

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.06.015

# 基于随机优化模型的量子线路映射辅助设计方法

卫丽华<sup>1</sup>, 朱鹏程<sup>1,2\*</sup>, 管致锦<sup>2</sup>

(1 宿迁学院信息与计算科学系, 江苏 宿迁 223800;

2 南通大学信息科学技术学院, 江苏 南通 226019)

**摘要:** 物理量子位之间的受限连通性是含噪中型量子计算设备面临的重要约束之一。量子线路映射方法通过插入量子交换 (SWAP) 门对量子线路进行变换, 使得其中的每一个量子位交互操作均满足物理设备施加的受限连通约束。在噪声环境下, 减少插入的 SWAP 门数对于提升量子计算成功率有重要意义。以最小化 SWAP 门数为目标, 结合随机搜索技术, 提出了一种基于多迭代随机寻优模型的启发式量子线路映射优化方法。实验结果表明, 该方法可以通过迭代大幅减少量子线路映射过程所需插入的量子门数, 并有效降低结果物理线路对初始映射的依赖程度。

**关键词:** 量子计算; 量子线路映射; 含噪中型量子计算; 受限连通性; 随机优化

中图分类号: TP302.2

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2023)06-00952-11

## A computer-aided-design methodology for quantum circuit mapping based on stochastic optimization model

WEI Lihua<sup>1</sup>, ZHU Pengcheng<sup>1,2\*</sup>, GUAN Zhijin<sup>2</sup>

(1 Department of Information and Computing Science, Suqian University, Suqian 223800, China;

2 College of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China)

**Abstract:** The limited connectivity between physical qubits is one of the most important constraints for noisy intermediate-scale quantum (NISQ) computing devices. Quantum circuit mapping makes all qubits in quantum circuits exchange mutually by inserting SWAP gates to satisfy the restricted connectivity constraints of physical devices. In a noisy computing environment, reducing the number of inserted SWAP gates is of great significance to improve the success rate of quantum computing. In order to minimize the number of SWAP gates, a heuristic quantum circuit mapping algorithm is proposed, and then based on the heuristic algorithm and the random search technology, a multi-iterative stochastic optimization model for quantum circuit mapping is proposed. The experimental results show that the

基金项目: 国家自然科学基金 (62072259), 江苏省自然科学基金 (BK20221411), 江苏省高校哲学社会科学项目 (2022SJYB2416)

作者简介: 卫丽华 (1984 -), 女, 江苏南通人, 硕士, 讲师, 主要从事可逆逻辑综合、量子逻辑综合方面的研究。E-mail: [angelirene@163.com](mailto:angelirene@163.com)

导师简介: 朱鹏程 (1982 -), 江苏泰州人, 博士, 副教授, 主要从事量子线路综合、量子优化算法、量子机器学习方面的研究。

E-mail: [zhupcnt@163.com](mailto:zhupcnt@163.com)

收稿日期: 2022-01-10; 修改日期: 2022-05-05

\*通信作者。

method can greatly reduce the number of quantum gates inserted during the quantum circuit mapping process, and effectively reduce the dependence of the resulting physical circuit on the initial mapping.

**Key words:** quantum computing; quantum circuit mapping; noisy intermediate-scale quantum computing; limited connectivity; stochastic optimization

## 0 引言

随着量子物理技术的进步,量子计算的发展开始步入新纪元,涌现了多个量子计算原型机<sup>[1-4]</sup>。现有量子计算原型机一般被称为含噪中型量子(NISQ)<sup>[5]</sup>计算机,它们存在以下不足:量子位数较少,量子位相干时间短,量子操作错误率较高,以及量子位间的连通性受限。由于量子比特间的受限连通性,量子逻辑线路通常不能直接部署到NISQ计算机上运行。量子线路映射方法<sup>[6]</sup>用于将量子逻辑线路转化成满足NISQ计算设备受限连通约束的等价量子线路。

NISQ计算设备上的量子线路映射最优化问题具有非确定性多项式完全(NPC)的计算复杂性<sup>[7,8]</sup>,多个用于解决该问题的启发式算法<sup>[8-16]</sup>被提出。虽然,这些启发式映射方法具有良好的可扩展性,但仍存在以下局限性。首先,映射后的量子线路质量过度依赖初始映射,但什么样的初始映射能生成最佳量子线路映射方案仍是一个开放问题。其次,目前的量子线路映射算法多为确定性算法,其生成的映射方案距离最佳映射方案仍存在较大差距,且这些算法没有在已有映射结果基础上持续改进的能力。这种对量子线路作持续改进的能力在使用当前NISQ计算设备完成计算任务时显得尤为重要,这是由于目前NISQ计算设备对于运行在其上的量子线路规模(量子门数、线路深度)有着严格限制,超过特定规模的量子线路由于受噪声影响难以获得有意义的运行结果。因此,当映射后的量子线路超出NISQ计算设备有效计算能力边界时,需要对映射后的线路作持续改进,才有可能将其有效地部署到NISQ计算设备上,而现有算法缺少这种持续改进的能力。

