词:光通信;半导体激光器;混沌同步;网络结构;多用户

中图分类号:TN284.4 文献标识码:A 文章编号:1007-5461(2023)06-00963-11

Chaotic synchronization characteristics of polygonal networks based on mutually coupled semiconductor lasers

YU Zijian, JIANG Guangyu*

(School of Measuring and Optical Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: Based on three-layer triangle network, the polygonal networks are established for mutually coupled semiconductor lasers. Firstly, the chaotic synchronization characteristics of the lasers in the three-layer triangle network are numerically analyzed and investigated. Then, the three-layer triangle network is extended to three-layer hexagonal network or even more complex polygonal network, and taking the first layer laser as the vertex laser for structural optimization, the proprieties of chaotic synchronization are studied between lasers in different layers for these complex structures. The results show that the lasers in three-layer triangle network, as well as in the three-layer hexagonal network or even more complex polygonal network or even more complex as a chieve chaotic synchronization in the same or different layers.

Key words: optical communication; semiconductor laser; chaos synchronization; network structure; multiple-users

收稿日期: 2021-12-31;修改日期: 2022-03-02

基金项目: 国家自然科学基金 (11864026), 研究生创新基金 (YC2017050, YC2021-068)

作者简介: 余子健 (1996 -), 江西南昌人, 研究生, 主要从事激光与光纤通信方面的研究。E-mail: 15179289195@163.com

导师简介: 江光裕 (1979-), 江西南昌人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事激光与光纤通信方面的研究。E-mail: jgy579@126.com

^{*}通信作者。

0 引 言

继1960年第一台红宝石激光器后,激光技术发展飞速。半导体激光器由于它的潜在价值,在诸多领域 得到广泛关注,如光混沌通信^[1-6]、光信息处理^[7,8]、混沌雷达^[9,10]、机器学习^[11,12]、随机数发生器^[13]。混沌激 光呈现的类噪声特性 (如对初值敏感、宽带频谱、不可预测的时序输出等) 使得混沌半导体激光器作为光 源被广泛应用在高速真随机密钥产生和混沌光时域反射仪中^[14,15]。不同于一般的随机过程,混沌是由确定性 的动力学方程决定的,混沌信号是可控制和可同步的。在附加自由度的条件下,半导体激光器能够产生宽带 宽,高复杂度的混沌信号。

1990年, Pecora和Carroll通过实验在电子线路中展示了混沌同步¹⁰, 开创了混沌通信领域。Kanakidis、 Argvris等^[17-9]首次实验验证混沌激光保密通信系统,通过理论分析得出混沌调制(CM)的加密方法相对于混 · 沌掩蔽(CMS)和混沌键控(CSK),具有更优通信性能的结论,使激光混沌保密通信的实际应用成为可能。然 而混沌保密通信的关键是混沌同步,对于混沌同步的研究最先兴起于电路混沌,但由于电路产生的混沌载波 带宽低且衰减大,难以将其应用于远程高速保密通信。因此,能够产生宽带混沌激光的耦合激光器同步特性 研究成为激光混沌研究领域的关注热点。1996年, Mirasso等^[20]首先理论实现半导体激光器的混沌同步, 且 信息经光纤传输可被同步接收的激光器解码,为半导体激光器混沌同步通信奠定了基础。接着,基于两个半 导体激光器的混沌同步系统、光反馈半导体激光器中混沌同步[21] 两个垂直腔面发射激光器各自对应的线 偏振模式之间的混沌同步[22]等成果相继实现。其中,多耦合半导体激光器之间的同步特性及其应用因其潜 在价值而备受关注^[2-25]。2015年, Ohtsubo 等^[26]研究了链状网络以及由耦合半导体激光器组成的环状网络的 动力学行为和同步特性,结果表明驱动激光器对于实现零滞后同步至关重要。复杂网络混沌保密通信的核 心问题仍然是混沌同步,2018年,西南交通大学课题组研究了具有对称结构的可变偏振光反馈互耦合垂直腔 面发射激光器网络的集群同步,在该网络中实现了零滞后同步四。2019年,该课题组提出复杂拓扑的簇同步 理论,并指出网络拓扑的对称性是形成簇的潜在机制^[28]。2020年,Xiang^[29]等提出一种新型的分层树型激光 网络,通过非对称网络探索了分层混沌同步的鲁棒性。前期的研究主要集中在单个网络中激光器的混沌同 步,实现同一集群的激光器同步,而集群之间却无法同步[30-32]。能实现这种单一网络同步以达到通信是不够 的,信息传输的多向化是混沌通信发展的必然趋势。实际的通信系统中存在由多个子网组成的网络系统,使 得结构更加复杂。拓扑网络的动态行为及同步机制研究、网络结构中集群间的同步特征机制有待进一步探 索和研究。

