

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.06.012

基于量子行走的确定性远程光子态交换

曾妙娜¹, 杨名^{1,2*}

(1 安徽大学物理与光电工程学院, 安徽 合肥 230601;

2 合肥综合性国家科学中心人工智能研究院, 安徽 合肥 230088)

摘要: 基于光学量子行走, 设计了一个能够实现远程光子偏振态和空间态交换的方案, 使得光子的低质量偏振纠缠与高质量空间纠缠发生互换, 最终使远程通信双方获得最大偏振纠缠态。也就是说, 利用光子在空间自由度上的远程纠缠资源来辅助, 可提高光子在偏振自由度上的远程纠缠。所有的后选择结果都是成功的, 因此这里的态交换是确定性的。该方案不仅适用于 Werner 态, 还适用于任意未知的远程光子偏振态, 因此该方案还具有普适性。方案中的半波片和光束移位器都是成熟的光学器件, 所以该方案简单易行, 为远程偏振纠缠操控提供了另一种备选方案。

关键词: 量子光学; 态交换; 量子行走; 空间自由度

中图分类号: O431.2 文献标识码: A 文章编号: 1007-5461(2023)06-00924-09

Deterministic remote photonic state swapping via quantum walk

ZENG Miaona¹, YANG Ming^{1,2*}

(1 School of Physics and Optoelectronic Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China;

2 Institute of Artificial Intelligence, Hefei Comprehensive National Science Center, Hefei 230088, China)

Abstract: Based on a three-step photonic quantum walk scheme, a swapping protocol is proposed for the spatial state and polarization state of two remotely distributed photons, so that the high-quality spatially entangled state and the poor polarization-entangled state of two photons can be swapped, enabling the two remote photons to be in maximally polarization-entangled state. That is to say, the polarization entanglement of the remotely distributed photons can be enhanced with the help of the spatial entanglement of them. Since all the post-selected states are maximally entangled states, the swapping scheme is realized in a deterministic way. The scheme is not only applicable to Werner state but also to arbitrary unknown remote polarization-entangled state, so the scheme is universal in this sense. In addition, half-wave plates and beam displacers used in the scheme are ordinary optical elements, so the scheme is simple and feasible, providing an alternative scheme for manipulating remote polarization entanglement in quantum communication.

Key words: quantum optics; state swapping; quantum walk; spatial degree of freedom

基金项目: 安徽省自然科学基金(2008085MA16, 2008085QA26), 安徽省高校协同创新项目(GXXT-2022-039)

作者简介: 曾妙娜(1995-), 女, 福建漳州人, 研究生, 主要从事通过量子行走实现量子态操控方面的研究。E-mail: b19201001@stu.ahu.edu.cn

导师简介: 杨名(1979-), 安徽潜山人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事量子物理、量子信息、量子计算等方面的研究。

E-mail: mingyang@ahu.edu.cn

收稿日期: 2022-05-04; 修改日期: 2022-06-12

*通信作者。

0 引言

量子纠缠是量子通信与量子计算等领域中至关重要的资源,可运用于量子信息处理中的各种任务,并且适用于各种量子信息载体^[1]。在现有的各种量子信息载体中,光子因具有高速传输和低噪声的特性而成为最优的信息载体,但是在远距离传输中光子偏振态会受到噪声信道影响而发生退相干,所以可获得的远程偏振纠缠态一般为非最大纠缠态。为了完成高保真的量子信息处理任务,研究人员提出许多解决方案来克服退相干的影响,其中之一就是纠缠纯化方案^[2]。纠缠纯化方案本质上是通过局域操作与经典通信从多数低质量纠缠系综中提取出少数高质量纠缠光子对,其已经成为量子中继^[3]和长距离量子通信^[4,5]的核心步骤。

