

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.06.004

一种量子彩色图像矢量中值滤波方案

冉术坤, 席景科*, 徐凯, 牛金龙

(中国矿业大学计算机科学与技术学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 为进一步完善量子图像处理领域中的彩色图像降噪算法, 提出了一种基于量子矢量中值计算的量子彩色图像滤波方法。该方法利用量子纠缠将邻域像素与中心像素绑定至同一位置以避免量子卷积运算, 并将补码引入到量子电路中, 从而简化了矢量距离计算的量子电路, 此外还采用一次比较两次交换的方式设计了矢量中值选取的量子电路, 由此构建出完整的量子图像矢量中值滤波电路。实验相关指标表明, 量子图像矢量中值滤波对彩色图像椒盐噪声的抑制效果与经典矢量中值滤波基本相同, 但将经典矢量中值滤波算法的时间复杂度从 $O(2^{2n})$ 降低至 $O(10n^2 + 216q^2)$ 。

关键词: 图像处理; 量子彩色图像滤波; 矢量中值计算; 量子电路

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1007-5461(2023)06-00836-14

A vector median filtering scheme for quantum color images

RAN Shukun, XI Jingke*, XU Kai, NIU Jinlong

(School of Computer Science and Technology, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: To further improve the color image denoising algorithm in quantum image processing, a quantum color image filtering method based on quantum vector median calculation is proposed. The method uses quantum entanglement to bind neighbor pixels and central pixel to the same position to avoid quantum convolution, and introduces the complement code into the quantum circuit to simplify the quantum circuit for vector distance calculation. In addition, a quantum circuit of vector median extraction is designed by using one-time comparison and two-time exchange. Thereby, a complete quantum circuit of the vector median filtering is constructed. Relevant experimental indicators show that the proposed approach has the same noise suppression effect on color salt and pepper noise as the classical vector median filtering, but the time complexity is reduced from $O(2^{2n})$ of the classical vector median filtering algorithm to $O(10n^2 + 216q^2)$ of the proposed algorithm.

Key words: image processing; quantum color image filtering; vector median calculation; quantum circuit

0 引言

量子计算是建立在量子力学基础上的一种新型计算模式, 其利用量子叠加、量子纠缠等特性并行

基金项目: 江苏省研究生科研与实践创新计划 (SJCX22_1135), 中国矿业大学未来杰出人才助力计划 (2022WLJCRCZL271)

作者简介: 冉术坤 (1998-), 重庆奉节人, 研究生, 主要从事量子图像处理方面的研究。E-mail: ranshukun@cumt.edu.cn

导师简介: 席景科 (1972-), 河南巩义人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事量子计算、复杂网络等方面的研究。E-mail: xjk@cumt.edu.cn

收稿日期: 2022-07-03; 修改日期: 2022-08-15

*通信作者。

处理计算任务,从而显著降低时间复杂度,代表性量子算法有 Shor 大整数质因数分解算法^[1]和 Grover 量子搜索加速算法^[2]等。量子算法的优异加速性能得到了众多研究者的关注,其逐渐与越来越多的学科进行了交叉融合,其中量子图像处理是量子计算与图像处理相结合的新兴交叉研究方向,研究内容包括量子图像表示模型和量子图像处理算法。

作为一种有效抑制图像噪声的量子图像处理算法,量子图像滤波是量子图像特征提取、量子图像分割及量子图像边缘检测等其他量子图像处理算法的重要预处理步骤。作为经典图像滤波算法的扩展,量子图像滤波能够利用量子叠加和纠缠等量子特性实现对经典图像滤波任务的指数级加速。图像频域滤波是指对图像的傅里叶变换执行过滤操作,在量子图像频域滤波方面,Caraiman 等^[3]和 Li 等^[4]分别提出了基于量子傅里叶变换的频域滤波算法,前者针对灰度图像,后者则针对彩色图像,适合周期性噪声消除。图像空域滤波是指对每个像素执行过滤操作,可分为线性滤波和非线性滤波,其中线性滤波对邻域像素执行卷积运算,非线性滤波则从邻域中选取与原始图像具有逻辑关系的像素。在量子图像空域滤波方面,现有相关研究主要集中在量子灰度图像上,如量子图像线性滤波模型^[5,6]、量子图像加权均值滤波^[7]、量子图像中值滤波^[8-11]和量子图像中点滤波^[12]。目前,相关量子图像中值滤波方法对椒盐噪声的滤除效果较好,但缺点在于所处理的图像为量子灰度图像,无法直接拓展到量子彩色图像上。而对于量子彩色图像的空域滤波研究则相对较少,如 Mastriani^[13]提出的量子布尔均值滤波能够抑制彩色椒盐噪声,不足之处在于其底层滤波原理为均值滤波,会导致彩色图像模糊化。

因此,本文提出了一种基于量子矢量中值计算的量子彩色图像空域滤波方法,并设计了该方法的完整量子电路。相对于量子图像中值滤波,该方法能够滤除量子彩色图像上的椒盐噪声;相对于量子布尔均值滤波,该方法属于非线性滤波,对彩色图像的椒盐噪声滤除效果更佳。相关仿真实验表明,该方法对彩色椒盐噪声的滤除效果优于量子布尔均值滤波,与经典矢量中值滤波算法的降噪效果基本相同,但由于量子计算的并行性,该方法的时间复杂度远低于经典算法。

1 预备知识

1.1 彩色图像 NCQI 量子表示模型

量子彩色图像表示模型有 FRQI^[14]、NCQI^[15]、伪彩色编码^[16]等,其中 NCQI 模型是对 NEQR 灰度图像表示模型的拓展,能够利用量子比特序列表示三通道的彩色图像,便于图像精确检索。对于大小为 $2^n \times 2^n$ 且 RGB 三通道灰度范围为 $[0, 2^{q-1}]$ 的彩色图像,其 NCQI 模型可以表示为

$$|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{(Y,X)}\rangle |Y\rangle |X\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} \otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)R}^i\rangle \otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)G}^i\rangle \otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)B}^i\rangle |Y\rangle |X\rangle, \quad (1)$$

式中: $\otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)R}^i\rangle$ 、 $\otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)G}^i\rangle$ 、 $\otimes_{i=0}^{q-1} |C_{(Y,X)B}^i\rangle$ 分别表示彩色图像 RGB 三通道的灰度值, $|Y\rangle$ 和 $|X\rangle$ 分别表示垂直方向和水平方向的像素位置信息,图 1 给出了 2×2 彩色图像的 NCQI 表示实例。

1.2 矢量中值滤波

矢量中值滤波算法是一种基于矢量中值的非线性滤波方法,由 Astola 等^[17]于 1990 年提出,该算法将彩色图像的像素作为矢量来处理,通过各颜色通道之间的联系来决定中值的选取,能够避免造成颜色失真。矢量中值是一个可以反映颜色特征的矢量,取值为最小矢量聚合距离所对应的目标像素。