以最小化映射过程插入的量子门数为优化指标,本文提出了一种实现量子线路映射的随机优化方法,主要工作如下:1)给出了一种用于评估SWAP门作用效果的代价函数,并基于该代价函数实现了一种基于快速启发式搜索的量子线路映射算法;2)基于上述快速启发式量子线路算法并结合随机搜索策略,提出了一种基于多迭代随机寻优模型的量子线路映射优化方法,该方法有效利用了量子线路的可逆特性,可通过增加迭代次数不断提升量子线路的映射质量。

## 1 背景知识和相关概念

### 1.1 量子线路

量子线路由量子位和作用在量子位上的量子门序列构成。图1给出了量子线路映射相关的两个重要量子逻辑门,分别是CNOT门和SWAP门,它们均是两量子位操作门,其中量子交换门如图1(b)所示,该门用于交换 $p_1$ 和 $p_2$ 两个量子位的量子态,它可以分解成如图1(c)所示由3个CNOT门组成的量子线路。

为了和NISQ计算机上的量子位相区分,后续部分将量子线路中的量子位称为逻辑量子位,而将NISQ计算机上的量子位称为物理量子位。

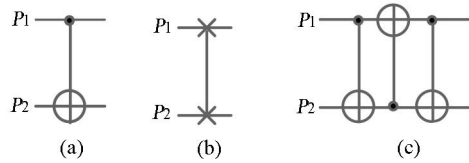


图1 CNOT 门 (a)、SWAP 门 (b) 和 SWAP 门分解成三个 CNOT 门 (c)

Fig. 1 CNOT gate (a), SWAP gate (b) and Decomposition of SWAP gate (c)

### 1.2 NISQ 计算架构

多数 NISQ 计算设备上物理量子位之间的连通性是受限的, 每个物理量子位仅能和少数近邻的量子位进行交互, 一般通过物理量子位耦合图来定义这种交互约束。IBM Q Tokyo 量子计算机的量子位耦合如图 2 所示, 该量子计算机包含 20 个物理量子位, 每个顶点均代表一个量子位, 每条边代表允许的量子位交互, 只有在存在边连接的物理量子位之间才可以执行两量子位操作。

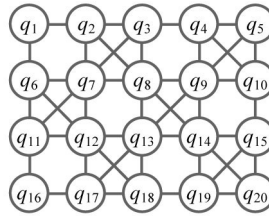


图2 IBM Q Tokyo 量子位耦合图

Fig. 2 IBM Q Tokyo qubit coupling diagram

### 1.3 量子线路映射

量子线路映射是由物理量子位交互约束所导致的必要量子线路变换, 是量子计算基础软件中的重要组成部分。交互约束是对两量子位操作门施加的限制, 对单量子位操作门的执行无影响, 因此在量子位映射过程中可以忽略单量子位操作门, 仅关心两量子位操作门(如 CNOT 门)。

为了方便描述, 首先给出一些在文中使用的符号说明, 如表 1 所示。其中, 量子门依赖图  $DG$  是一种有向无环图, 其定义了  $LC$  中各量子门的依赖关系和执行次序, 如图 3 所示为一个  $LC$  及其  $DG$  的示例。在  $DG$  中无前驱的量子门 (即入度为 0) 被称为活跃门, 活跃门在时序意义上已可以执行。所有的活跃量子门构成活跃门集合, 如图 3 中  $g_1$  和  $g_2$  构成了活跃门集合。量子线路映射问题定义如下:

定义 1 量子线路映射。给定  $LC = (n, P, G)$  和  $CG = (m, Q, E)$ , 且  $n \leq m$ , 要求给出初始映射  $\pi: P \rightarrow Q$ , 并通过插入 SWAP 门构建  $PC$ , 使得  $LC$  和  $PC$  在功能上等价,  $LC$  中的每个门  $g(p_i, p_j)$  和  $PC$  中的门  $g(\pi(p_i), \pi(p_j))$  相对应, 且边  $(\pi(p_i), \pi(p_j)) \in E$ 。

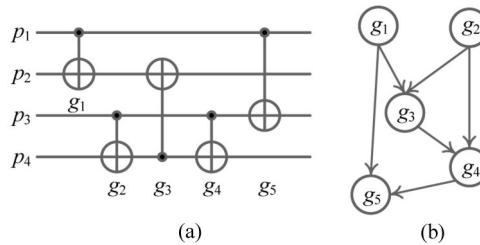


图3 量子线路 (a) 及其量子门依赖关系图 (b)

Fig. 3 Quantum circuit (a) and its quantum gate dependency graph (b)