本文提出多边形网络结构,该结构实现同层网络中激光器的混沌集群同步,异层网络中激光器的集群间 同步。首先以三边三层多边形网络为基础,对多边形网络结构中激光器混沌产生及其同步特性进行了分析 和研究。然后引入顶点激光器(以第一层的激光器为顶点)对模型进行优化,最后将三边三层多边形网络模 型扩展到四边三层以及六边三层的多边网络结构,并研究这些网络结构中激光器之间的混沌同步特性。研 究结果表明,优化后的多边形网络结构可实现激光器同层同步和异层同步,对网络结构进行拓展,多边形的 边数不断增加,网络中激光器的混沌同步特性仍保持不变。

1系统结构与理论模型

图1表示七个分布反馈半导体激光器相互耦合构成三边三层多边形网络系统,其网络模型呈现对称性。

相同颜色的小球表示相同激光器集群,不同颜色的小球表示在不同的集群。小球之间的连线表示激光器之间的耦合关系,该模型有三个集群即(1)、(2,3,4)、(5,6,7)。每一层的激光器都属于同一个簇,不同层的激光器位于不同的簇。



Fig. 1 Schematic diagram of the three-sided three-layer polygon network structure

网络结构中激光器的非线性动力学行为满足Lang-Kobayashi速率方程^[33-35]

$$\frac{\mathrm{d}E_a(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{(1+i\alpha)}{2} \left(G_a(t) - \frac{1}{\tau_p} \right) E_a(t) + \sigma \sum_{b=1}^N A_{ab} E_b(t-\tau_{ba}) \exp\left(-\mathrm{i}\omega_b \tau_{ba} + \Delta\omega t\right) + \sqrt{2\beta N_a(t)} \chi_a(t) \quad , \quad (1)$$

$$\frac{dN_{a}(t)}{dt} = \frac{ut_{th}}{q} - \frac{N_{a}(t)}{\tau_{e}} - G_{a}(t) \|E_{a}(t)\|^{2} , \qquad (2)$$

$$G_{a}(t) = g(N_{a}(t) - N_{0}) \qquad (3)$$

$$G_{a}(t) = \frac{S(1 + a(t) - 1 + 0)}{1 + s \left\| E_{a}(t) \right\|^{2}} ,$$
(3)

式中:下标a, b(a, b=1,2,3,...)分别表示激光器的编号, E_a 表示慢变场振幅, N_a 表示载流子数, α 表示线宽增强 因子, τ_p 表示光子寿命, τ_e 表示载流子寿命, I_h 表示阈值电流, q表示单位电荷, ω 则表示激光器自由运行时的 角频率。 $\Delta \omega = \omega_a \cdot \omega_b$ 为网络结构中激光器a与激光器b之间的角频率差。 σ 是网络结构中的耦合系数, τ_{ba} 为 激光器a输出混沌信号到达激光器b的延迟时间。(1)式最后一项表示激光器的自发辐射噪声, β 表示自发辐 射速率, χ_a 表示高斯白噪声。 G_a 是增益系数, 其中g表示微分增益系数, N_0 表示透明载流子数, s表示饱和增益 系数。数值计算所用的参数及其取值如表1所示。

表1	数值计算中激光器参数及其取值
12 1	奴但归异 中

Table 1 Values of various parameters in the simulation

参数	符号	数值
线宽增强因子	α	3
光子寿命	$ au_{ m p}$	2 ps
耦合时延	${ au}_{\scriptscriptstyle ba}$	2 ns
自发辐射速率	β	1.5×10 ⁻⁶ ns ⁻¹
电流因子	и	1.5
阈值电流	$I_{ m th}$	29 mA
单位电荷	q	1.6×10 ⁻¹⁹ C
载流子寿命	$ au_{e}$	2ns
微分增益系数	g	1.5×10 ⁻⁴ s ⁻¹
透明载流子数	$N_{ m o}$	1.5×10^{8}
饱和增益系数	S	1×10 ⁻⁷
角频率	ω	1.29×10 ¹⁴ Rad/s

