

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.05.009

# 冷原子干涉动态重力测量中的噪声与系统效应分析

车浩, 李安, 覃方君\*, 黄春福

(海军工程大学电气工程学院, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 采用灵敏度函数分析法对冷原子重力仪的噪声进行了分析, 并基于各噪声对应的传递函数建立噪声传递模型, 定量分析评估了振动噪声、拉曼光相位噪声和磁场噪声对重力测量灵敏度的影响。基于科里奥利力和稳定平台倾斜角等系统效应的修正公式, 建立系统效应分析模型, 定量分析评估了航向角偏差、速度偏差和纬度偏差对科里奥利力修正量的影响, 以及倾斜角偏差对稳定平台倾角修正量的影响。仿真和部分实测数据表明, 一方面, 各噪声被限制到特定水平时, 其对原子干涉灵敏度的影响仍可达  $\mu\text{Gal}$  级; 另一方面,  $1^\circ$  的航向角偏差或  $0.1\text{ m/s}$  的速度偏差对科里奥利力修正量的影响可达  $1\text{ mGal}$  以上,  $1'$  的倾斜角偏差对稳定平台修正量的影响也可达  $0.42\text{ mGal}$ , 说明噪声和系统效应的影响都是不容忽视的。因此, 在动态条件下, 冷原子重力仪必须进行噪声抑制和系统效应修正, 才能获得预期的高灵敏度、高精度重力测量结果。

**关键词:** 量子光学; 重力测量; 冷原子干涉重力仪; 噪声分析; 系统效应

中图分类号: P223

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2023)05-00700-12

## Analysis of noise and system effect in cold atom interference dynamic gravity measurement

CHE Hao, LI An, QIN Fangjun\*, HUANG Chunfu

(School of Electrical Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** The noise of the cold atom gravimeter is analyzed using the sensitivity function analysis method, and then based on the corresponding noise transfer function, a noise transfer model is established and the contribution of vibration noise, Raman optical phase noise and magnetic field noise to the sensitivity of gravity measurement is quantitatively analyzed and evaluated. In addition, based on the correction formulas of Coriolis force and stable platform tilt angle, a system effect analysis model is established, and the influence of heading angle deviation, speed deviation and latitude deviation on the correction of Coriolis force is quantitatively analyzed and evaluated, as well as the influence of the tilt angle deviation on the correction of stable platform tilt angle. Simulation and some measured data show

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (61873275)

作者简介: 车浩 (1997-), 江苏扬州人, 博士生, 主要从事惯性导航与原子干涉重力测量方面的研究。E-mail: hg15441@163.com

导师简介: 李安 (1961-), 浙江金华人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事惯性技术及应用方面的研究。E-mail: lian196101@126.com

收稿日期: 2021-11-05; 修改日期: 2021-12-22

\*通信作者。E-mail: haig2005@126.com

that, on the one hand, when each noise is restricted to a specific level, the influence on the sensitivity of atomic interference can still reach  $\mu\text{Gal}$  level. On the other hand,  $1^\circ$  heading angle deviation or 0.1 m/s speed deviation can affect the correction of Coriolis force to more than 1 mGal, and  $1'$  tilt angle deviation can also affect the correction of stable platform up to 0.42 mGal, indicating that both effects of noise and system effects cannot be ignored. Therefore, under dynamic conditions, the cold atom gravimeter should undergo noise suppression and system effect correction to obtain high-sensitivity and high-precision gravity measurement results.

**Key words:** quantum optics; gravity measurement; cold atom interference gravimeter; noise analysis; system effect

## 0 引言

近二十年来,冷原子干涉重力仪作为一种新型绝对重力仪发展迅速,融合激光冷却、原子干涉等技术,以极高的灵敏度、稳定性和潜在精度为主要特征<sup>[1]</sup>,实现绝对重力测量。截至2020年,全球约有50个研究组已经开展了与冷原子重力仪相关的理论与应用研究<sup>[2]</sup>,涵盖了基础物理、地球物理、计量学和惯性导航等领域。早期的冷原子重力仪大都是在实验室安静环境中完成重力测量实验<sup>[3]</sup>,随着研究的深入、技术的更新,小型化、可搬运的冷原子重力仪已经陆续走出实验室<sup>[4-9]</sup>,实现室外复杂环境下的重力测量。