表 1 常用符号

Tabel 1 Common symbol

Symbol	Implication	Symbol	Implication
$LC$	逻辑量子线路	$Q$	$CG$ 中物理逻辑量子位集合 $\{q_1, q_2, \dots, q_m\}$
$n$	$LC$ 中逻辑量子位个数	$E$	$CG$ 中的边集, 定义了 $Q$ 的交互约束
$P$	$LC$ 中逻辑量子位集合 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$	$SWAP(q_i, q_j)$	作用在 $q_i$ 和 $q_j$ 的 SWAP 门
$G$	$LC$ 中包含的量子门集合 $\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$	$DG$	量子门依赖关系图
$g(p_i, p_j)$	$LC$ 中作用在 $p_i$ 和 $p_j$ 上的两量子位操作门	$\pi$	从 $P$ 到 $Q$ 的单射, $p_i$ 对应物理量子位为 $\pi(p_i)$
$PC$	映射后的物理量子线路	$\pi^{-1}$	从 $Q$ 到 $P$ 的单射, $q_i$ 对应逻辑量子位为 $\pi^{-1}(q_i)$
$CG$	NISQ 计算机物理量子位耦合图	$Dist[][]$	$CG$ 中物理量子位的距离矩阵
$m$	$CG$ 中物理量子位个数	$FG$	活跃量子门集合
$EG$	可执行量子门集合		

如定义 1 所述, 量子线路映射主要包含初始映射和映射更新两个步骤。其中, 初始映射将为逻辑量子位指定物理量子位, 即建立单射关系  $\pi: P \rightarrow Q$ 。在某映射关系  $\pi$  下, 若量子线路中的活跃门  $g(p_i, p_j)$ , 是满足  $CG$  所定义的交互约束, 即边  $(\pi(p_i), \pi(p_j)) \in E$ , 则该门被称为可执行门, 在当前量子位映射关系下的所有可执行门可从  $LC$  中移除并添加到物理量子线路  $PC$  中。然而, 通常初始映射  $\pi$  难以使量子线路中所有量子门均满足交互约束, 此时"映射更新"将通过插入 SWAP 门的方式不断更新映射关系, 从而使线路中的两量子位操作门从左向右逐渐转换为可执行门。量子线路映射将生成一个满足  $CG$  所施加交互约束的等价物理线路  $PC$ , 该线路可以直接部署到 NISQ 计算机上运行。图 4(b) 给出了一个由量子线路映射得到的物理线路, 该线路对应的  $LC$  如图 3(a) 所示、对应的  $CG$  如图 4(a) 所示, 初始映射为  $\pi$ , 其中  $\pi(p_i) = q_i, i = \{1, 2, 3, 4\}$ 。

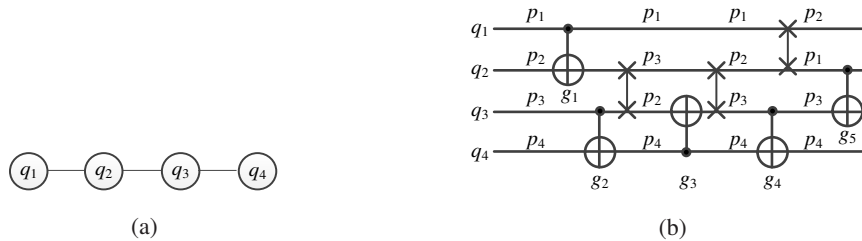


图 4 物理量子位耦合图 (a) 和物理量子线路 (b)

Fig. 4 Physical qubit coupling diagram (a) and physical quantum circuit (b)

当需要更新逻辑量子位和物理量子位之间的映射关系时, 往往有多种插入 SWAP 门的方案可供选择, 选择哪种方案对后续映射过程所需的 SWAP 门数有着重要影响, 在后续章节将详细介绍用于选择 SWAP 门的启发式代价函数和选择策略。

## 2 启发式量子线路映射算法

### 2.1 启发式代价函数

设  $Dist[][]$  为  $CG$  的距离矩阵, 其中  $Dist[q_i][q_j]$  存储了物理量子位  $q_i$  和  $q_j$  在  $CG$  上的最短路径长度。根据此距离矩阵给出两量子位操作门物理距离的定义。

定义 2 物理距离。给定  $CG, \pi$  和  $g = (p_i, p_j)$ , 且  $i \neq j$ , 则  $g$  的物理距离等于  $Dist[\pi(p_i)][\pi(p_j)] - 1$ 。

显然  $g$  的物理距离等于 0 意味着其满足 CG 所定义的交互约束; 而  $g$  的物理距离大于 0 则意味着至少需要和物理距离相同数量的 SWAP 门才能使  $g$  满足交互约束。应用 SWAP 门可以改变  $g = (p_i, p_j)$  的物理距离, 将 SWAP 门对  $g$  物理距离的改变幅度称为 SWAP 效应值, 可表示为

$$ef(SWAP, \pi_0, (p_i, p_j)) = Dist[\pi_0(p_i)][\pi_0(p_j)] - Dist[\pi_1(p_i)][\pi_1(p_j)] \quad (1)$$

式中  $\pi_1 = \pi_0 \circ SWAP$ 。

SWAP 门对  $g$  的效应值取值范围为  $\{-1, 0, 1\}$ , 当效应值为 1 时, 说明在 SWAP 门的影响下,  $g$  的物理距离减 1, 此时, 称该 SWAP 门对  $g$  施加了正效应。