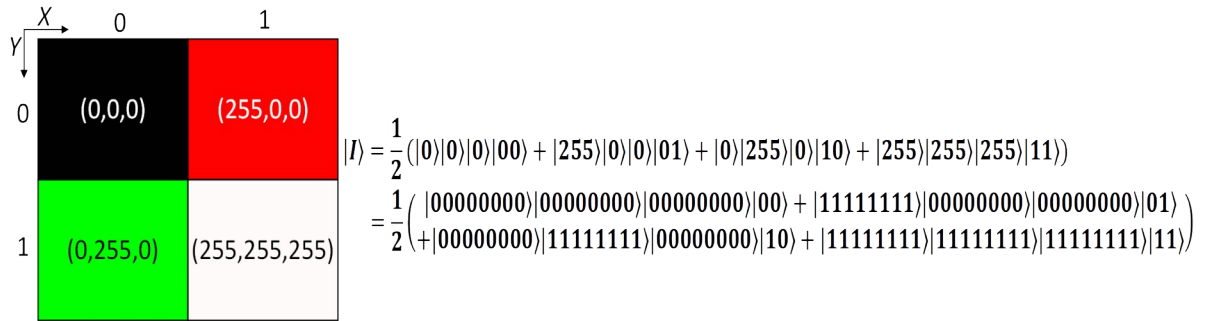


图1 一个2×2彩色图像及其NCQI表示

Fig. 1 A 2×2 color image and its NCQI representation

经典的矢量中值滤波算法主要分为4个基本步骤: 1) 计算每个像素与邻域像素的聚合距离; 2) 对滤波窗口内所有聚合距离进行升序排列; 3) 取得与最小聚合距离对应的像素作为矢量中值; 4) 利用矢量中值替换中心像素。假设 C 表示一幅彩色图像的像素集合, 对于大小为 N 的滤波窗口, 像素子集为 $\{C_i\} (i=1, 2, 3, \dots, N)$, 该滤波窗口内的矢量中值 (VMF) 可表示为

$$C_{vmf} = \arg \min \left\{ \sum_{j=1}^N \|C_j - C_i\| \right\}, i = 1, 2, \dots, N. \tag{2}$$

1.3 量子循环移位模块

量子循环移位模块能够使整幅量子图像向着指定的方向平移^[18]。当图像大小为 $2^n \times 2^n$, CS_{X+} 移位模块定义为

$$CS_{X+}|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{YX}\rangle |Y\rangle |(X+1) \bmod 2^n\rangle, \tag{3}$$

其量子电路如图2所示。由于量子门具有可逆性, 故将 CS_{X+} 量子电路中受控门的位置顺序全部反转后即可构成 CS_{X-} 量子电路; 将 CS_{X+} 和 CS_{X-} 的量子电路输入 $|X\rangle$ 替换成 $|Y\rangle$ 即可组成 CS_{Y+} 和 CS_{Y-} 量子电路。

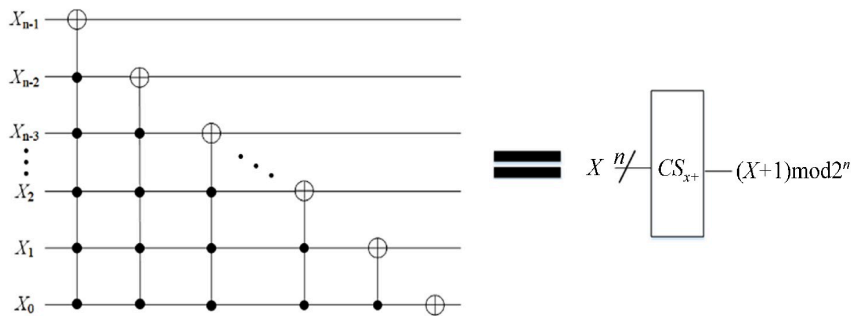


图2 CS_{X+} 量子电路

Fig. 2 Quantum circuit of CS_{X+}

1.4 量子加法模块

本研究采用由UMA和MAJ两个子模块级联构成量子加法模块^[19], 其量子电路如图3所示。对于 $a = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_0$ 和 $b = b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0$ 两个非负整数, 该量子加法模块能够将求和结果 $s = s_{n-1}s_{n-2}\dots s_0$ 保存在 a 所在的量子比特序列上。

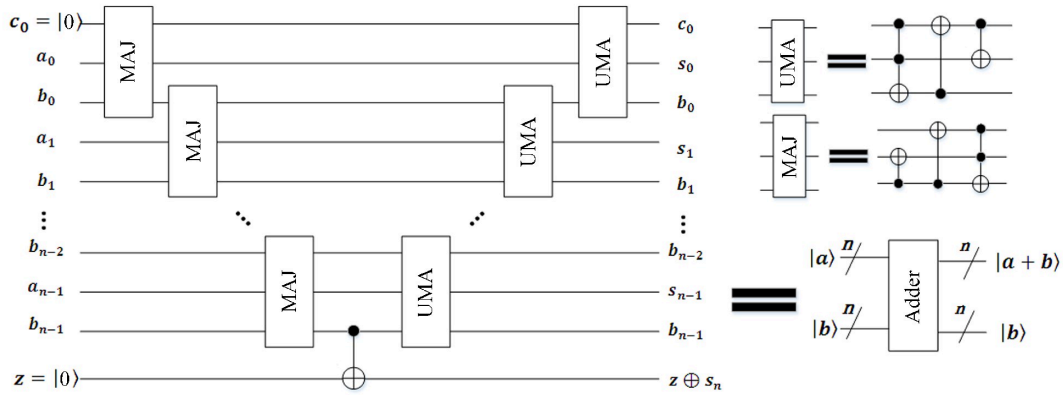


图3 N 位加法模块量子电路

Fig. 3 Quantum circuit of N-bit adder

1.5 量子比较模块

本研究使用的量子比较模块与图3的N位加法器利用了相同的进位原理, 不同之处在于, 该比较器将MAJ和UMA分别替换成CGC和ICGC^[20], 图4给出了CGC和ICGC和N位量子比较器的简略量子电路。对于给定的两个非负整数 $a = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_0$ 和 $b = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_0$, 量子比较器不会改变 a 和 b 的值。该模块使用C-NOT门将比较结果保存在辅助量子比特 c_0 上, 当 $c_0 = 0$ 时, 表示 $a \geq b$; 当 $c_0 = 1$ 时, 则表示 $a < b$ 。

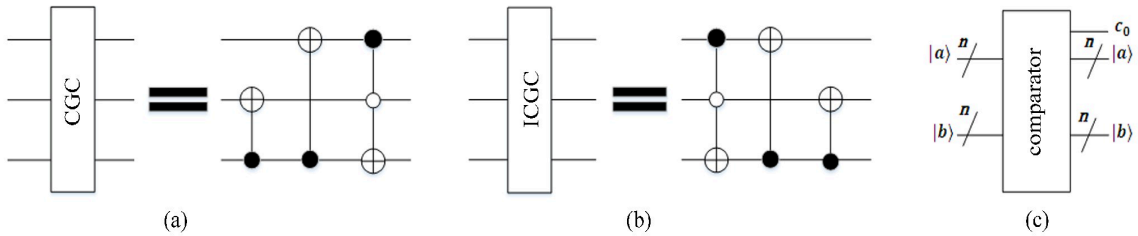


图4 (a) CGC, (b) ICGC 及 (c) N 位比较模块简略量子电路

Fig. 4 (a) CGC, (b) ICGC and (c) simplified quantum circuit of N-bit comparator

2 量子图像矢量中值滤波线路设计

对量子图像矢量中值滤波进行了详细的量子电路设计, 设计流程如图5所示, 主要分为6个步骤: 1) 彩色图像制备; 2) 邻域像素制备; 3) 聚合距离计算; 4) 矢量中值选取; 5) 中值像素替换。