美国斯坦福大学的Kasevich组在移动速度为1 cm/s的移动卡车中进行了“准动态”重力梯度测量,利用差分加速度测量抑制振动噪声的特性,在约4分钟积分时间内实现了最优5 E的重力梯度测量灵敏度<sup>[6]</sup>;美国加州大学伯克利分校的Müller组用可搬运冷原子重力仪进行了野外重力测量,获得了 $500 \mu\text{Gal}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的测量灵敏度和 $40 \mu\text{Gal}$ 的测量精度<sup>[7]</sup>;法国航空航天实验室Bidel组用冷原子重力仪在海况恶劣的情况下进行船载绝对重力测量实验,得到了1.0 mGal的重力测量精度结果<sup>[8]</sup>;后Bidel组又针对同一套冷原子重力仪,在航空机载环境下开展了绝对重力测量实验,评估精度约为1.7 mGal<sup>[9]</sup>。

在国内,同样有多家单位开展高精度可搬运冷原子重力仪的相关研究,尝试对冷原子重力仪在实验室外进行动态重力测试研究。2018年,中国计量科学研究院研制的可搬运原子重力仪灵敏度为 $44 \mu\text{Gal}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、长期稳定度可达 $0.2 \mu\text{Gal}$ 、精确度为 $5.2 \mu\text{Gal}$ <sup>[10]</sup>。2019年,中科院武汉物理与数学研究所(现更名为中国科学院精密测量科学与技术创新研究院)的可搬运原子重力仪灵敏度达到 $30 \mu\text{Gal}/\sqrt{\text{Hz}}$ 水平,4000 s积分时间的稳定度可达 $1 \mu\text{Gal}$ ,精确度优于 $10 \mu\text{Gal}$ <sup>[11]</sup>。2019年,浙江工业大学的集成化冷原子重力仪长期稳定度可达 $3 \mu\text{Gal}$ <sup>[12]</sup>。2021年,浙江工业大学进行了船载系泊状态下冷原子重力仪的绝对重力测量实验,实验评估后的重力测量灵敏度为 $16.6 \text{ mGal}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,1000 s积分时间内重力测量的分辨率可达 $0.7 \text{ mGal}$ <sup>[13]</sup>。2021年,本文作者所在研究团队联合中科院精密测量科学与技术创新研究院、哈尔滨工业大学等,研制了一套适用于动态测量的冷原子重力仪,并成功完成了湖上航行试验,达到了预期目标。

事实上,由于仪器设备本身的结构以及外界环境的干扰,实际测量精度相比于理论精度尚有较大提升空间,因此解决冷原子重力仪噪声与系统效应分析的问题显得十分关键和迫切。本文首先简要阐述了冷原子干涉重力测量基本原理,在此基础上针对重力测量中噪声与系统效应机理进行了定量分析,建立了冷原子重

力仪主要噪声与系统效应来源的数学模型,评估了振动噪声、拉曼光相位噪声、磁场噪声以及科里奥利力修正、稳定平台倾斜角修正的影响,得到了一系列定性定量结论。

## 1 基本原理

冷原子干涉重力测量的基本原理在许多文献中均有详细描述<sup>[3,14]</sup>,下面分四个步骤进行简要阐述。

1) 冷却与囚禁。首先用磁光阱制备<sup>87</sup>Rb冷原子团,经过磁场线圈的梯度磁场,使原子团得以三维冷却和囚禁。然后关断磁场,并将激光功率逐步减小至0,再用偏振梯度冷却进一步冷却原子。此时原子在重力作用下,自由下落至探测区。

2) 态制备。利用微波脉冲实现原子态的纯化,随后利用双光子受激拉曼跃迁来实现原子态的操控和选择,以制备一团对环境磁场不敏感且温度更低的原子团。

3) 原子干涉。通过作用三束多普勒敏感的拉曼脉冲( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ )实现原子物质波的分束、偏转、合束,并对拉曼跃迁的频率进行啁啾扫描,从而实现干涉相位的调节。

4) 末态探测。在探测区通过时间飞行法分别探测原子的荧光信号,得到原子两个态归一化原子布居数 $P$ 。 $P$ 是原子干涉过程的概率在宏观测量上的体现, $P$ 可以描述为

$$P = P_0 + C \cos(\Delta\phi), \quad (1)$$

式中: $P_0$ 为原子布局数的平均数; $C$ 为原子干涉条纹的对比度; $\Delta\phi$ 是原子干涉相位,由原子在干涉过程中经历不同的路径累积而得到<sup>[15]</sup>。其中 $\Delta\phi$ 可表示为

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{\text{laser}} + \Delta\phi_{\text{evolution}} + \Delta\phi_{\text{separation}} = (k_{\text{eff}}g - 2\pi\alpha)T^2, \quad (2)$$