自纠缠纯化方案提出后,研究人员在理论和实验上提出了各种优化方案^[6-9]。尽管这些纠缠纯化方案可以有效提高纠缠态的保真度,但是普遍存在两个弊端:一个是每轮纯化过程至少需要消耗两对低质量的初始纠缠态,而且反复迭代过程需消耗大量量子资源;另一个是初始纠缠态的保真度必须大于 1/2。针对上述问题,Simon 等^[10]通过自发参量下转换 (SPDC) 的方式实现了两个光子同时在偏振自由度与空间自由度纠缠的纠缠源,并利用单对光子的空间纠缠作为辅助来纯化该光子对的偏振纠缠态。但从本质上说该方案仍然是传统的纠缠纯化方案^[8,9],不能确定性地得到理想的偏振纠缠态。另外,对于初始纠缠态的保真度阈值问题,研究人员提出了纠缠蒸馏方案^[11-14],可将单拷贝的初始纠缠态的保真度扩展到 (0,1] 区间。虽然纠缠蒸馏方案大大放宽了初始保真度的阈值,但是只能概率性地获得最大纠缠态,也就是说在实际上不能完美地获得最大纠缠态。

综上所述,传统意义上的纠缠纯化和纠缠蒸馏都不可能以确定性的方式成功,只能以消耗大量含噪纠缠资源为代价来逼近理想的最大纠缠态输出。因此,设计一个无初始保真度阈值条件限制,且可确定性提取出最大纠缠偏振态的方案具有重要的理论和实际意义。Sheng 等^[15]提出利用光子的频率和空间纠缠的辅助来确定性获得最大纠缠偏振态,因此称该方案为确定性纠缠纯化方案。随后,为进一步降低方案的复杂度,Li^[16]和 Sheng 等^[17]分别提出仅利用空间自由度的辅助就可实现的确定性纠缠纯化方案。目前,已在实验上实现分别利用空间纠缠^[18]和能量与时间纠缠^[19]辅助的确定性纠缠纯化方案。

文献 [15-19] 提出的所谓“确定性纠缠纯化”方案的实质是光子不同自由度之间的态交换,即将空间、能量或者时间自由度上的高质量纠缠交换给光子的偏振自由度,而光子在偏振自由度上的含噪纠缠交换给这些辅助自由度。所以从这个意义上说,辅助自由度上的纠缠质量直接决定了输出的偏振纠缠质量。另外,这里的态交换过程可以确定性地实现,所以纠缠纯化能以“确定性”方式实现。

可见,要想得到高质量的远程偏振纠缠态,除了通过纠缠纯化的方式外,还可以通过量子态交换的方式。而利用量子态交换的方式得到高质量的远程偏振纠缠必须有两个前提:高质量的辅助自由度纠缠和确定性的不同自由度之间的量子态交换。本文借助一个有趣的工具—量子行走来设计可确定性实现光子的偏振自由度和空间自由度之间的态交换的方案,从而确定性地获得最大偏振纠缠态。甚至不需要初始偏振态为纠缠态,即对初始偏振态的保真度没有阈值条件限制,且无需反复迭代,一轮即可让通信双方确定性获得最大纠缠偏振态。

1 光量子行走

量子行走是经典随机行走^[20]在量子领域的推广,1993年由 Aharonov 等^[21]提出,已经在原子^[22,23]、囚禁离子^[24,25]、核磁共振^[26]和光子^[27]等多个微观系统中实现,并且广泛应用于不同的研究领域,如量子算法^[28,29]、量子模拟^[30-32]、量子隐形传态^[33]和纠缠交换^[34]等,尤其是在通用量子计算中具有普适性^[35-37]。最常用的量子行走模型是硬币型量子行走,其演化过程的每一步行走包含两个幺正操作:一个是硬币投掷算符 \hat{C} ,其控制行走者的硬币态;另外一个是根据硬币投掷结果进行移位的条件移位算符

$$\hat{S} = \sum_x (|x+1\rangle\langle x| \otimes |H\rangle\langle H| + |x-1\rangle\langle x| \otimes |V\rangle\langle V|), \quad (1)$$

整个演化算符可表示为 $U = \hat{S}(\hat{C} \otimes I)$ 。本研究在光学系统中实现态操控过程,因此,(1)式中 $|H\rangle$ 、 $|V\rangle$ 、 $|x\rangle$ 分别表示为光子的水平偏振态、垂直偏振态和空间位置,光子的空间自由度会随着偏振态的不同而进行移位。本研究将利用该光学量子行走模型设计可确定性实现光子偏振自由度和空间自由度态交换的可行方案。