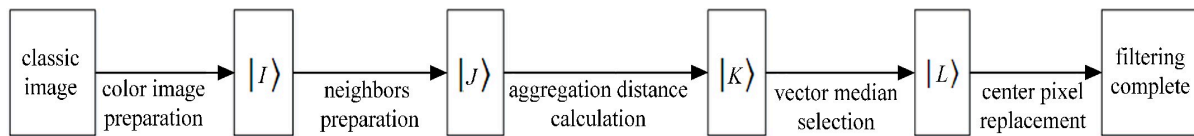


图5 量子滤波线路设计流程

Fig. 5 Design flow of the quantum circuit for filtering

2.1 彩色图像制备

NCQI量子彩色图像模型的制备过程主要包括2个步骤: 1) 首先利用 $2n$ 个 H 门和 $3q$ 个恒等门 I 将初始 $2n$ 个量子比特制备成叠加状态, 用于存储 2^n 个像素的位置信息; 2) 利用 2^{2n} 个NCQI颜色设置子模块 Ω_{yx}

将经典图像上所有像素灰度信息制备到准备好的叠加态中, Ω_{YX} 由 $3q-1$ 个 $2n$ -CNOT 门构成, 其线路详见文献[15]。H 门和恒等门 I 的矩阵描述可表示为

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

彩色图像制备量子电路如图6所示, 制备完成后即可获得量子状态

$$|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{(Y,X)}\rangle |YX\rangle. \quad (5)$$

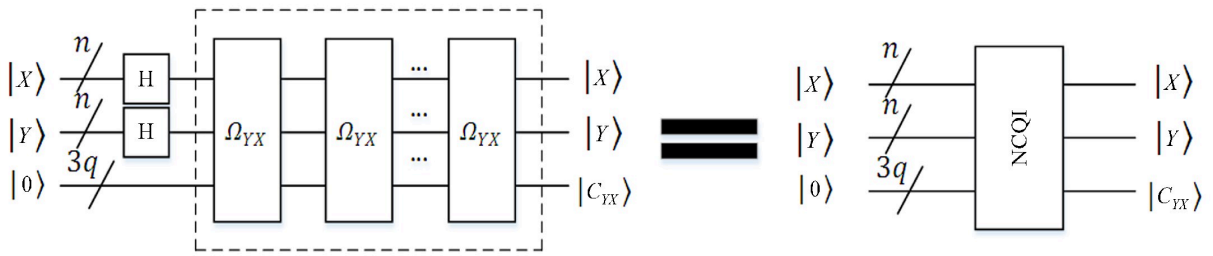


图6 彩色图像制备量子电路

Fig. 6 Quantum circuit preparation of color image

2.2 邻域像素制备

为了充分利用量子并行性, 可以先将邻域像素的颜色信息制备到中心像素所处的量子叠加态中, 即

$$|J\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{(Y-1,X+1)}\rangle |C_{(Y-1,X)}\rangle |C_{(Y-1,X-1)}\rangle |C_{(Y,X-1)}\rangle \\ |C_{(Y+1,X-1)}\rangle |C_{(Y+1,X)}\rangle |C_{(Y+1,X+1)}\rangle |C_{(Y,X+1)}\rangle \\ |C_{(Y,X)}\rangle |Y\rangle |X\rangle. \quad (6)$$

Ali 等^[12]提出了一种针对 NEQR 模型的灰度图像邻域制备方法, 本研究对其进行了拓展从而能够处理彩色图像。首先准备 $27q$ 个初始化为 $|0\rangle$ 状态的量子比特, 然后利用循环移位模块获取邻域像素的位置, 并利用 NCQI 颜色信息制备模块将该位置的颜色信息制备到中心像素所处的量子态中, 与其共用一对位置比特。经过 8 次循环移位和 NCQI 颜色设置操作后, 还需要进行 2 次循环移位使共用的位置比特回到初始位置状态。

邻域像素制备模块的量子电路如图7所示。值得注意的是, 这里的 NCQI 模块用来制备邻域颜色信息, 因此不包含 H 门, $|X\rangle$ 和 $|Y\rangle$ 为 NCQI 颜色制备模块的固定输入, 每个 NCQI 模块前加粗的位置表示该量子比特序列为此模块的颜色制备位置。

2.3 聚合距离计算

计算像素的聚合距离需要首先完成像素间的矢量距离计算。为此, 首先设计了计算非负整数之差的量子电路, 然后将其应用到矢量距离计算模块的量子电路中, 最后通过整合矢量距离计算模块设计出聚合距离计算模块的量子电路。

2.3.1 非负整数之差计算模块

本研究所定义的非负整数之差是指两个正数之差的绝对值。由于两数之差存在负数情况, 故将补码概念引入到量子计算中, 通过给输入参数追加一个符号位, 并在此基础上利用 C-NOT 门对结果进行取反加一,

完成差的绝对值的计算。这样做的好处是避免了在进行减法前利用量子比较器进行比较, 减少了额外的量子开销。该模块详细的电路设计如图 8 所示, 根据量子计算的可逆性, 量子减法可由量子加法模块的逆电路实现, 当 Adder 符号中黑色线条的位置在左侧时, 即为量子减法模块。