式中: $\Delta\phi_{\text{laser}}$ 为拉曼光与原子作用引入的相位差; $\Delta\phi_{\text{evolution}}$ 为原子自由演化引入的相位差; $\Delta\phi_{\text{separation}}$ 为第三束拉曼光作用时,两个干涉路径原子波包在空间位置上分离导致的相位差; $\alpha$ 为拉曼光啁啾率,是因采用线性扫描拉曼光频率差法补偿重力导致的多普勒频移; $k_{\text{eff}}$ 为等效拉曼光波矢; $T$ 为两束拉曼脉冲之间的时间间隔。由(2)式可看出,沿两条路径累积的相位差取决于冷原子的加速度 $g$ 。

当多普勒频移恰好被补偿时,相位差 $\Delta\phi = (k_{\text{eff}}g - 2\pi\alpha)T^2 = 0$ ,则冷原子重力仪测量的重力加速度为 $|g| = 2\pi\alpha/|k_{\text{eff}}|$ 。

## 2 测量噪声与系统效应分析

### 2.1 重力测量噪声

冷原子重力仪的噪声主要包括振动噪声、拉曼光相位噪声、拉曼光光强噪声、探测光频率噪声、量子投影噪声和磁场噪声等。其中,以现有技术水平,振动噪声<sup>[16]</sup>、拉曼光相位噪声和磁场噪声是限制冷原子重力仪灵敏度的主要噪声源,重点评估这三种噪声的影响。

#### 2.1.1 振动噪声

振动噪声对冷原子重力仪的影响表现在多个方面,电路系统中电子元器件的性能、光学系统中光功率的稳定性及探头系统中的拉曼反射镜等均会受到影响。其中,对拉曼反射镜的影响最为关键,如图1所示,反射镜的垂向振动会直接在干涉相位中引入噪声。

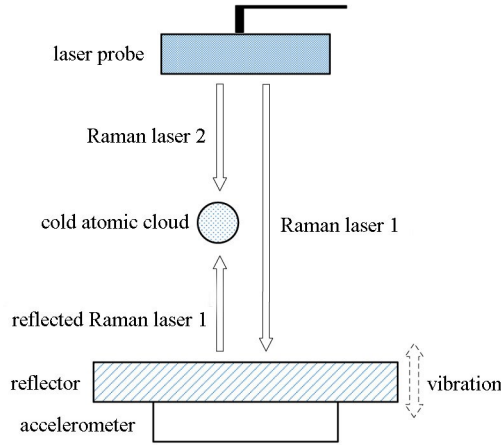


图 1 反射镜振动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reflector vibration

冷原子重力仪测量的是原子团相对于拉曼反射镜的加速度, 因此拉曼反射镜的惯性加速度会影响原子重力加速度的测量。根据等效原理, 对重力仪本身而言, 源自外界环境的后向反射镜振动加速度无法分辨。

下面通过灵敏度函数法定量分析。设  $t$  时刻, 拉曼光相位发生跳变  $\delta$ , 原子干涉相移的变化为  $\delta \Phi(\delta, t)$ , 原子末态概率的变化为  $\delta P(\delta, t)$ 。振动加速度的灵敏度函数  $g_a(t)$  可以定义为<sup>[17]</sup>

$$g_a(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta, t)}{\delta} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta \Phi(\delta, t)}{\delta} \quad (3)$$

计算后形式为

$$g_a(t) = \begin{cases} 0 & t < -T \\ 0.5 \sin \Omega (T+t) & -T \leq t < -T+\tau \\ 0.5 & -T+\tau \leq t < -\tau \\ -0.5 \sin \Omega t & -\tau \leq t < \tau \\ -0.5 & \tau \leq t < T-\tau \\ -0.5 \sin \Omega (T-t) & T-\tau \leq t < T \\ 0 & T \leq t \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\Omega$  和  $T$  分别为拉比频率和两束拉曼脉冲之间的时间间隔。

设  $H_a(\omega) = -i\omega G_a(\omega)$  为振动噪声传递函数,  $G_a(\omega)$  为灵敏度函数  $g_a(t)$  的傅里叶变换, 则振动噪声的权重函数为

$$H_a(\omega)^2 = \omega^2 |G_a(\omega)|^2 = \frac{16 \sin^4 \omega T/2}{(\omega T)^4} \quad (5)$$