邻接矩阵 A³³表示网络结构中各激光器之间的耦合关系,矩阵 A 的上标表示对应的层数和边数, A_{ab}=1 表示激光器 a 和激光器 b 之间有耦合关系, A_{ab}=0则表示激光器 a 和激光器 b 之间没有耦合关系。多边形网络结构中各个激光器之间的耦合关系,可表示为

 $\boldsymbol{A}^{33} \!=\! \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \; .$

ntensity / arb. units

为了分析和评估激光器之间的同步特性,用互相关系数来定量描述,其表达式为[36.37]

$$C_{ab}(\Delta t) = \frac{\left\langle \left(I_a(t + \Delta t) - \left\langle I_a(t + \Delta t) \right\rangle \right) \cdot \left(I_b(t) - \left\langle I_b(t) \right\rangle \right) \right\rangle}{\sqrt{\left\langle \left(I_a(t + \Delta t) - \left\langle I_a(t + \Delta t) \right\rangle \right)^2 \right\rangle \cdot \left\langle \left(I_b(t) - \left\langle I_b(t) \right\rangle \right)^2 \right\rangle}} \quad , \tag{5}$$

式中 $I = |E(t)^2|$ 是激光器输出的混沌时间序列强度, 〈 〉表示对时间求平均, Δt 为互相关系数时移。数值计算, 两激光器之间互相关系数 $C_{ab}(\Delta t)$ 定义为在时间间隔 Δt 区间(-10 ns, 10 ns)内的最大值。只有当 $C_{ab}(\Delta t) > 0.95$ 时, 两激光器具有同步性, 并且 $C_{ab}(\Delta t)$ 越接近 1 表明两激光器输出的信号同步性能越好。

2 结果与讨论

本研究采用龙格库塔法对(1)~(3)式进行数值仿真,分析和研究三边三层多边形网络结构中激光器的混 沌特性。图2是三边三层多边形网络结构中激光器的输出时间序列。从图中可以看出,其输出为混沌信号, 清晰地看出三条不重合的曲线,这表明该结构中的激光器输出信号具有同步性,且有三个集群即(1)、(2,3, 4)、(5,6,7)。图3是三边三层多边形网络结构中各层激光器输出混沌信号的频谱,图中三条曲线分别对应 网络中激光器1、激光器2和激光器5的输出信号频谱。显然,其网络结构中激光器有相同的频谱特性。为 了更客观地分析三边三层多边形网络结构中各个激光器的同步特性,图4呈现了激光器的互相关系数。图4 (a)和图4(c)中激光器1和激光器2,激光器1与激光器5同步系数特别低,表明激光器1和激光器2,激光器1 与激光器5同步性差。图4(b)和图4(d)中激光器2与激光器3的互相关系数C₂₃、激光器5与激光器6的互相 关系数C₅₆接近于1。图2和图4结果表明,该多边形网络结构中存在三个集群,其激光器混沌具有良好的同 步特性,但不同集群的激光器难以实现同步。



SLE

(4)



图3 三边三层多边形网络中各层激光器输出信号的频谱

Fig. 3 The spectrum of the output signal of each layer of the laser in the three-sided three-layer polygonal network



图4 三边三层多边形网络结构中激光器之间的互相关系数

Fig. 4 The cross-correlation function between lasers in a three-sided three-layer polygonal network structure

为实现异层激光器同步,以三边三层多边形网络为例,优化该网络结构。优化方式如图5所示,在原有的耦合网络基础上,以第一层的激光器为顶点(称为顶点激光器),对第三层网络的各激光器注入顶点激光器的部分输出混沌信号,同时第三层各激光器的部分输出混沌信号也注入顶点激光器,以实现顶点激光器与第三层激光器之间的相互耦合关系。图5中多边形网络中只有两个集群,即(1)和(2、3、4、5、6、7)。对于一个四边、六边甚至更多边的网络结构,依次增加各边的激光器与顶点激光器相互耦合,引入顶点激光器与各边激光器互耦合关系后得到优化的网络模型。该网络中各激光器的非线性动力学行为仍满足(1)~(3)式,优化后的邻接矩阵可表示为

$$\boldsymbol{A}^{33^*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} ,$$

(6)