2 基于量子行走的确定性光子偏振与空间态交换

通过自发参量下转换技术,可将两个光子的偏振和空间自由度同时制备在纠缠态 $|\phi\rangle$ 上,即^[10,15]

$$|\phi\rangle = |\phi\rangle_p \otimes |\phi\rangle_s = \frac{1}{2} (|HH\rangle + |VV\rangle)(|ab\rangle + |cd\rangle), \quad (2)$$

式中: $|\phi\rangle_p$ 、 $|\phi\rangle_s$ 分别表示为光子的偏振态、空间态; a 、 b 和 c 、 d 为光子对的传输路径(空间模式,如图1所示),也就是说光子 A 可以从 a (或 c) 发给远程用户 Alice,而光子 B 相应地从 b (或 d) 发送给远程用户 Bob。为构建量子通信的量子通道,需要将上述光子对分发到远程的两个通信用户 Alice 和 Bob 处。由于实际分发过程中噪声的影响,可获得的远程光子态一般为非最大纠缠态。相对于偏振纠缠,空间纠缠受到双折射效应的影响较小,所以从这个意义上说,在控制好相位稳定性的前提下空间纠缠比偏振纠缠具有更好的鲁棒性^[18,38-42],因此这里考虑偏振纠缠发生退相干的情况。通过随机双边旋转操作,在不增加远程纠缠的同时任意未知纠缠态都可转化为 Werner 态^[2],则可以假设两个远程通信用户 Alice 和 Bob 共享的未知非最大纠缠偏振态为 Werner 形式,可表示为

$$\rho_{AB} = F|\phi\rangle\langle\phi| + \frac{1-F}{3} (|\phi^-\rangle\langle\phi^-| + |\psi^+\rangle\langle\psi^+| + |\psi^-\rangle\langle\psi^-|), \quad (3)$$

式中: $|\phi^\pm\rangle = (|HH\rangle \pm |VV\rangle)/\sqrt{2}$, $|\psi^\pm\rangle = (|HV\rangle \pm |VH\rangle)/\sqrt{2}$, $F \in (0,1)$ 是该混合态相对于理想 Bell 态 $|\phi\rangle$ 的保真度。光子 A 和 B 分别属于 Alice 和 Bob。

为实现光子偏振态和空间态之间的交换,选取 Alice 和 Bob 的光子偏振混合态 ρ_{AB} 作为量子行走的初始硬币态,光子会沿路径 (a, b) 或者 (c, d) 行走。假定选取位置 x 代表光子在某一空间模式里的空间位置变量,其取值同时依赖于随机变量—硬币态。选取初始条件 $x=0$,那么整个复合系统的初始态为

$$\rho'(0) = \rho_{AB} \otimes \rho_s, \quad (4)$$

式中: ρ_{AB} 为偏振态 [(3)式], $\rho_s = |\phi^+\rangle_s \langle\phi^+|$ 为空间模式纠缠态, $|\phi^+\rangle_s = (|0_a 0_b\rangle + |0_c 0_d\rangle) / \sqrt{2}$, 这里 $|0_j\rangle, j = (a, b, c, d)$ 表示光子在路径 j 上传输并且处于量子行走的 $x=0$ 位置。本研究所提出态交换方案的目的是交换两个自由度的纠缠信息, 并且让远程通信双方 Alice 和 Bob 在偏振自由度上能够处于理想的 Bell 态 $|\phi^+\rangle$ 。

接下来, Alice 和 Bob 将对自己手中的光子实施三步光学量子行走方案, 如图 1 所示。此方案中行走者的硬币态每次投掷的操作可用硬币算符描述为

$$\hat{C}_{1,a} = \hat{C}_{1,b} = \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{C}_{1,c} = \hat{C}_{1,d} = I, \tag{5}$$

$$\hat{C}_{2,a} = \hat{C}_{2,b} = \hat{C}_{2,c} = \hat{C}_{2,d} = \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

$$\hat{C}_{3,a} = \hat{C}_{3,b} = I, \hat{C}_{3,c} = \hat{C}_{3,d} = \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