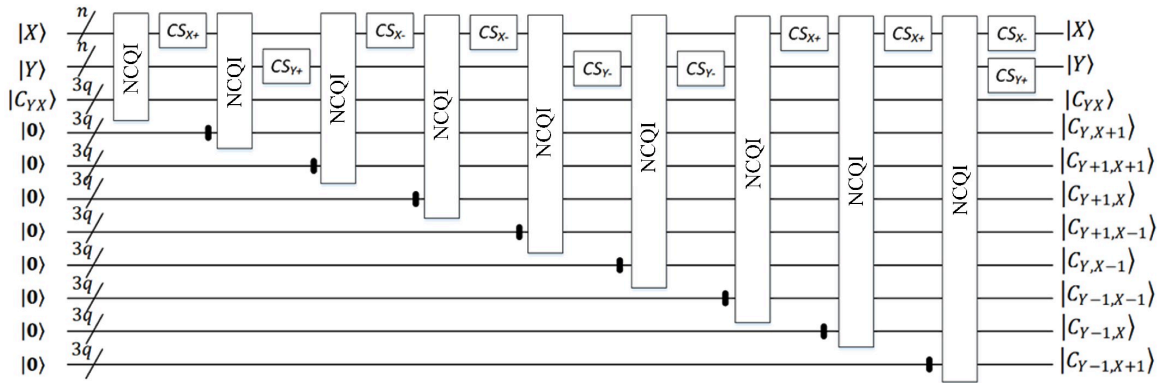


图 7 邻域像素制备的量子电路

Fig. 7 Quantum circuit preparation for neighborhood pixels

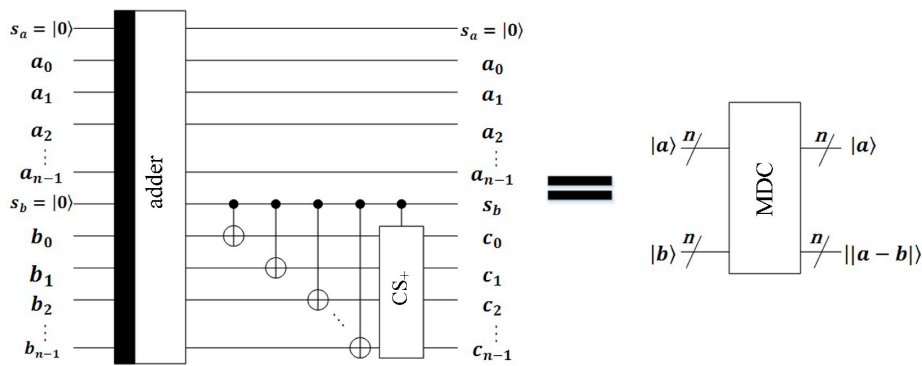


图 8 非负整数之差计算模块 (MDC) 量子电路

Fig. 8 Quantum circuit of difference computing module (MDC)

该模块的输入 $a = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_0$ 与 $b = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_0$ 分别添加了两个表示符号位的量子比特 s_a 和 s_b , 并初始化为 $|0\rangle$ 。对 $s_a a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0$ 与 $s_b b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 两个非负整数执行量子减法时, 如果 $a \geq b$, s_b 量子状态仍为 $|0\rangle$, 作用在 $s_b b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 上的 n 个 C-NOT 门和受控循环移位模块则不会改变 $b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 的量子状态, 此时 $c_{n-1} c_{n-2} \dots c_0$ 处取得非负整数之差; 如果 $a < b$, 由量子减法性质可知, s_b 量子状态会被置为 $|1\rangle$, 且 $b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 是非负整数之差的补码, 此时作用在 $s_b b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 上的 n 个 C-NOT 门会使 $b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 量子态翻转, 并且受控循环移位模块会对翻转后的 $b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0$ 进行加一操作, 最终在 $c_{n-1} c_{n-2} \dots c_0$ 处取得非负整数之差。

2.3.2 矢量距离计算模块

本研究选择曼哈顿距离作为矢量距离, 矢量距离计算模块可由非负整数之差计算模块和量子加法模块构建。矢量的距离计算由三通道分量的非负整数之差相加而成, 其详细电路设计如图 9 所示。

该模块关键输入为像素矢量 $|C_{YX}\rangle = |C_{(Y,X)R}\rangle |C_{(Y,X)G}\rangle |C_{(Y,X)B}\rangle$, $|C_{Y'X'}\rangle = |C_{(Y',X')R}\rangle |C_{(Y',X')G}\rangle |C_{(Y',X')B}\rangle$ 和用于保存矢量距离的量子比特序列 $|d\rangle$ 。首先将像素矢量按照三通道分组, 分别输入到 3 个非负整数之差计算模块中, 并将计算后的结果保存在 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的三通道上, 然后依次调用三次量子加法模块对 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的三通道上保

存的差值进行求和, 并将结果保存在 $|d\rangle$ 上。

值得注意的是, 非负整数之差计算模块和加法模块的使用会改变 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的值, 因此为了保证 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的值不变, 在进行矢量距离计算前需要利用 C-NOT 门将 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的信息复制到辅助量子比特上, 并在矢量距离计算结束后利用 Swap 门将 $|C_{Y'X'}\rangle$ 的信息还原。

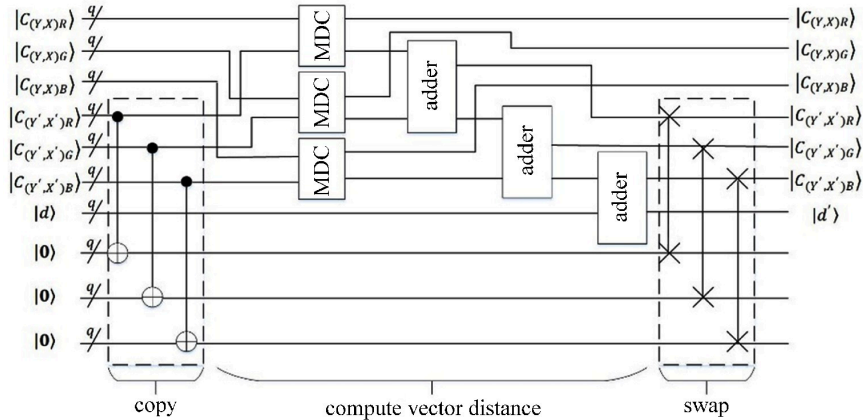


图9 矢量距离计算模块量子电路

Fig. 9 Quantum circuit of vector distance calculation module

2.3.3 聚合距离计算完整线路

对于 3×3 的滤波窗口, 每个像素的聚合距离由 8 个矢量距离相加得到, 因此该过程在量子电路中总共需要使用 72 个矢量距离计算模块。为了减少辅助量子比特的数量, 本研究将每次矢量距离计算后的结果作为下一个矢量距离计算模块的输入, 以此通过一个量子比特序列完成一个像素的矢量距离求和运算。此外, 该模块还需要 $9q$ 个初始化为 $|0\rangle$ 的量子比特来保存 9 个像素的聚合距离 $|d_0\rangle|d_1\rangle\dots|d_8\rangle$, 具体的量子电路如图 10 所示。