设振动位移功率谱密度为  $S_z(\omega)$ 、振动速度功率谱密度为  $S_v(\omega)$  和振动加速度功率谱密度函数为  $S_a(\omega)$ , 则拉曼光相位的功率谱密度  $S_\phi(\omega)$  可以表示为

$$S_\phi(\omega) = |k_{eff}|^2 S_z(\omega) = \frac{|k_{eff}|^2}{\omega^2} S_v(\omega) = \frac{|k_{eff}|^2}{\omega^4} S_a(\omega) \quad (6)$$

振动噪声对原子干涉相位的贡献为

$$\sigma_a^2 = \int_0^\infty |H_a(\omega)|^2 S_\phi(\omega) d\omega = |k_{\text{eff}}|^2 \int_0^\infty \frac{|H_a(\omega)|^2 S_a(\omega)}{\omega^4} d\omega \quad (7)$$

设  $T$  为 50 ms, 则振动噪声权重函数、模拟仿真的振动噪声功率谱密度函数以及两者的乘积与振动噪声关系如图 2 所示。

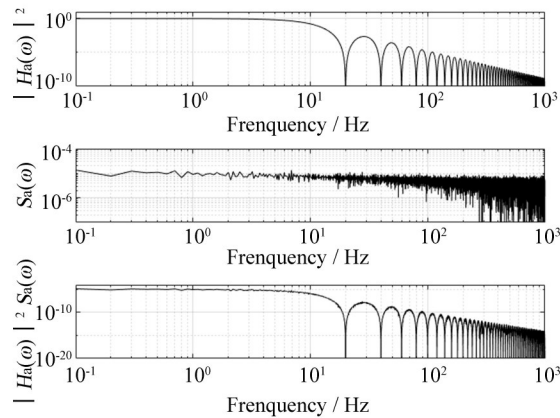


图 2 振动噪声权重函数、功率谱密度函数及两者乘积

Fig. 2 Vibration noise weight function, power spectral density function and the product of the both

振动噪声权重函数可以体现原子重力仪对于不同振动频率的敏感程度。由图 2 可看出频率在 1 Hz 以下的噪声几乎以 1:1 的比例传递到干涉相位中; 大于 1 Hz 的噪声, 振动的传递率开始衰减; 当频率大于 10 Hz 时, 传递率已经衰减了 1 个数量级; 当频率大于 100 Hz 时, 传递率已经衰减了 5 个数量级。由此看来, 振动噪声权重函数具备典型的低通特性, 即对低频振动更为敏感, 低于 10 Hz 的振动噪声对冷原子重力仪的影响较大。

图 2 中模拟仿真的振动加速度功率谱密度  $S_a(\omega)$  达到了  $10^{-5} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$  水平, 可以根据(7)式通过其与权重函数的乘积并积分得到振动噪声对原子干涉条纹相位贡献的标准差  $\sigma_a$  约为 7.48 mrad/shot, 对重力测量系统噪声贡献的标准差 ( $\sigma_g = \sigma_a / k_{\text{eff}} T^2$ ) 约为 18.59  $\mu\text{Gal}/\text{shot}$  (shot 指一次下落)。

在实验室环境中, 冷原子重力仪主要采用被动减振平台或者主动隔振平台来抑制振动噪声向拉曼反射镜的传导。在高振动噪声或加速度大范围变化的情况下, 减振平台难以很好地适应高动态变化的振动环境, 出现脱离平衡位置, 失去减振作用的现象。因此, 基于经典加速度计或地震计的振动补偿技术来降低外界振动噪声影响的方法被广泛应用。通过对加速度计或地震计采集的振动信号进行滤波、积分补偿后, 修正原始干涉条纹相加, 从而采用后处理的方式实现测量数据去噪, 最终得到修正后的重力加速度值。

2021 年, 本课题组联合中国科学院测量科学与技术创新研究院完成冷原子重力仪船载绝对重力测量试验<sup>[18]</sup>, 图 3 是船在湖上航行过程中的一组实测振动噪声功率谱, 其振动噪声达到了  $10^{-3} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$  水平, 在  $T$  为 11 ms 条件下, 计算得到该振动噪声对原子干涉条纹相位贡献的标准差  $\sigma_a$  约为 76.0 mrad/shot, 对干涉仪重力测量系统噪声贡献的标准差  $\sigma_g$  为 3.93 mGal/shot。