式中 $\hat{C}_{i,j} [i = (1, 2, 3), j = (a, b, c, d)]$ 表示为第 i 步硬币算符作用于第 j 个空间模式, 在 (5) 和 (6) 式的硬币投掷操作之后, 会进行一个条件移位操作 \hat{S} [具体形式如 (1) 式], 它可由双折射方解石光束移位器 (BD) 实现, (5) ~ (7) 式的 σ_x 操作可通过设置半波片光轴与偏振面的夹角为 45° 来实现。如图 1 所示, BD 为光束移位器, M 为反射镜, PR 为相位延时器, HWP 为半波片。将半波片的光轴与偏振面的夹角调整为 45° 可实现 σ_x 量子门, 也就是 $|H\rangle \rightarrow |V\rangle, |V\rangle \rightarrow |H\rangle$ 的作用效果。

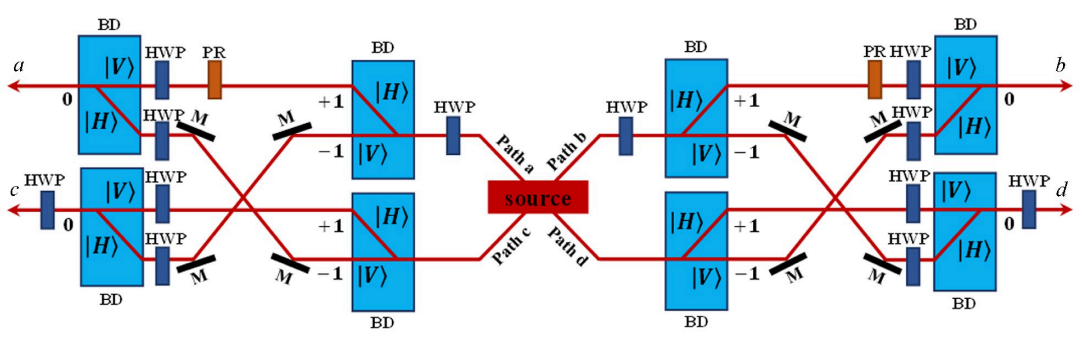


图 1 实现光子偏振与空间态交换的三步光学量子行走方案

Fig. 1 Setup for swapping the spatial state and polarization state of two photons via a three-step photonic quantum walk scheme

Werner 态的形式较为复杂, 不易于计算, 因此先考虑初始硬币态处于计算基态 $\{|HH\rangle, |VV\rangle, |HV\rangle, |VH\rangle\}$ 的特殊情况, 此时光子两个自由度的初始态可表示为

$$|\varphi_1(0)\rangle = |HH\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_s, \tag{8}$$

$$|\varphi_2(0)\rangle = |VV\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_s, \tag{9}$$

$$|\varphi_3(0)\rangle = |HV\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_s, \tag{10}$$

$$|\varphi_4(0)\rangle = |VH\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_s. \tag{11}$$

为了书写方便, 以下演化过程均省略表示自由度的下标。

执行第一个硬币算符 [(5)式] 之后, 利用光束移位器实现第一步量子行走, 则上述 4 个初始态将演化为

$$|\varphi_1(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VV\rangle|_{-1_a, -1_b}\rangle + |HH\rangle|_{1_c, 1_d}\rangle), \quad (12)$$

$$|\varphi_2(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle|_{1_a, 1_b}\rangle + |VV\rangle|_{-1_c, -1_d}\rangle), \quad (13)$$

$$|\varphi_3(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VH\rangle|_{-1_a, 1_b}\rangle + |HV\rangle|_{1_c, -1_d}\rangle), \quad (14)$$

$$|\varphi_4(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle|_{1_a, -1_b}\rangle + |VH\rangle|_{-1_c, 1_d}\rangle). \quad (15)$$