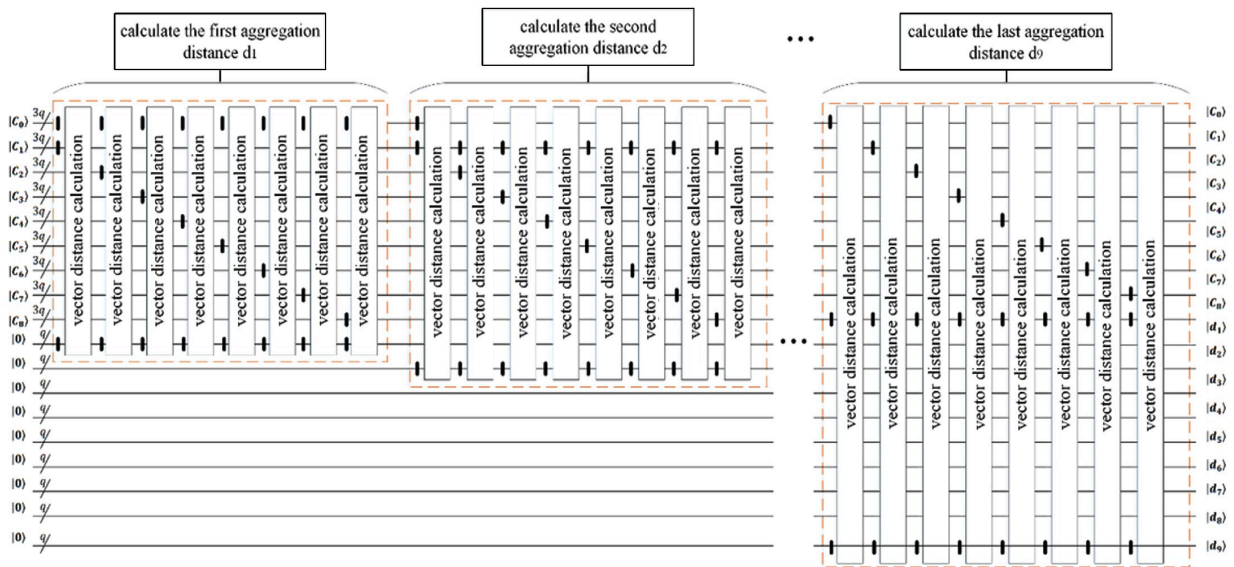


图10 邻域像素聚合距离计算模块量子电路

Fig. 10 Quantum circuit of neighborhood aggregation distance calculation module

图 10 中每个虚线部分对应每个像素聚合距离的计算过程。例如第一个虚线部分能够完成 $|C_0\rangle$ 同邻域内其他像素的聚合距离计算, 该部分包含 8 个矢量距离计算模块, $|C_0\rangle$ 和 $|d_0\rangle$ 这些矢量距离计算模块的固定输入, $|C_1\rangle$ 为第一个矢量距离计算模块的另一个输入, 通过第一个矢量距离计算模块可以完成 $|C_0\rangle$ 和 $|C_1\rangle$ 的距离计算并将结果保存至 $|d_0\rangle$ 。同理, $|C_2\rangle|C_3\rangle \dots |C_8\rangle$ 分别作为其他 7 个矢量距离计算模块的额外输入, 能够完成 $|C_0\rangle$ 同 $|C_2\rangle|C_3\rangle \dots |C_8\rangle$ 的矢量距离计算, 并将结果累加到 $|d_0\rangle$ 上。因此, $|d_0\rangle$ 是 8 个矢量距离的累加, 即像素 $|C_0\rangle$ 的聚合距离。经过该模块处理后, 量子态 $|K\rangle$ 可表示为

$$|K\rangle = \begin{matrix} |d_{(Y-1,X+1)}\rangle |d_{(Y-1,X)}\rangle |d_{(Y-1,X-1)}\rangle |d_{(Y,X-1)}\rangle \\ |d_{(Y+1,X-1)}\rangle |d_{(Y+1,X)}\rangle |d_{(Y+1,X+1)}\rangle |d_{(Y,X+1)}\rangle \\ |d_{YX}\rangle |J\rangle \end{matrix} \quad (7)$$

2.4 矢量中值选取

矢量中值选取即找到最小聚合距离所对应的像素, 该模块的输出决定了图像滤波的最终效果。本研究采用一次比较两次交换的方式来进行最小聚合距离及其对应像素的搜索, 即利用两个交换模块 (由一组 Swap 门组成) 和一个比较模块同时操纵颜色信息 $|C_{(x,y)}\rangle$ 及其对应的聚合距离 $|d\rangle$ 。

假设 $|c_0\rangle|c_1\rangle \dots |c_8\rangle$ 和 $|d_0\rangle|d_1\rangle \dots |d_8\rangle$ 分别表示窗口内像素的灰度信息及其聚合距离, 其目标像素提取过程如下: 首先利用比较模块判断 $|d_0\rangle$ 和 $|d_1\rangle$ 的大小, 如果输出量子位 $|out\rangle = |1\rangle$, 则同时对 $|C_0\rangle$ 、 $|C_1\rangle$ 以及对应的 $|d_0\rangle$ 、 $|d_1\rangle$ 进行交换, 然后依次对其他 8 个像素及其对应聚合距离执行相同操作, 最终可在 $|d_8\rangle$ 处取得最小聚合距离 $|d_{min}\rangle$, 在 $|C_8\rangle$ 处取得矢量中值 $|C_{vmf}\rangle$, 该模块的量子电路如图 11 所示。

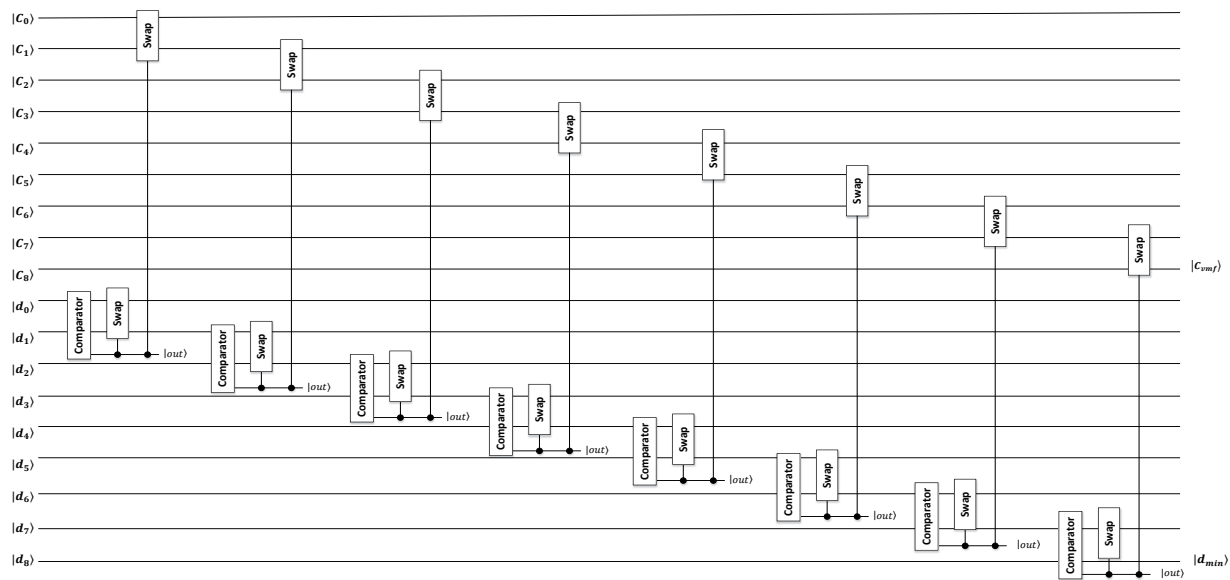


图 11 矢量中值选取量子电路

Fig. 11 Quantum circuit of vector median extraction

2.5 中值像素替换

中值像素替换可以利用一组 Swap 门将中心像素 $|C_{(x,y)}\rangle$ 与矢量中值目标像素 $|C_{vmf}\rangle$ 交换, 完成矢量中值滤波任务。处理完成后的量子状态可表示为

$$|L\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C'_{(Y-1,X+1)}\rangle |C'_{(Y-1,X)}\rangle |C'_{(Y-1,X-1)}\rangle |C'_{(Y,X-1)}\rangle \\ |C'_{(Y+1,X-1)}\rangle |C'_{(Y+1,X)}\rangle |C'_{(Y+1,X+1)}\rangle |C'_{(Y,X+1)}\rangle \cdot \\ |C_{\text{vmf}}\rangle |Y\rangle |X\rangle \quad (8)$$