该启发式量子线路映射方法以能在多个候选 SWAP 门中找到对紧随其后的连续门序列有着最大正效应的那个 SWAP 门为目标。因此, 本研究的代价函数将计算某 SWAP 门对后续门序列施加的最大正效应和。这些受 SWAP 门正效应影响的连续门序列将构成本研究介绍的代价函数的前瞻窗口, 该窗口需要通过实时探测量子线路进行构建。前瞻窗口的构建过程如算法 1 所示。

算法 1 前瞻窗口确定算法。

输入: 量子位映射关系  $\pi$ , 交换门  $SWAP(p_i, p_j)$ , 逻辑量子线路  $LC$ 。

输出: 前瞻窗口包含的门集合  $gwin$ 。

- ① for  $k$  in  $\{i, j\}$
- ②  $count = 0$
- ③ for each gate  $g$  in  $LC$  along  $p_k$  /\*沿着  $p_k$  向后遍历  $LC$ \*/
- ④ if  $count++ > MAXSTEP$  break /\*沿着  $p_k$  向后前瞻步数超过预设最大值, 则停止继续向后遍历\*/
- ⑤ if  $ef(SWAP, \pi, g) = 1$  /\*若该 SWAP 门使得  $g$  的物理距离减 1\*/
- ⑥  $gwin.append(g)$  /\*将  $g$  加入窗口\*/
- ⑦ else
- ⑧ break /\*若发现  $g$  的物理距离未减少, 则停止继续向后遍历\*/
- ⑨ end if
- ⑩ end for
- ⑪ end for

算法 1 沿和 SWAP 门相关的两个量子位向后遍历量子线路, 并将效应值为 1 的量子门加入前瞻窗口, 重复该过程直至遇到效应值为 -1 或 0 的量子门。另外, 为了防止前瞻技术消耗过多时间, 加入了定义前瞻最大步数的参数 ( $MAXSTEP$ )。

所用的代价函数可表示为

$$sum\_ef(SWAP, \pi) = \sum_{g \in gwin} ef(SWAP, \pi, g) \quad (2)$$

式中  $gwin$  表示由算法 1 生成的前瞻门集合。代价函数取值越大, 表明 SWAP 门对紧随其后多个连续量子门的物理距离降幅越高。

本研究提出的启发式代价函数只涉及 SWAP 门相关的两个量子位, 且前瞻步数最多不会超过  $MAXSTEP$ , 在距离矩阵  $Dist[][]$  预先计算的前提下, 计算该代价函数所需的时间复杂度为  $O(1)$ 。

## 2.2 启发式搜索算法

基于启发式搜索的量子线路映射算法流程如下: 首先, 根据给定的初始映射  $\pi$  初始化活动门集  $FG$ ; 然后, 检查  $FG$  中是否存在可执行门, 若存在, 则将其加入物理量子线路  $PC$ , 若不存在, 则生成候选  $SWAP$  门集合; 根据启发式代价函数, 在  $SWAP$  门集合中选择最优的那个, 并将其加入  $PC$ , 同时更新  $\pi$ , 并再次检查  $FG$  中是否存在可执行门; 重复上述过程, 直至逻辑量子线路  $LC$  中的所有门均加入  $PC$ 。使用如 (1) 和 (2) 式所示的效应和作为代价函数, 该代价函数仅考虑与  $SWAP$  门作用在相同量子位上, 紧跟该  $SWAP$  门, 且效应值为正的一系列连续两量子位操作门, 其不仅能更准确地评估  $SWAP$  门对包含活动门在内的连续门序列的影响, 同时还能避免选择那些对远端门有正效应, 而对近端门有负效应的  $SWAP$  门。另外, 在生成候选  $SWAP$  门集合时, 只选择那些和  $FG$  中活跃门具有至少一个相同量子位的  $SWAP$  门, 并同时排除那些对于活跃门只有负效应的  $SWAP$  门, 通过这种方式最小化候选  $SWAP$  门集合, 以降低计算代价函数的开销, 同时确保算法收敛速度。在本研究提出的启发式搜索方法算法 2 中, 将在  $SWAP$  候选集合中选择代价函数值最大的那个, 若代价函数值最大的  $SWAP$  门有多个, 则在其中随机选择一个。