此后, Alice 和 Bob 将分别交换光子 (A, B) 垂直偏振成分的空间位置, 即 $x=-1$ 的偏振态。比如 Alice 方的线路 a 和 c 中光子 A 垂直偏振成分的空间位置交换表现为 $|V, -1_a\rangle \leftrightarrow |V, -1_c\rangle$, 也就是说光子 A 的偏振态没有改变, 而是改变光子的传输路径, 光子水平偏振成分的空间位置不变。则交换光子的路径后, 上述 4 个状态变为

$$|\varphi_1(1)\rangle' = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VV\rangle|_{-1_c, -1_d}\rangle + |HH\rangle|_{1_c, 1_d}\rangle), \quad (16)$$

$$|\varphi_2(1)\rangle' = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle|_{1_a, 1_b}\rangle + |VV\rangle|_{-1_a, -1_b}\rangle), \quad (17)$$

$$|\varphi_3(1)\rangle' = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VH\rangle|_{-1_c, 1_b}\rangle + |HV\rangle|_{1_c, -1_b}\rangle), \quad (18)$$

$$|\varphi_4(1)\rangle' = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle|_{1_a, -1_d}\rangle + |VH\rangle|_{-1_a, 1_d}\rangle). \quad (19)$$

此后, 线路上加入相位延时器(PR), 用来补偿由于行走路径的不同而导致的相位差。

执行第二个硬币算符 [(6) 式] 操作之后, 利用光束移位器实现第二步量子行走, 则上述 4 个状态将演化为

$$|\varphi_1(2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle|_{0_c, 0_d}\rangle + |VV\rangle|_{0_c, 0_d}\rangle), \quad (20)$$

$$|\varphi_2(2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VV\rangle|_{0_a, 0_b}\rangle + |HH\rangle|_{0_a, 0_b}\rangle), \quad (21)$$

$$|\varphi_3(2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle|_{0_c, 0_b}\rangle + |VH\rangle|_{0_c, 0_b}\rangle), \quad (22)$$

$$|\varphi_4(2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|VH\rangle|_{0_a, 0_d}\rangle + |HV\rangle|_{0_a, 0_d}\rangle). \quad (23)$$

执行第三个硬币算符 [(7) 式] 操作之后, 上述 4 个状态将演化为

$$|\varphi_1(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \otimes |_{0_c, 0_d}\rangle, \quad (24)$$

$$|\varphi_2(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \otimes |_{0_a, 0_b}\rangle, \quad (25)$$

$$|\varphi_3(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \otimes |_{0_c, 0_b}\rangle, \quad (26)$$

$$|\varphi_4(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \otimes |_{0_a, 0_d}\rangle. \quad (27)$$

用与原始空间模相同的标记来表示执行三步光学量子行走方案后的空间模, 可以发现, 在输出模 $|0_c, 0_d\rangle$ 、 $|0_a, 0_b\rangle$ 、 $|0_c, 0_b\rangle$ 、 $|0_a, 0_d\rangle$ 下, 通信双方 Alice 和 Bob 均可以获得最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$ 。

利用上述四种基本演化结果, 同时考虑 (3) 式中的 Werner 态可以视为 4 个偏振纠缠 Bell 态的概率混合, 则可以非常容易地计算出 Werner 态作为初始硬币态时, 光子两个自由度的状态在执行如图 1 所示的三步光学量子行走方案后的输出态, 即

$$\rho'' = \rho''_{AB} \otimes \rho''_S = |\phi^+\rangle_{AB} \langle \phi^+| \otimes \left[F |\phi^+\rangle_S \langle \phi^+| + \frac{1-F}{3} (|\phi^-\rangle_S \langle \phi^-| + |\psi^+\rangle_S \langle \psi^+| + |\psi^-\rangle_S \langle \psi^-|) \right], \quad (28)$$

$$\text{式中: } |\phi^+\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_c, 0_d\rangle \pm |0_a, 0_b\rangle), |\psi^+\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_c, 0_b\rangle \pm |0_a, 0_d\rangle).$$