该过程的量子电路如图 12 所示。

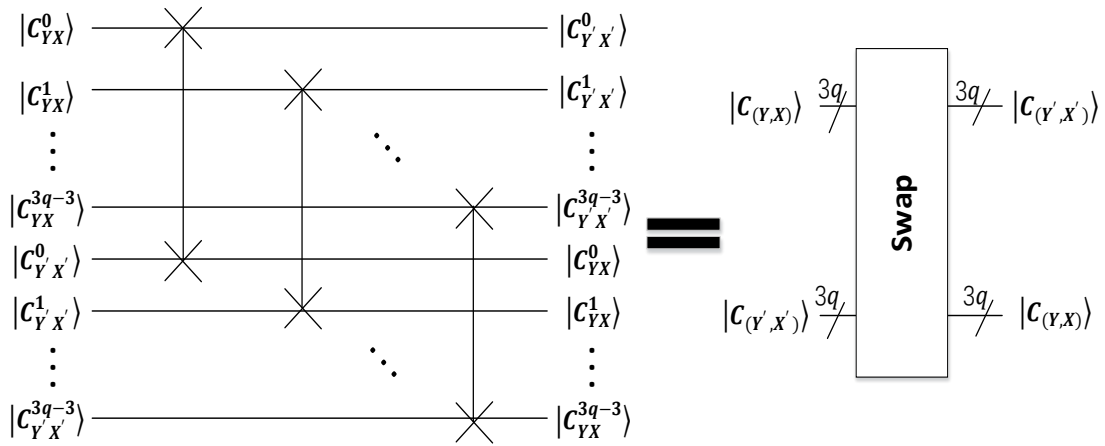


图 12 中值像素替换量子电路

Fig. 12 Quantum circuit of median pixel replacement

2.6 完整量子电路

量子图像矢量中值滤波的完整量子电路如图 13 所示, 其中每个功能模块的详细内部电路设计见图 7~12。需要指出的是此处滤波电路最终输出依然为 NCQI 表示的量子彩色图像, 通常作为其他量子图像处理算法的输入, 此时还原成经典图像是非必要的。目前量子图像还原的复杂度较高, 如何降低图像还原过程的测量次数是量子图像检索研究分支的重要课题, 相关研究还在持续进行中。

3 时间复杂度分析

量子算法的实现是一个复杂的过程, 涉及量子态制备、量子门变换 (量子电路)、量子测量。此处主要研究量子图像滤波电路的设计与实现, 其作用于量子计算机上制备完成的量子图像, 量子图像制备不是此处研究的内容, 故量子图像处理算法在计算时间复杂度时不纳入图像制备过程的复杂度, 其时间复杂度与量子电路所使用量子基本门的数量成正相关^[21]。下面从量子图像矢量中值滤波算法的基本量子模块出发, 自底向上计算整个算法的时间复杂度: 1) 循环移位模块, 文献 [18] 计算的时间复杂度为 $O(n^2)$; 2) 加法模块, q 位加法模块由 q 个 UMA 和 MAJ 以及 1 个 C-NOT 门构成, UMA 和 MAJ 由 2 个 C-NOT 门和 1 个 Toffoli 门组成, 因此加法模块的时间复杂度为 $O(6q+1)$; 3) 比较模块, q 位比较模块的量子基本门数量与加法模块相同, 因此时间复杂度为 $O(6q+1)$; 4) 非负整数之差计算模块, 当输入为 q 位非负整数时, 该模块由一个 $q+1$ 位减法器 (由加法器的逆操作得到)、 q 个 C-NOT 门和 1 个 q 位循环移位模块组成, 其时间复杂度为 $O(6(q+1)+1+q+q^2) = O(q^2+7q+8)$; 5) 矢量距离计算模块, 该模块由 $3q$ 个 C-NOT 门、3 个 q 位非负整数之差计算模块、3 个 q 位加法模块和 $9q$ 个 Swap 门构成, 该模块的时间复杂度为 $O(3q+3(q^2+7q+8)+3(6q+1)+9q) =$

$O(3q^2 + 51q + 27)$; 6) 矢量中值选取模块, 该模块由 8 个 q 位比较模块、8 个 q 位交换模块和 8 个 $3q$ 位交换模块组成, 该模块的时间复杂度为 $O(8(6q + 1) + 8(3q) + 8(9q)) = O(144q + 8)$; 7) 中值替换模块, 一个 Swap 门可由 3 个 C-NOT 门构成, 该模块共有 $3q$ 个 Swap 门, 因此交换模块的时间复杂度为 $O(9q)$ 。

由图 13 可知, 量子图像矢量中值滤波的量子电路总共包括 10 个循环移位模块、72 个矢量距离计算模块、1 个矢量中值选取模块和 1 个中值替换模块。因此, 总的时间复杂度不超过 $O(10n^2 + 72(3q^2 + 51q + 27) + 144q + 8 + 9q) \approx O(10n^2 + 216q^2)$ 。在经典计算机中, 矢量中值滤波执行过程需要逐个扫描每个像素位置并进行一次滤波, 因此其时间复杂度不超过 $O(2^{2n})$ 。可以看出, 本研究所提出量子图像矢量中值滤波算法的时间复杂度仅为 n 的二阶多项式函数, 远低于经典矢量中值滤波的算法时间复杂度 $O(2^{2n})$ 。因此, 与经典矢量中值滤波相比, 所提出量子彩色图像矢量中值滤波大幅降低了滤波任务的时间复杂度。