矩阵A上标的*表示优化后的邻接矩阵,即优化后三边三层网络的邻接矩阵表示为A^{33*}。优化后每层激光器 混沌的频谱如图6所示,为了简化计算,选取每层中一个激光器频谱进行分析和研究,图中三条曲线分别对 应网络中激光器1、激光器2和激光器5的输出信号频谱。图7为优化后的三边三层多边形网络结构中各个激光器的同步特性。从图7(a)可以看出,除了激光器1的输出时间序列,其他激光器输出相同的信号波形。这表明与之前的结构相比,位于第二层与第三层的激光器所输出的时间序列是同步的。从图7(b1)可知,激光器1与激光器2的互相关系数C₁₂较小,激光器2与激光器3的互相关系数C₂₃、激光器2与激光器5的互相关系数C₁₂较小,激光器2与激光器3的互相关系数C₂₃、激光器2与激光器5的互相关系数C₅₆接近于1,说明第二层的激光器(激光器2、3、4)与第三层的激光器(激光器5、6、7)能够实现混沌同步。



图5 优化后的三边三层多边形网络结构示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the optimized three-sided three-layer polygon network structure



图6 优化后三边三层多边形网络中各层激光器输出信号的频谱

Fig. 6 The spectrum of the output signal of each layer of the laser in the three-sided three-layer polygonal network after optimization



图7 优化后三边三层多边形网络中各激光器的同步特性。(a) 各激光器输出的时间序列; (b1)-(b4) 激光器之间的互相关系数 Fig. 7 Synchronization characteristics of each laser in the optimized three-sided three-layer polygon network. (a) Time series of each laser output; (b1)-(b4) Cross-correlation function between lasers

为不失普适性,对三边三层多边形网络结构进行拓展,分析四边三层和六边三层网络结构中各个激光器 之间的同步特性,其结构如图8和图9所示。相应的邻阶矩阵可表示为

											(0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
											1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0		
	(0	1	1	1	1	1	1	1	1)		1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0		
	1	0	1	0	1	1	0	0	0		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0		
	1	1	0	1	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
	1	0	1	0	1	0	0	1	0		1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0		
$A^{43^*} =$	1	1	0	1	0	0	0	0	1,	$A^{63^*} =$	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	(7)
	1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1		
	1	0	1	0	0	1	0	1	0		1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0		
	1	0	0	1	0	0	1	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0		
	$\left(1\right)$	0	0	0	1	1	0	1	0)		1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0		
											1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1		
											$\lfloor 1$	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0)		

各层激光器混沌信号的频谱及其激光器之间的同步特性,如图 10~13 所示。对于四边三层的多边形网络结构,除了顶点激光器 1,位于第二层的激光器(激光器 2、3、4、5)与位于第三层激光器(激光器 6、7、8、9)同步,且对应的互相关系数 C₂₃、C₂₅、C₅₆接近于 1。对于六边三层多边形网络结构的情况也同理,顶点激光器 1为一集群,第二层的激光器(激光器 2、3、4、5、6、7)和第三层的激光器(激光器 8、9、10、11、12、13)属于第二集群,如图 13 所示。据此,优化后多边形网络结构中,除顶点激光器外,其他异层激光器均能实现同步。



图8 优化后的四边三层多边形网络结构示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the optimized four-sided three-layer polygon network structure



Fig. 9 Schematic diagram of the optimized six-sided three-layer polygon network structure



图 10 优化后四边三层多边形网络中各层激光器输出信号的频谱

Fig. 10 The spectrum of the output signal of each layer of the laser in the four-sided three-layer polygonal network after optimization



图 11 优化后四边三层多边形网络中各激光器的同步特性。(a) 各激光器输出的时间序列; (b1)-(b4) 激光器之间的互相关系数 Fig. 11 Synchronization characteristics of each laser in the optimized four-sided three-layer polygon network after optimization. (a) Time series of each laser output; (b1)-(b4) Cross-correlation function between lasers



Fig. 12 The spectrum of the output signal of each layer of the laser in the six-sided three-layer polygonal network after optimization.