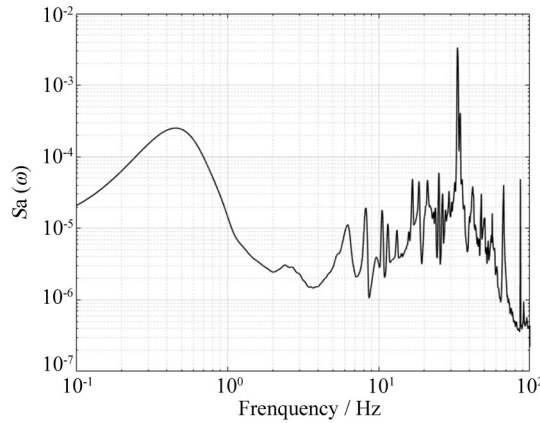


图3 湖上实验振动噪声功率谱密度

Fig. 3 Power spectral density of vibration and noise in lake experiment

### 2.1.2 拉曼光相位噪声

拉曼光相位噪声一般来源于拉曼光源和拉曼光光程扰动, 拉曼光相位波动作用于干涉末态的跃迁概率, 导致干涉相位波动, 进而引起重力测量噪声。

实际拉曼光相位变化呈现为随机噪声形式, 下面通过灵敏度函数法进行定量分析。设发生在干涉过程中任意时刻  $t$  的拉曼光相位跳变  $\delta\phi$ , 将导致最终跃迁概率变化  $\delta P(\delta\phi, t)$ , 灵敏度函数定义同 (3) 式, 表示干涉仪概率对拉曼光相位噪声的敏感程度。经计算, 各阶段的灵敏度函数为

$$g_\phi(t) = \begin{cases} 0 & t < -T \\ 0.5\sin \Omega(T+t) & -T \leq t < -T+\tau \\ 0.5 & -T+\tau \leq t < -\tau \\ -0.5\sin \Omega t & -\tau \leq t < \tau \\ -0.5 & \tau \leq t < T-\tau \\ -0.5\sin \Omega(T-t) & T-\tau \leq t < T \\ 0 & T \leq t \end{cases}, \quad (8)$$

式中  $\Omega$  和  $T$  分别为拉比频率和两束拉曼脉冲之间的时间间隔。

设  $H_\phi(\omega) = -i\omega G_\phi(\omega)$  为相位噪声传递函数,  $G_\phi(\omega)$  为灵敏度函数  $g_\phi(t)$  的傅里叶变换, 则相位噪声的权重函数为

$$H_\phi(\omega)^2 = \left( |\omega G_\phi(\omega)| \right)^2 = 16\sin(0.5\omega T)^2 \left( \sin 0.5\omega(T-2\tau) + (\omega/\Omega)\cos 0.5\omega T \right)^2 / \left( 1 - (\omega/\Omega)^2 \right)^2, \quad (9)$$

式中  $\tau$  为原子干涉脉冲持续时间。

拉曼光相位噪声对原子干涉相位的贡献为<sup>[21]</sup>

$$\sigma_\phi^2 = \int_0^\infty H_\phi(\omega)^2 S_\phi(\omega) d\omega, \quad (10)$$

式中  $S_\phi(\omega)$  为拉曼光相位噪声功率谱。

设  $\tau$  为 10  $\mu$ s,  $T$  为 50 ms, 则拉曼光相位噪声权重函数、模拟仿真的相位噪声功率谱密度函数以及两者的乘积与拉曼光相位噪声关系如图 4 所示。

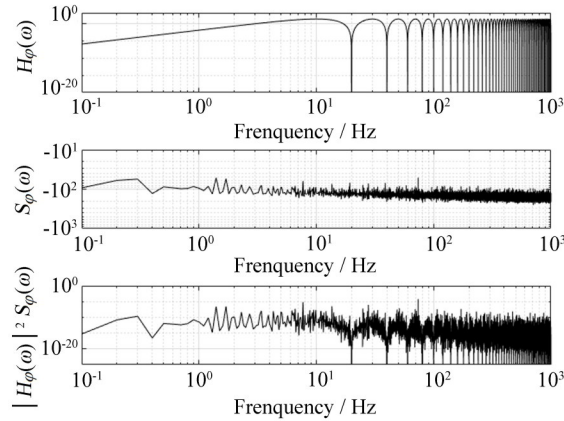


图4 拉曼光相位噪声权重函数、功率谱密度函数及两者乘积

Fig. 4 Raman optical phase noise weight function, power spectral density function and the product of the both