首先, 对于无错误的情况, 光子态 $|\phi^+\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_S = (|HH\rangle + |VV\rangle)(|0_a, 0_b\rangle + |0_c, 0_d\rangle)/2$ 将演化为 $(|HH\rangle + |VV\rangle)(|0_c, 0_d\rangle + |0_a, 0_b\rangle)/2$, 可以发现在输出模 $|0_c, 0_d\rangle$ 或 $|0_a, 0_b\rangle$ 下, 远程通信双方可以得到最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$; 其次, 对于比特翻转错误, 光子态 $|\psi^+\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_S = (|HV\rangle + |VH\rangle)(|0_a, 0_b\rangle + |0_c, 0_d\rangle)/2$ 将演化为 $(|HH\rangle + |VV\rangle)(|0_c, 0_b\rangle + |0_a, 0_d\rangle)/2$, 可以发现偏振自由度的比特翻转错误交换给空间自由度了, 因此通信双方可以获得与无误差情况相同的偏振态, 也就是说, 远程通信双方在输出模 $|0_c, 0_b\rangle$ 或 $|0_a, 0_d\rangle$ 下可以得到最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$; 再次, 对于相位翻转错误情况, 光子态 $|\phi^-\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_S = (|HH\rangle - |VV\rangle)(|0_a, 0_b\rangle + |0_c, 0_d\rangle)/2$ 将演化为 $(|HH\rangle + |VV\rangle)(|0_c, 0_d\rangle - |0_a, 0_b\rangle)/2$, 可见偏振自由度的相位翻转错误交换给空间自由度了, 因此远程通信双方在输出模 $|0_c, 0_d\rangle$ 或 $|0_a, 0_b\rangle$ 下可以得到最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$; 最后, 对于比特与相位翻转错误情况, 很容易就可以预测出比特与相位翻转错误会从偏振自由度交换给空间自由度, 光子态 $|\psi^-\rangle_{AB} |\phi^+\rangle_S = (|HV\rangle - |VH\rangle)(|0_a, 0_b\rangle + |0_c, 0_d\rangle)/2$ 演化为 $(|HH\rangle + |VV\rangle)(|0_c, 0_b\rangle - |0_a, 0_d\rangle)/2$ 的结果符合预测, 同样远程通信双方可以在输出模 $|0_c, 0_b\rangle$ 或 $|0_a, 0_d\rangle$ 下得到最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$ 。总之, 通过上述三步光学量子行走, 可以将光子空间模最大纠缠态交换给偏振自由度, 而偏振自由度的噪声纠缠态则会交换给空间自由度, 使得远程通信双方所有可能的双边输出态均为最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$ 。另外, 从上述讨论可知, 所有可能的双边输出态都是最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$, 说明两个不同自由度之间的态交换是确定性实现的。因此初始时刻的偏振纠缠 Werner 态经过此基于量子行走的态交换方案后就可以确定性演化为远程最大纠缠偏振态。

一般来说, 局域操作和经典通信不能增加纠缠, 这里的态交换过程也不违背此原理, 因为同时考虑该光子对的偏振和空间模式纠缠, 所以纠缠总量的确没有增加。通过态交换方案获得远程最大偏振纠缠态的本质是纠缠在两个自由度之间的交换, 即将理想的空间模式纠缠交换给偏振自由度, 而噪声的偏振纠缠交换给了空间模式自由度, 即远程纠缠的总量不变。因此, 由偏振混合纠缠态和空间模式理想纠缠态组成的输入态将演化为理想的远程偏振纠缠态与空间模式混合纠缠态的直积态, 其中空间模式混合纠缠态由输出模 $|0_c, 0_d\rangle$ 、 $|0_a, 0_b\rangle$ 、 $|0_c, 0_b\rangle$ 和 $|0_a, 0_d\rangle$ 组成的叠加态统计混合而成。根据测量理论, 可通过后选择获得最大纠缠偏振态 $|\phi^+\rangle$, 空间模式态会塌缩到这四种输出模其中之一上。

另外,在此方案中,如果纠缠光子对选择经由自由空间分发,其空间纠缠的位相与自由空间通道的等效光程相关,而偏振纠缠与自由空间通道的等效双折射变化相关,那么随着自由空间中气流的变化,等效光程与等效双折射效应会分别影响空间纠缠和偏振纠缠。为尽可能避免自由空间通道给空间纠缠和偏振纠缠带来的影响,这里考虑选择通过光纤分发纠缠光子对,而且目前在实验上已实现高维纠缠态在 11 km 光纤路径上的高效分发^[43]。此外,由图 1 可见,光子的不同偏振态的传输路径不同会引入不同路径之间相位不稳定性问题,从而失去高质量路径纠缠这一优势。而在真正的实验方案中,可以通过将特殊切割的三个光束移位器巧妙地组合在一起,实现不同路径之间极好的相位稳定性和时间同步,这一点已经在实验上得到了验证^[44,45]。同时,也可以不直接对空间自由度进行操作,而是通过交换空间和偏振自由度的状态,将对空间自由度的操作也转化为对偏振自由度的操作,以保证不同路径之间的相位稳定性^[42]。综上所述,所提出方案是切实可行的。