算法 2 基于启发式搜索的量子线路映射算法。

输入: 初始映射  $\pi$ , 逻辑量子线路  $LC$ , 物理量子位耦合图  $CG$ 。

输出: 终止映射  $\pi$ , 物理量子线路  $PC$ 。

- ① while  $LC$  is not empty /\*重复以下过程直至  $LC$  为空\*/
- ②  $FG = front\_gate(LC)$  /\*生成当前  $LC$  的活跃门集合\*/
- ③  $EG = check(FG, \pi, CG)$  /\*检查  $FG$  集合, 并将其中的可执行门加入  $EG$  集合\*/
- ④ if  $EG$  is not empty /\*若可执行门集合非空, 依次将这些门从  $LC$  中删除, 并将其加入  $PC$ \*/
- ⑤ for each gate  $g$  in  $EG$
- ⑥  $LC.remove(g)$
- ⑦  $PC.append(g)$
- ⑧ end for
- ⑨ continue /\*跳转到第②步, 重新生成活跃门集合\*/
- ⑩ end if
- ⑪  $SWAP\_list = generate\_SWAPs(FG, \pi, CG)$  /\*生成候选  $SWAP$  门集合\*/
- ⑫  $max\_cost, max\_SWAP = -\infty, \emptyset$
- ⑬ for each  $SWAP$  in  $SWAP\_list$  /\*为  $SWAP\_list$  中的每个  $SWAP$  门计算代价函数, 并找出代价函数最高的那个  $SWAP$  门\*/
- ⑭  $cost = sum\_ef(SWAP, \pi)$  /\*使用公式 2 计算代价函数\*/
- ⑮ if  $cost > max\_cost$
- ⑯  $max\_cost, max\_SWAP = cost, SWAP$
- ⑰ end if
- ⑱ end for
- ⑲  $PC.append(max\_SWAP)$  /\*向  $PC$  中加入代价函数值最大的  $SWAP$  门\*/
- ⑳  $\pi = \pi \circ max\_SWAP$  /\*用代价函数值最大的  $SWAP$  门更新映射关系  $\pi$ \*/

⑳ end while

算法2在最坏情况下的复杂度为  $O(|G| \cdot d \cdot |E|)$ , 其中  $|G|$  表示逻辑量子线路中包含的门数,  $d$  是耦合图  $CG$  的直径,  $|E|$  是耦合图的边数。

若给定的  $CG$  是一个规则的正方二维网格, 则  $d = O(n^{1/2})$ ,  $|E| = O(n)$ , 其中  $n$  是物理量子位个数, 此时算法2的时间复杂度为  $O(|G| \cdot n^{1.5})$ 。

### 3 量子线路映射随机优化方法

#### 3.1 基本思想

算法2是一种确定性算法, 即输入特定的初始映射, 便能输出确定的物理量子线路。该算法生成的结果量子线路质量和初始映射结果紧密相关, 但是, 什么初始映射对应最优物理量子线路仍是开放问题。因此, 在哪个初始映射方案对应最优物理量子线路不能事先确定的情况下, 可以通过随机化技术探索更多的初始映射, 进而寻找门数更少的物理量子线路。基于此, 提出了量子线路映射多迭代随机优化方法。

多迭代随机优化方法的基本思想如下: 从随机生成的初始映射出发, 通过多次迭代不断寻找门数更少的物理量子线路。在每次迭代中, 首先对逻辑量子线路按正向遍历方式进行映射; 然后将正向映射终止时的映射关系作为初始映射, 并按反向遍历方式进行量子线路映射; 如此正向、反向映射交替执行若干次, 并在交替的过程中保存当前门数最少的初始映射以及结果物理量子线路。相邻迭代之间的关联通过初始映射体现, 即当前迭代的初始映射由对目前为止最佳物理量子线路所对应的初始映射进行扰动得到。在全部迭代结束后, 算法将返回遇到的门数最少的物理量子线路及其对应的初始映射。

#### 3.2 多迭代随机优化模型

算法3给出了基于多迭代随机优化模型的量子线路映射方法伪代码。

算法3 量子线路映射随机优化方法。

输入: 逻辑量子线路  $LC$ , 物理量子位耦合图  $CG$ 。

输出: 物理量子线路  $best\_PC$ 。

- ①  $best\_pi = rand\_gen()$  /\*随机生成一个初始映射\*/
- ②  $best\_PC.gcount = \infty$  /\*初始化最优电路包含的门数\*/
- ③ while  $i++ \leq LIMIT1$  /\*迭代次数\*/
- ④  $pi = rand\_disturb(best\_pi)$  /\*对  $best\_pi$  作随机扰动\*/
- ⑤ while  $j++ \leq LIMIT2$  /\*正向反向间隔遍历次数\*/
- ⑥  $(pi\_f, PC\_f) = hmap(pi, LC, CG)$  /\*以正向遍历  $LC$  的方式调用算法2\*/
- ⑦ if  $PC\_f.gcount < best\_PC.gcount$  /\*若  $PC\_f$  的门数小于  $best\_PC$  的门数, 则更新  $best\_PC$  和  $best\_pi$ \*/
- ⑧  $(best\_pi, best\_PC) = (pi, PC\_f)$
- ⑨ end if
- ⑩  $(pi, PC\_r) = hmap(pi\_f, reverse(LC), CG)$  /\*以  $pi\_f$  为参数, 按反向遍历  $LC$  的方式调用算法2\*/
- ⑪ if  $PC\_r.gcount < best\_PC.gcount$  /\*若  $PC\_r$  的门数小于  $best\_PC$  的门数, 则更新  $best\_PC$  和  $best\_pi$ \*/
- ⑫  $(best\_pi, best\_PC) = (pi, reverse(PC\_r))$
- ⑬ end if