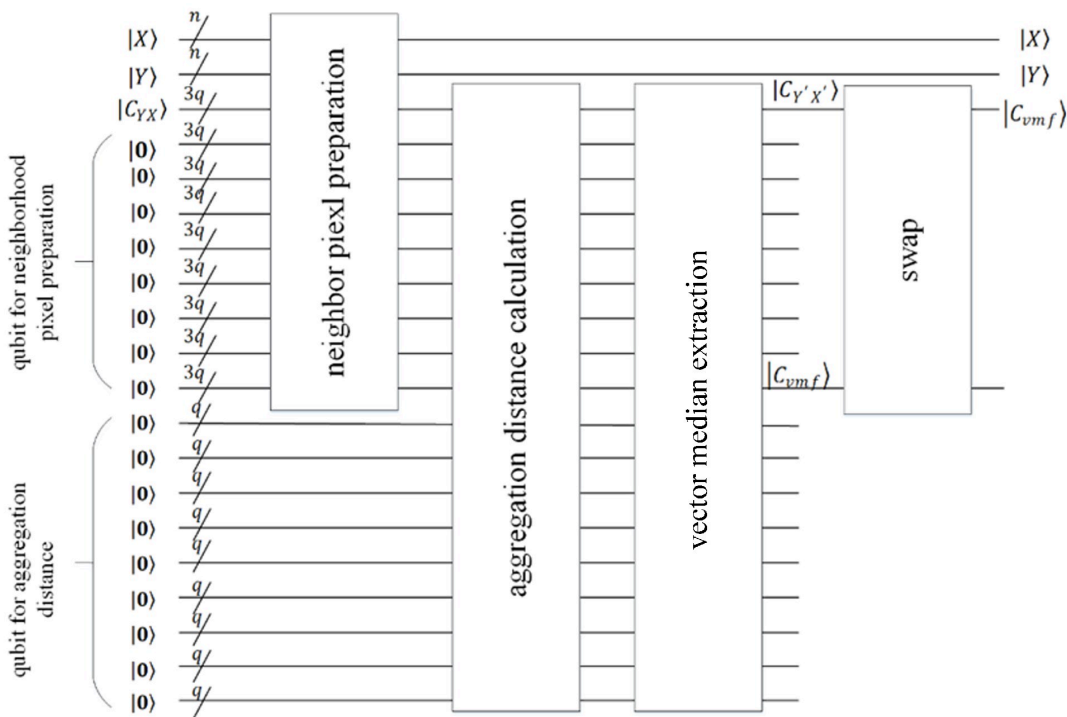


图 13 量子图像矢量中值滤波量子电路

Fig. 13 Quantum circuit of quantum image vector median filter

4 实验仿真与分析

该量子算法仿真实验的硬件环境为 Intel(R)Core(TM)i5-6700 CPU @2.30 GHz 4.00 GB RAM、软件环境为 Win10 操作系统和 Matlab(2021a)。为了模拟希尔伯特空间, 量子态用向量表示, 酉变换用酉矩阵表示。整个算法的希尔伯特空间超出经典计算机能够模拟的大小, 因此本研究只对量子算法的滤波模块进行酉矩阵运算, 其他步骤则通过经典的方法进行模拟。需要说明的是, 经典计算机上的模拟主要论证量子电路的有效性, 量子算法的并行性优势主要通过算法复杂度分析进行论证。

实验选取了如图 14 所示的 5 幅图像处理常见的彩色图像, 分别是 Strawberries、Flowers、Lenna、Peppers 和 Baboon, 其 RGB 三通道灰度范围均为 $[0, 2^7]$, 大小为 512×512 。分别为每幅彩色图像加入密度为

0.1的椒盐噪声,并利用量子布尔均值滤波、经典矢量中值滤波和量子矢量中值滤波对5幅彩色图像进行降噪处理。图15展示了滤波前后的效果,可以明显看出,本方案能够有效滤除彩色图像上的椒盐噪声,且降噪效果比量子布尔均值滤波更优。



图14 (a) 草莓; (b) 花; (c) Lenna; (d) 柿子椒; (e) 狒狒

Fig. 14 (a) Strawberries; (b) Flowers; (c) Lenna; (d) Peppers; (e) Baboon

为进一步分析算法的降噪效果,本研究通过计算峰值信噪比 R_{PSN} 从图像质量方面分析了量子图像矢量中值滤波的有效性。 R_{PSN} 是常用的衡量图像质量的指标,该参数是基于图像像素灰度值对图像处理前后的效果进行统计分析的,可表示为

$$R_{\text{PSN}} = 10 \lg \left[\frac{255^2}{\frac{1}{2^{2n}} \sum_{i=0}^{2^n} \sum_{j=0}^{2^n} [I_0(i,j) - I_P(i,j)]^2} \right], \quad (9)$$

式中 I_0 、 I_P 分别表示原始图像和处理后的图像。

表1给出了图14中展示的5幅彩色图片经过不同滤波方案处理后的 R_{PSN} , 其中每种滤波方案的左边一列是降噪后的 R_{PSN} , 右边一列则是与噪声图像的 R_{PSN} 相比的提高值, 最后一行给出了每列数据的均值。由表1可知, 本研究所提出方案的 R_{PSN} 提升均值比量子布尔均值滤波高 7.4723 dB, 比经典方案高 0.4367 dB。另外, 与噪声图像相比, 本研究方案 R_{PSN} 平均提升 14.0252 dB, 量子布尔均值滤波 R_{PSN} 平均提升 6.5529 dB, 经典方案 R_{PSN} 平均提升 13.5885 dB。以上结果表明本研究所提出量子图像矢量中值滤波在对椒盐噪声污染的彩色图像进行处理后, 图像质量得到明显提升, 且效果明显优于量子布尔均值滤波, 略优于经典矢量中值滤波。

表1 5幅彩色图形降噪前后的 R_{PSN}

Table 1 R_{PSN} of five color graphics before and after noise reduction

Image	Salt and pepper noise						
	Noise	QBMF		VMF		QVMF	
(a)	14.5300	24.7024	10.1724	30.6110	16.081	31.7513	17.2213
(b)	15.5679	20.3459	4.778	29.7063	14.1384	30.5485	14.9806
(c)	15.1787	23.0290	7.8503	30.9425	15.7638	32.2706	17.0919
(d)	14.9075	23.0713	8.1638	29.9621	15.0546	28.9078	14.0003
(e)	15.2525	17.0526	1.8001	22.1573	6.9048	22.0846	6.8321
Average	15.0873	21.6402	6.5529	28.6758	13.5885	29.1126	14.0252

出现上述结果的原因在于所提出滤波方案属于非线性滤波, 采用的是邻域像素矢量中值替换的原则, 能够使得处理像素点的像素矢量偏向邻域矢量中值, 因此有效地滤除椒盐噪声产生的像素极值; 而量子布尔均值滤波是均值滤波的变种, 其底层切片的滤波原理为均值滤波, 属于线性滤波, 在滤波过程中会使图像模糊

化, 因此滤除效果低于本研究提出的方案。此外, 量子布尔均值滤波过程将彩色图像分解为 24 个位面进行单独滤波处理, 会产生新的像素, 使得图像偏色, 而本研究所提出方案最终选取的邻域内像素矢量中值不会造成图像偏色。