图 12 优化后六边三层多边形网络中各层激光器输出信号的频谱





3 结 论

提出互耦合半导体激光器的多边形网络结构,对多边形网络结构中激光器混沌特性进行了分析和研究。 结果表明,在合适的条件下能实现多边形网络中激光器的混沌产生及其同步,引入顶点激光器并优化多边形 网络结构,能实现网络中除顶点激光器外同层和异层激光器之间的同步。增加多边形网络的边数,多边形网 络结构中激光器也能实现同步。多边形网络中除顶点激光器外其他激光器之间的高质量混沌同步研究,为 实现多用户的混沌保密通信提供一定的理论基础和参考。

参考文献:

- [1] Du L H. Research on Dual Channel Bidirectional Optical Chaotic Communication Based on Optical Feedback VCSELs [D]. Chongqing: Southwest University of China, 2010.
 杜立华. 基于光反馈 VCSELs 双信道双向光混沌通信研究 [D]. 重庆: 西南大学, 2010.
- [2] Wang H. Research on Laser Chaotic Spread Spectrum and Communication Application [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2019.

王 慧. 激光混沌扩频及通信应用研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2019.

- [3] Mengue A D, Essimbi B Z. Secure communication using chaotic synchronization in mutually coupled semiconductor lasers [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(2): 1241-1253.
- [4] Wu J G, Wu Z M, Tang X, et al. Experimental demonstration of LD-based bidirectional fiber-optic chaos communication [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2013, 25(6): 587-590.
- [5] Li P, Wu J G, Wu Z M, et al. Bidirectional chaos communication between two outer semiconductor lasers coupled mutually with a central semiconductor laser [J]. Optics Express, 2011, 19(24): 23921-23931.
- [6] Jiang N, Zhao A K, Xue C P, et al. Physical secure optical communication based on private chaotic spectral phase encryption/ decryption [J]. Optics Letters, 2019, 44(7): 1536-1539.

972	量子电子学报 40卷
[7]	Appeltant L, Soriano M C, Van der Sande G, <i>et al.</i> Information processing using a single dynamical node as complex system
[8]	[J]. Nature Communications, 2011, 2: 468. Naruse M, Terashima Y, Uchida A, <i>et al.</i> Ultrafast photonic reinforcement learning based on laser chaos [J]. <i>Scientific Reports</i> , 2017, 7(1): 8772.
[9]	Gong T, Wang Y C, Kong L Q, <i>et al.</i> Chaotic lidar for automotive collision warning system [J]. <i>Chinese Journal of Lasers</i> , 2009, 36(9): 2426-2430.
[10]	Zhong D, Xu G, Luo W, <i>et al.</i> Real-time multi-target ranging based on chaotic polarization laser radars in the drive-response VCSELs [J]. <i>Optics Express</i> , 2017, 25(18): 21684.
[11]	Han Y N, Xiang S Y, Wang Y, <i>et al.</i> Generation of multi-channel chaotic signals with time delay signature concealment and ultrafast photonic decision making based on a globally-coupled semiconductor laser network [J]. <i>Photonics Research</i> , 2020, 8 (11): 1792-1799.
[12]	Gao X J, Zhu W, Yang Q, <i>et al</i> . Time delay estimation from the time series for optical chaos systems using deep learning [J]. <i>Optics Express</i> , 2021, 29(5): 7904-7915.
[13]	Scheuer J, Yariv A. Giant fiber lasers: A new paradigm for secure key distribution [J]. <i>Physical Review Letters</i> , 2006, 97(14): 140502.
[14]	Pareschi F, Setti G, Rovatti R. A fast chaos-based true random number generator for cryptographic applications [C]. <i>Proceedings of the 32nd European Solid-State Circuits Conference</i> . Montreaux, Switzerland: IEEE, 2007: 130-133.
[15]	Yuan C, Ma J, Xu H, <i>et al.</i> Chaos optical time domain reflectometer using a laser modulated by Boolean chaos [J]. <i>Journal of Optoelectronics</i> · <i>Laser</i> , 2015, 26(11): 2180-2186. 袁超,马珺,徐航,等. 基于布尔电路直接调制的混沌光时域反射仪 [J]. 光电子 · 激光, 2015, 26(11): 2180-2186.
[16]	Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
[17]	Kanakidis D, Argyris A, Syvridis D. Performance characterization of high-bit-rate optical chaotic communication systems in a back-to-back configuration [J]. <i>Journal of Lightwave Technology</i> , 2003, 21(3): 750-758.
[18]	Argyris A, Kanakidis D, Bogris A, <i>et al.</i> Experimental evaluation of an open-loop all-optical chaotic communication system [J]. <i>IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics</i> , 2004, 10(5): 927-935.
[19]	Kanakidis D, Argyris A, Bogris A, <i>et al.</i> Influence of the decoding process on the performance of chaos encrypted optical communication systems [J]. <i>Journal of Lightwave Technology</i> , 2006, 24(1): 335-341.
[20]	Mirasso C R, Colet P, Garcia-Fernandez P. Synchronization of chaotic semiconductor lasers: Application to encoded communications [J]. <i>IEEE Photonics Technology Letters</i> , 1996, 8(2): 299-301.
[21]	Wu J G, Huang S W, Huang Y J, <i>et al.</i> Dynamical chaos in chip-scale optomechanical oscillators [OL]. 2016, arXiv: 1608.05071. https://arxiv.org/vc/arxiv/papers/1608/1608.05071v1.pdf.
[22]	Jiang N, Pan W, Luo B, <i>et al.</i> Bidirectional dual-channel communication based on polarization-division-multiplexed chaos synchronization in mutually coupled VCSELs [J]. <i>IEEE Photonics Technology Letters</i> , 2012, 24(13): 1094-1096.
[23]	Heil T, Fischer I, Elsässer W, <i>et al.</i> Chaos synchronization and spontaneous symmetry-breaking in symmetrically delay-coupled semiconductor lasers [J]. <i>Physical Review Letters</i> , 2001, 86(5): 795-798.
[24]	Tang S, Liu J M. Experimental verification of anticipated and retarded synchronization in chaotic semiconductor lasers [J]. <i>Physical Review Letters</i> , 2003, 90(19): 194101.
[25]	Argyris A, Pikasis E, Syvridis D. Gb/s one-time-pad data encryption with synchronized chaos-based true random bit generators [1]. <i>Journal of Lightwave Technology</i> 2016, 34(22): 5325-5331.
[26]	Ohtsubo J, Ozawa R, Nanbu M. Synchrony of small nonlinear networks in chaotic semiconductor lasers [J]. <i>Japanese Journal</i> of <i>Annlied Physics</i> 2015, 54(7): 072702
[27]	Xu M F, Pan W, Xiang S Y, <i>et al.</i> Cluster synchronization in symmetric VCSELs networks with variable-polarization optical feedback [1]. <i>Optics Express</i> 2018, 26(8): 10754, 10754.
[28]	Zhang L Y, Pan W, Yan L S, <i>et al.</i> Cluster synchronization of coupled semiconductor lasers network with complex topology [J]. <i>IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics</i> , 2019, 25(6): 1-7.