3 结 论

基于量子行走设计了能够确定性实现光子对的偏振自由度与空间自由度之间态交换过程的物理方案,进而将理想的空模纠缠交换给光子的偏振自由度,而噪声的偏振纠缠交换给了空模自由度,从而确定性地获得远程最大偏振纠缠态。所提出基于量子行走的态交换方案以及由此获得远程最大偏振纠缠态的过程,相较于传统的偏振纠缠纯化方案具有以下优势: 1) 该方案通过一轮态交换过程就可以获得远程最大纠缠偏振态,不需要通过反复迭代的方式来提高偏振纠缠态的保真度,大大减少纠缠资源的消耗; 2) 该态交换方案是一个确定性方案,所以获得远程最大纠缠偏振态的概率为 1; 3) 该方案不受初始纠缠态的保真度阈值条件限制,适用范围更广。另外,与传统的纠缠蒸馏方案相比,该方案可以确定性地获得远程最大纠缠偏振态,并且该方案不仅适用于 Collins-Gisin 态,还适用于 Werner 态以及任意未知的远程光子偏振态,只要远程空模纠缠质量足够好即可,从这个意义上说,该方案具有确定性与普适性,可应用于量子中继和长距离量子通信。

参考文献:

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, *et al.* Quantum entanglement [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, 81(2): 865-942.
- [2] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, *et al.* Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(5): 722-725.
- [3] Bergmann M, Van Loock P. Hybrid quantum repeater for qudits [J]. *Physical Review A*, 2019, 99(3): 032349.
- [4] Hu X M, Huang C X, Sheng Y B, *et al.* Long-distance entanglement purification for quantum communication [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 126(1): 010503.
- [5] Zhao B, Chen Z B, Chen Y A, *et al.* Robust creation of entanglement between remote memory qubits [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(24): 240502.
- [6] Deutsch D, Ekert A, Jozsa R, *et al.* Quantum privacy amplification and the security of quantum cryptography over noisy channels [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(13): 2818-2821.

- [7] Murao M, Plenio M B, Popescu S, *et al.* Multiparticle entanglement purification protocols [J]. *Physical Review A*, 1998, 57(6): R4075-R4078.
- [8] Pan J W, Simon C, Brukner Č, *et al.* Entanglement purification for quantum communication [J]. *Nature*, 2001, 410(6832): 1067-1070.
- [9] Pan J W, Gasparoni S, Ursin R, *et al.* Experimental entanglement purification of arbitrary unknown states [J]. *Nature*, 2003, 423(6938): 417-422.
- [10] Simon C, Pan J W. Polarization entanglement purification using spatial entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(25): 257901.
- [11] Gisin N. Hidden quantum nonlocality revealed by local filters [J]. *Physics Letters A*, 1996, 210(3): 151-156.
- [12] Huang Y S, Xing H B, Yang M, *et al.* Distillation of multipartite entanglement by local filtering operations [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(6): 062320.
- [13] Wang T J, Cao C, Wang C. Linear-optical implementation of hyperdistillation from photon loss [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(5): 052303.
- [14] Chen D Y, Lin Z, Yang M, *et al.* Distillation of lossy hyperentangled states [J]. *Physical Review A*, 2020, 102(2): 022425.
- [15] Sheng Y B, Deng F G. Deterministic entanglement purification and complete nonlocal Bell-state analysis with hyperentanglement [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(3): 032307.
- [16] Li X H. Deterministic polarization-entanglement purification using spatial entanglement [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(4): 044304.
- [17] Sheng Y B, Deng F G. One-step deterministic polarization-entanglement purification using spatial entanglement [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(4): 044305.
- [18] Huang C X, Hu X M, Liu B H, *et al.* Experimental one-step deterministic polarization entanglement purification [J]. *Science Bulletin*, 2022, 67(6): 593-597.
- [19] Ecker S, Sohr P, Bulla L, *et al.* Remotely establishing polarization entanglement over noisy polarization channels [J]. *Physical Review Applied*, 2022, 17(3): 034009.
- [20] Pearson K. The problem of the random walk [J]. *Nature*, 1905, 72(1865): 294.
- [21] Aharonov Y, Davidovich L, Zagury N. Quantum random walks [J]. *Physical Review A*, 1993, 48(2): 1687-1690.
- [22] Dadras S, Gresch A, Groiseau C, *et al.* Quantum walk in momentum space with a Bose-Einstein condensate [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(7): 070402.
- [23] Xie D Z, Deng T S, Xiao T, *et al.* Topological quantum walks in momentum space with a Bose-Einstein condensate [J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(5): 050502.
- [24] Xue P, Sanders B C, Leibfried D. Quantum walk on a line for a trapped ion [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(18): 183602.
- [25] Zähringer F, Kirchmair G, Gerritsma R, *et al.* Realization of a quantum walk with one and two trapped ions [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 100503.
- [26] Ryan C A, Laforest M, Boileau J C, *et al.* Experimental implementation of a discrete-time quantum random walk on an NMR quantum-information processor [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(6): 062317.
- [27] Broome M A, Fedrizzi A, Lanyon B P, *et al.* Discrete single-photon quantum walks with tunable decoherence [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(15): 153602.
- [28] Qu D K, Marsh S, Wang K K, *et al.* Deterministic search on star graphs via quantum walks [J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(5): 050501.
- [29] Bezerra G A, Lugão P H G, Portugal R. Quantum-walk-based search algorithms with multiple marked vertices [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(6): 062202.