⑭ end while

⑮ end while

在上述算法第④步中, 通过随机施加  $n/2$  个 SWAP 门来实现对映射关系  $best\_pi$  的扰动, 其中  $n$  为逻辑量子位的数目, 且这些 SWAP 门必须至少作用在一个逻辑量子位上。算法3的每次迭代内部通过反复以正向和反向遍历相间隔的方式映射电路, 在这个过程中映射算法(算法2)得以"学习"到量子线路的结构, 使得有一定概率获得门数更少的物理量子线路。另外, 虽然为正/反向遍历量子线路次数设置了阈值( $LIMIT2$ ), 但是为了进一步提升算法收敛速度, 在算法实现中还增加了另外一个结束正/反向遍历的条件, 即监控  $best\_PC$  在正/反向遍历过程中的更新情况, 若在连续若干步内  $best\_PC$  均未被更新, 就认为在此次迭代过程中继续进行正/反向遍历已对降低量子线路门数没有太大帮助, 可以立即终止此次迭代, 并开始下一次的迭代。

算法3迭代次数最多为  $LIMIT1$ , 每次迭代内部正/反遍历量子线路次数最多为  $LIMIT2$ , 每次遍历均调用两次启发式线路映射算法。因此, 在最坏情况下算法3总共需要调用启发式量子线路映射算法  $2 \times LIMIT1 \times LIMIT2$  次。

## 4 实验与结果

### 4.1 实验配置

#### 1) 评价指标

本研究提出的量子线路映射算法以最小化插入 SWAP 门数为目标, 因此, 在实验中将量子线路映射过程中插入的基本门数(CNOT 门数, 等于所需 SWAP 门数的3倍)为评价指标。

#### 2) Benchmark

采用了在同类研究中广泛使用的量子线路作为 benchmark, 这些 benchmark 线路由 IBM Q 系列量子计算机所支持的量子指令集组成, 其中 CNOT 门作为唯一的两量子位操作门存在, 其他均为单量子位操作门。

#### 3) 目标平台

以 IBM Q Tokyo 作为目标量子平台, 该量子计算平台是近期同类研究普遍采用的目标平台, 其具有 20 个物理量子位, 量子位之间的交互约束如图2所示。

#### 4) 运行环境

算法由 C++ 实现, 实验环境为: Windows10, i7-4710HQ CPU, 16GB 内存。

#### 5) 基准算法

为了评价算法性能, 选择文献[16]和文献[11]的两个算法作为比照对象。文献[16]提出的算法是近期研究中常出现的基准算法, 文献[11]是目前关于量子线路映射研究的最新算法之一。

#### 6) 参数设置

算法1中的最长连续前瞻步数  $MAXSTEP$  设置为 50, 算法3的迭代次数  $LIMIT1$  预设为 1000, 每次迭代中正/反向遍历次数  $LIMIT2$  预设为 100, 并且当检测到连续 50 次正/反向遍历最优解均无更新便退出当前迭代。

### 4.2 优化效果评估

首先, 对随机优化方法的优化效果进行评估和分析。以 benchmark 量子线路 "qft\_16" 为例, 展示算法在降低量子门数方面的效果。图5展示了迭代次数和映射过程插入基本量子门数的关系, 其中横坐标表示迭代



次数, 纵坐标表示基本量子门数, 蓝色曲线表示当前迭代多次正/反遍历所需的最少基本量子门数, 黄色曲线表示截至目前所需的最少量子门数。如图所示, 随着迭代深入, 黄色曲线呈明显下降趋势, 然后趋于平稳, 这表明了该方法对于降低线路门数, 从而提升映射后的线路质量有着明显作用。但同时可以发现, 随着迭代的深入, 蓝色曲线仍存在大幅振荡, 并未表现出逼近黄色曲线的趋势。这种现象源自初始映射和最佳映射方案之间关联的不确定性, 即难以事先相对准确地确定某个初始映射最终所需的映射代价是多少, 这使得研究缺乏判断扰动后初始映射方案是否接受该扰动的有效准则。目前, 何种初始映射对应最佳物理线路仍是开放问题, 现有算法均是以量子线路中所有量子门的物理距离之和作为某初始映射下所需映射代价的粗略估计, 但这种估计仅可作为量子线路映射代价非常宽泛的一个上界, 对于指导如何对最佳初始映射进行扰动并判断是否接受该次扰动并无太大帮助。由于缺乏判断是否接受扰动的有效准则, 算法3目前的做法是接受所有对当前最佳初始映射的扰动, 这导致了后续映射过程所需的门数不能必然或大概率减少, 蓝色曲线始终大幅震荡。因此, 后续研究工作有待解决蓝色曲线不能最终逼近黄色曲线的问题。