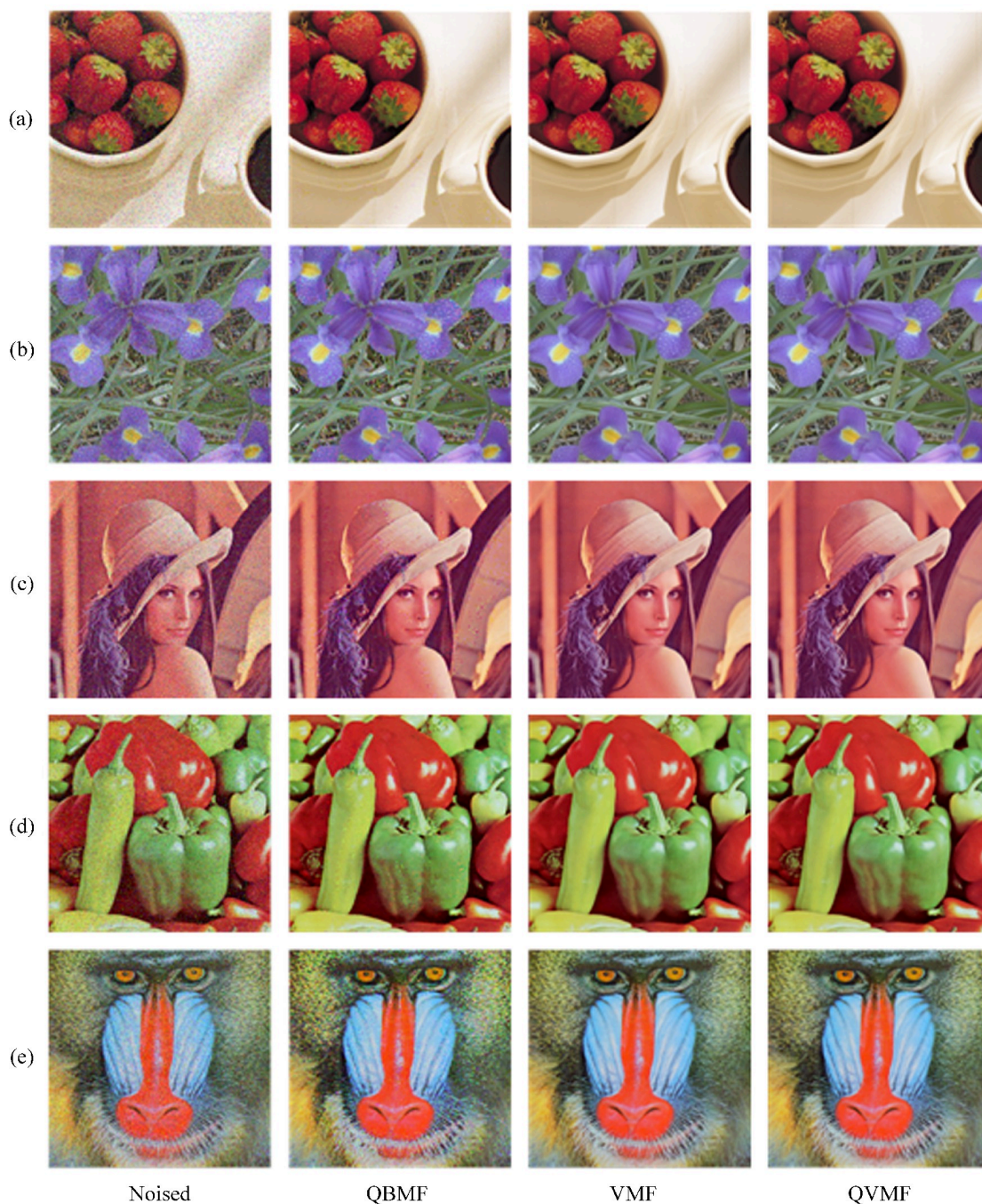


图 15 (a)~(e)分别是五幅实验图像的含噪图像及降噪图像, 其中Noised列为噪声图像, QBMF、VMF、QVMF列分别是量子布尔均值滤波、本研究所提出方案、经典矢量中值滤波处理后的图像

Fig. 15 (a)-(e) are noised images and denoise images of five experimental images respectively, where the Noised column is the noised image, and the QBMF, VMF and QVMF columns are the images processed by quantum Boolean mean filtering, proposed scheme and classical vector median filtering respectively

此外,所提出量子滤波与经典矢量中值滤波的相关指标基本相同,说明该量子滤波方案在降低矢量中值滤波任务时间复杂度的情况下,同时保证了降噪的有效性。略优于经典矢量中值滤波的原因在于,所采用的循环移位模块能够利用图像本身对边缘像素进行填充,进而能够对边缘像素进行滤波。

总体而言,与量子布尔均值滤波相比,所提出方案对彩色图像的滤波效果明显更优,且不造成图像偏色。与经典矢量中值滤波相比,量子版本的矢量中值滤波效果与其基本保持一致,但量子图像矢量中值滤波有量子计算的优势,拥有更低的时间复杂度。

5 结 论

作为量子计算与图形处理的交叉研究方向,量子图像处理能够充分利用量子计算的优异加速特性,对图像处理产生深远的影响。对量子图像矢量中值滤波进行了研究,设计了量子图像矢量中值滤波的完整量子电路。实验仿真结果验证了量子图像矢量中值滤波拥有与经典矢量中值滤波基本相同的滤波效果,但是由于量子叠加和量子纠缠等性质,在对图像滤波的处理速度上,量子图像矢量中值滤波比经典矢量中值滤波更优。

参考文献:

- [1] Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring [C]. *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, Santa Fe, NM, USA, 1994: 124-134.
 - [2] Grover L K. A fast quantum mechanical algorithm for database search [C]. *Proceedings of the Twenty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 1996: 212-219.
 - [3] Caraiman S, Manta V I. Quantum image filtering in the frequency domain [J]. *Advances in Electrical and Computer Engineering*, 2013, 13(3): 77-84.
 - [4] Li P C, Xiao H. An improved filtering method for quantum color image in frequency domain [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2018, 57(1): 258-278.
 - [5] Yuan S Z, Mao X F, Zhou J, et al. Quantum image filtering in the spatial domain [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(8): 2495-2511.
 - [6] Yuan S Z, Lu Y L, Mao X F, et al. Improved quantum image filtering in the spatial domain [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2018, 57(3): 804-813.
 - [7] Li P C, Liu X D, Xiao H. Quantum image weighted average filtering in spatial domain [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(11): 3690-3716.
 - [8] Li P C, Liu X D, Xiao H. Quantum image median filtering in the spatial domain [J]. *Quantum Information Processing*, 2018, 17(3): 49.
 - [9] Jiang S X, Zhou R G, Hu W W, et al. Improved quantum image median filtering in the spatial domain [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2019, 58(7): 2115-2133.
 - [10] Xia H Y, Xiao Y F, Song S X, et al. Quantum circuit design of approximate median filtering with noise tolerance threshold [J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(6): 183.
 - [11] Zhao Y, Guo J H, Li P C. A median filtering scheme for quantum images [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(1): 204-211.
- 赵 娅, 郭嘉慧, 李盼池. 一种量子图像的中值滤波方案 [J]. 电子与信息学报, 2021, 43(1): 204-211.

- [12] Ali A E, Abdel-Galil H, Mohamed S. Quantum image mid-point filter [J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(8): 238.
- [13] Mastriani M. Quantum Boolean image denoising [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14(5): 1647-1673.
- [14] Le P Q, Dong F Y, Hirota K. A flexible representation of quantum images for polynomial preparation, image compression, and processing operations [J]. *Quantum Information Processing*, 2011, 10(1): 63-84.
- [15] Sang J Z, Wang S, Li Q. A novel quantum representation of color digital images [J]. *Quantum Information Processing*, 2017, 16(2): 42.
- [16] Zang Y M, Zhu S C, Wei Z H, *et al.* A pseudo color coding method for quantum image [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2022, 39(3): 343-353.
臧一鸣, 朱尚超, 魏战红, 等. 一种量子图像伪彩色编码方法 [J]. *量子电子学报*, 2022, 39(3): 343-353.
- [17] Astola J, Haavisto P, Neuvo Y. Vector median filters [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1990, 78(4): 678-689.
- [18] Le P Q, Iliyasu A M, Dong F Y, *et al.* Strategies for designing geometric transformations on quantum images [J]. *Theoretical Computer Science*, 2011, 412(15): 1406-1418.
- [19] Cuccaro S A, Draper T G, Kutin S A, *et al.* A new quantum ripple-carry addition circuit [OL]. 2004, arXiv: quant-ph/0410184. <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0410184>.
- [20] Xia H Y, Li H S, Zhang H, *et al.* An efficient design of reversible multi-bit quantum comparator via only a single ancillary bit [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2018, 57(12): 3727-3744.
- [21] Nielsen M A, Chuang I L. *Quantum Computation and Quantum Information* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.