- [29] Xiang S Y, Han Y N, Wang H N, et al. Zero-lag chaos synchronization properties in a hierarchical tree-type network consisting of mutually coupled semiconductor lasers [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 99(4): 2893-2906.
- [30] Zhang L Y, Pan W, Yan L S, et al. Isochronous cluster synchronization in delay-coupled VCSEL networks subjected to variablepolarization optical injection with time delay signature suppression [J]. Optics Express, 2019, 27(23): 33369-33377.
- [31] Liu S Q, Jiang N, Zhao A K, *et al.* Secure optical communication based on cluster chaos synchronization in semiconductor lasers network [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 11872-11879.
- [32] Jiang P, Zhou P, Li N Q, *et al.* Optically injected nanolasers for time-delay signature suppression and communications [J]. *Optics Express*, 2020, 28(18): 26421-26435.
- [33] Lang R, Kobayashi K. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1980, 16(3): 347-355.
- [34] Sugawara T, Tachikawa M, Tsukamoto T, *et al.* Observation of synchronization in laser chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1994, 72(22): 3502-3505.
- [35] Li P, Cai Q, Zhang J G, *et al.* Observation of flat chaos generation using an optical feedback multi-mode laser with a band-pass filter [J]. *Optics Express*, 2019, 27(13): 17859.
- [36] Kotomtseva L A, Kravtsov N V, Lariontsev E G, *et al.* Chaotic synchronization and evolution of optical phase in a bidirectional solid-state ring laser [J]. *Chaos*, 2003, 13(1): 279-285.
- [37] Xiang S Y, Gong J K, Zhang H, et al. Zero-lag intensity correlation properties in small ring laser network with heterogeneous delays [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2018, 35(2): 287-294.