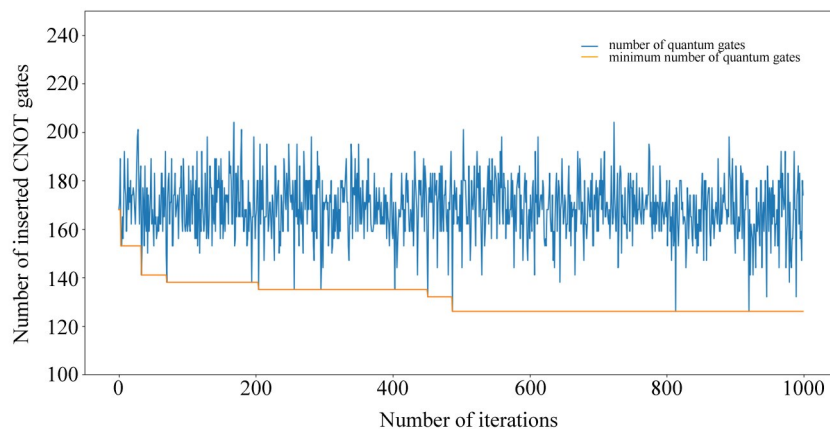


图5 多迭代方法的优化效果

Fig. 5 Optimization Effect of the Multiple Iterative Method

### 4.3 实验结果比对

三种算法在多个 benchmark 上的实验结果如表2所示, 其中前3列分别为量子线路名称、所包含的量子基本门数以及 CNOT 门数量, 随后的4列分别给出三种算法插入的量子基本门数, 其中“-”代表相关文献未给出关于该量子线路的实验结果。为了检验推荐算法生成结果的稳定性, 在每个 benchmark 上运行算法5次, 并在表中分别列出所需门数最少和最多对应的两次实验结果。随后两列分别呈现推荐算法较其他两种算法在门数上的降幅, 降幅等于其他算法所需门数减去推荐算法所需最少门数, 然后再除以其他算法所需门数。表格最后一列给出了推荐算法的平均运行时间。

如表2所示, 虽然多迭代随机优化算法始于随机生成的初始映射, 但生成的物理量子电路在门数上具备较好的稳定性, 即在同一个 benchmark 上的多次运行中所插入的基本量子门数基本没有出现大的波动, 这大幅降低了映射后的量子线路质量对初始映射的依赖。其次, 虽然本研究的算法需要多次迭代, 但是在多数中小规模 benchmark 上的运行时间仅需数十秒或数十分钟, 仅在最后的几个大规模 benchmark 上运行时间超出了1h的时限, 这得益于算法所用的启发式代价函数和 SWAP 门选择策略。和文献[16]的算法相比较, 多迭代随机优化算法插入的基本量子门数在所有 benchmark 上均有了大幅减少, 在一些 benchmark 上降幅达到50%

左右; 和文献[11]的算法相比, 本研究算法在多数 benchmark(所含 CNOT 门数小于 10000)上同样取得了普遍优势, 但是在最后几个门数过万的 benchmark 上稍显不足。这种不足源于以下两个原因: 一是对于这种大规模的量子线路, 在实验时预设的迭代次数和运行时限偏少, 从而不足以获得更好的优化效果, 想要获得更好的实验结果需要设置和线路门数成正比的迭代次数和运行时限; 二是启发式代价函数为保证算法快速收敛仅考虑了近期即将执行的连续量子门序列, 而未考虑远期要执行的量子门, 但对于大规模的量子线路而言, 尤其是在映射过程的初期, 即将执行的量子门序列仅占量子线路中很小的一部分, 该启发式代价函数使得算法在一定程度上陷入局部最优。

表 2 IBM Q Tokyo 实验结果对比

Table 2 Comparison of experimental results on IBM Q Tokyo

Circuit name	Elementary Gate	CNOT gate	Inserted by reference [16]	Inserted by reference [11]	Inserted by this research		Comparison		Running time/s
					Mini-mum	Max-mum	with reference [16]	with reference [11]	
4mod5-v1_22	21	11	0	0	0	0	0/0	0/0	2.92
mod5mils_65	35	16	0	0	0	0	0/0	0/0	6.49
alu-v0_27	36	17	3	6	3	3	0.00%	50.00%	6.42
decod24-v2_43	52	38	0	0	0	3	0/0	0/0	5.28
4gt13_92	66	30	0	0	0	0	0/0	0/0	6.83
ising_model_10	480	90	0	0	0	0	0/0	0/0	15.92
ising_model_13	633	120	0	0	0	0	0/0	0/0	19.82
ising_model_16	786	150	0	0	0	0	0/0	0/0	29.36
qft_10	200	90	54	36	27	30	50.00%	25.00%	39.27
qft_13	403	156	93	-	63	72	32.26%	-	94.28
qft_16	512	240	186	135	126	135	32.26%	6.67%	175.52
qft_20	970	380	372	-	267	273	28.23%	-	331.15
rd84_142	343	154	105	102	84	93	20.00%	17.65%	101.53
adr4_197	3 439	1 498	1 614	711	651	690	59.67%	8.44%	634.53
radd_250	3 213	1 405	1 275	729	687	726	46.12%	5.76%	600.99
z4_268	3 073	1 343	1 365	546	507	546	62.86%	7.14%	478.22
sym6_145	3 888	1 701	1 272	744	534	573	58.02%	28.23%	477.73
misex1_241	4 813	2 100	1 521	921	720	744	52.66%	21.82%	726.98
rd73_252	5 321	2 319	2 133	1 125	1 089	1 164	48.95%	3.20%	749.28
cycle10_2_110	6 050	2 648	2 622	1 038	1 023	1 104	60.98%	1.45%	908.46
square_root_7	7 630	3 089	2 598	1 353	801	864	69.17%	40.80%	1 231.32
sqn_258	10 223	4 459	4 344	1 953	2 184	2 277	49.72%	-11.83%	1 485.98
rd84_253	13 658	5 960	6 147	3 198	3 087	3 186	49.78%	3.47%	2 095.92
co14_215	17 936	7 840	8 982	4 356	3 702	3 804	58.78%	15.01%	3 178.34
sym9_193	34 881	15 232	16 653	6 123	8 460	8 670	49.20%	-38.17%	>3600
9symml_195	34 881	15 232	17 268	6 036	8 652	9 249	49.90%	-43.34%	>3600