- [30] Xue P, Zhang R, Qin H, *et al.* Experimental quantum-walk revival with a time-dependent coin [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(14): 140502.
- [31] Wang K K, Qiu X Z, Xiao L, *et al.* Simulating dynamic quantum phase transitions in photonic quantum walks [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(2): 020501.
- [32] Wang K K, Li T Y, Xiao L, *et al.* Detecting non-Bloch topological invariants in quantum dynamics [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(27): 270602.
- [33] Yamagami T, Segawa E, Konno N. General condition of quantum teleportation by one-dimensional quantum walks [J]. *Quantum Information Processing*, 2021, 20(7): 224.
- [34] Li X M, Yang M, Paunković N, *et al.* Entanglement swapping via three-step quantum walk-like protocol [J]. *Physics Letters A*, 2017, 381(46): 3875-3879.
- [35] Childs A M, Gosset D, Webb Z. Universal computation by multiparticle quantum walk [J]. *Science*, 2013, 339(6121): 791-794.
- [36] Childs A M. Universal computation by quantum walk [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(18): 180501.
- [37] Lovett N B, Cooper S, Everitt M, *et al.* Universal quantum computation using the discrete-time quantum walk [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 042330.
- [38] Cañas G, Vera N, Cariñe J, *et al.* High-dimensional decoy-state quantum key distribution over multicore telecommunication fibers [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2): 022317.
- [39] Ciampini M A, Orioux A, Paesani S, *et al.* Path-polarization hyperentangled and cluster states of photons on a chip [J]. *Light: Science & Applications*, 2016, 5(4): e16064.
- [40] Walborn S P, Monken C H, Pádua S, *et al.* Spatial correlations in parametric down-conversion [J]. *Physics Reports*, 2010, 495(4/5): 87-139.
- [41] Graham T M, Bernstein H J, Wei T C, *et al.* Superdense teleportation using hyperentangled photons [J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 7185.
- [42] Huang C X, Hu X M, Guo Y, *et al.* Entanglement swapping and quantum correlations via symmetric joint measurements [J]. *Physical Review Letters*, 2022, 129(3): 030502.
- [43] Hu X M, Xing W B, Liu B H, *et al.* Efficient distribution of high-dimensional entanglement through 11 km fiber [J]. *Optica*, 2020, 7(7): 738-743.
- [44] Kim Y S, Pramanik T, Cho Y W, *et al.* Informationally symmetrical Bell state preparation and measurement [J]. *Optics Express*, 2018, 26(22): 29539.
- [45] Kim Y, Kim Y S, Lee S Y, *et al.* Direct quantum process tomography via measuring sequential weak values of incompatible observables [J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 192.