## 5 结 论

为克服 NISQ 计算设备上物理量子位之间的连通受限约束, 使得量子逻辑线路可以部署到此类计算设备

上,提出了一种基于多迭代随机优化模型的量子线路映射方法,该方法可通过多次迭代不断降低量子线路映射所需的基本门数,从而获得量子门数更少的物理量子线路。在当前以及不远的将来,NISQ计算设备仅支持小规模量子计算任务的情况下,所提方法对于提升NISQ计算设备上计算可行性和成功率有着重要作用。在多个benchmark量子线路上的实验结果表明,该方法能在有限时间内找到所需量子门数较少的映射方案,尤其在门数少于10000的量子线路映射任务中普遍优于现有算法,但是在更大规模的量子线路映射任务中略显不足。在后续工作中,将重点对初始映射扰动和接受策略,以及代价函数作持续改进,从而克服算法在实验过程中表现的不足之处。

### 参考文献:

- [1] IBM Quantum. The IBM Quantum Development Roadmap [OL]. [2022-11-09]. <https://www.ibm.com/quantum/roadmap>.
- [2] Arute F, Arya K, Babbush R, *et al.* Quantum supremacy using a programmable superconducting processor [J]. *Nature*, 2019, 574(7779): 505-510.
- [3] Zhong H S, Wang H, Deng Y H, *et al.* Quantum computational advantage using photons [J]. *Science*, 2020, 370(6523): 1460-1463.
- [4] Wu Y, Bao W S, Cao S, *et al.* Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 180501.
- [5] Preskill J. Quantum computing in the NISQ era and beyond [J]. *Quantum*, 2018, 2: 79-98.
- [6] Wille R, Fowler A, Naveh Y. Computer-aided design for quantum computation [C]. *IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*. San Diego, USA: ACM, 2018.
- [7] Botea A, Kishimoto A, Marinescu R. On the complexity of quantum circuit compilation [C]. *Proceedings of 11th Annual Symposium on Combinatorial Search*. Palo Alto, USA: AAAI, 2018: 138-142.
- [8] Siraichi M Y, dos Santos V F, Collange C, *et al.* Qubit allocation [C]. *International Symposium on Code Generation and Optimization*. New York, USA: ACM, 2018: 113-125.
- [9] Cheng X Y, Guan Z J, Xu H, *et al.* The nearest neighbor arrangement of quantum circuits based on MCT reversible circuits [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(8): 1891-1897.  
程学云,管致锦,徐海,等.基于MCT可逆线路的量子线路近邻化排布[J].电子学报,2018,46(8):1891-1897.
- [10] Shen M Y, Cheng X Y, Guan Z J, *et al.* Realization method of two-dimensional nearest neighbor for quantum circuit [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(4): 476-482.  
沈鸣燕,程学云,管致锦,等.一种量子线路二维近邻实现方法[J].量子电子学报,2019,36(4):476-482.
- [11] Zhou X Z, Li S J, Feng Y. Quantum circuit transformation based on simulated annealing and heuristic search [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2020, 39(12): 4683-4694.
- [12] Li S J, Zhou X Z, Feng Y. Qubit mapping based on subgraph isomorphism and filtered depth-limited search [J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2021, 70(11): 1777-1788.
- [13] Zhu P C, Guan Z J, Cheng X Y. A dynamic look-ahead heuristic for the qubit mapping problem of NISQ computers [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2020, 39(12): 4721-4735.
- [14] Kole A, Hillmich S, Datta K, *et al.* Improved mapping of quantum circuits to IBM QX architectures [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2019, 39(10): 2375-2383.
- [15] Kole A, Datta K, Sengupta I. A new heuristic for  $N$ -dimensional nearest neighbor realization of a quantum circuit [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2018, 37(1): 182-192.
- [16] Li G S, Ding Y F, Xie Y. Tackling the qubit mapping problem for NISQ-era quantum devices [C]. *24th International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*. Providence, USA: ACM, 2019: 1001-1014.