图4中模拟仿真的拉曼光相位噪声功率谱 $S_\phi(\omega)$ 达到了 $-10^2 \text{ dB} / \sqrt{\text{Hz}}$ 水平,可以根据(10)式通过其与权重函数的乘积并积分得到拉曼光相位噪声对原子干涉条纹相位贡献的标准差 $\sigma_\phi$ 约为2.23 mrad/shot,从而对重力测量灵敏度贡献的标准差 $\sigma_g = \sigma_\phi / k_{\text{eff}} T^2$ ,约为5.53  $\mu\text{Gal}/\text{shot}$ 。

拉曼光相位噪声的来源有很多,微波发生器的内部噪声,从属激光器的光放大,光束通过空气和各种光学元件(如保偏光纤)的独立传播等都会引起相位噪声<sup>[19]</sup>,可以通过降低微波发生器自身相噪、优化从属激光器以及更好地控制光纤温度等方法降低相位噪声。

### 2.1.3 磁场噪声

在冷原子团自由下落过程中,要经过光子能级选态及拉曼干涉过程,这两个阶段都需要一个竖直方向的量子化轴向磁场,即偏置磁场。该磁场为一个竖直方向上的均匀磁场,采用两个赫姆霍兹线圈来实现。偏置磁场的大小依据磁场环境而定,一般为几十到几百 mG 不等。在磁场的作用下,原子的能级和光谱线会出现分裂,称为塞曼效应,又分为一阶塞曼效应和二阶塞曼效应。通常选择对一阶塞曼效应不敏感的 $m_f=0$ 态的磁子能级作为跃迁能级,因而只需要考虑二阶塞曼频移。偏置磁场的均匀性及稳定性均会影响原子的拉曼干涉过程,若磁场不均匀则会引入磁场噪声,引起干涉相移,进而影响冷原子重力仪的噪声水平。

设干涉腔中的磁场强度为 $B$ ,失谐量为 $\delta_0$ , $\kappa$ 是二阶塞曼系数,为575.15 Hz/G<sup>2</sup>,则原子的能级移动为 $\kappa B^2$ 。在 $t$ 时刻引入一个磁场变化量 $\Delta B$ ,则磁场变为 $B + \Delta B$ ,略去二阶小量后失谐量变为 $\delta_0 + 2\kappa B \Delta B$ ,则与磁场变化量有关的灵敏度函数定义为<sup>[20]</sup>

$$g_B(t) = \lim_{\Delta B \rightarrow 0} \frac{P(\Delta B, t) - P(0, t)}{\Delta B} = \lim_{\Delta B \rightarrow 0} \frac{\delta P(\Delta B, t)}{\Delta B} = \frac{\partial P}{\partial \Delta B}, \quad (11)$$

计算得到如下形式

$$g_B(t) = \begin{cases} \kappa B(1 - \cos(t + T + 2\tau)\Omega)/\Omega & -(T + 2\tau) \leq t < -(T + \tau) \\ \kappa B/\Omega + \kappa B(t + T + \tau) & -(T + \tau) \leq t < -\tau \\ \kappa B/\Omega + \kappa B \sin(t + \tau) + \kappa B T & -\tau \leq t < \tau \\ \kappa B/\Omega + \kappa B(-t + T + \tau) & \tau \leq t < T + \tau \\ \kappa B(1 - \cos(-t + T + 2\tau)\Omega)/\Omega & T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \end{cases}, \quad (12)$$

式中 $\Omega$ 、 $T$ 和 $\tau$ 分别为拉比频率、两束拉曼脉冲之间的时间间隔和原子干涉脉冲持续时间。

设 $H_B(\omega) = -i\omega G_B(\omega)$ 为磁场噪声传递函数, $G_B(\omega)$ 为灵敏度函数 $g_B(t)$ 的傅里叶变换,则磁场噪声的权

重函数为

$$|H_B(\omega)|^2 = (|\omega G_B(\omega)|)^2 = 16\kappa^2 B^2 \Omega^2 \sin^2(0.5(T+2\tau)\omega) (\omega \cos 0.5(T+2\tau)\omega + \Omega \sin 0.5T\omega)^2 / \omega^2 (\omega^2 - \Omega^2)^2. \quad (13)$$

偏置磁场噪声对原子干涉相位的贡献为

$$\sigma_B^2 = \int_0^\infty |H_B(\omega)|^2 S_B(\omega) d\omega, \quad (14)$$

式中  $S_B(\omega)$  为干涉区磁场的功率谱密度。

设  $T$  为 50 ms, 则磁场噪声的权重函数、模拟仿真的磁场噪声功率谱密度函数以及两者乘积与磁场噪声关系如图 5 所示。

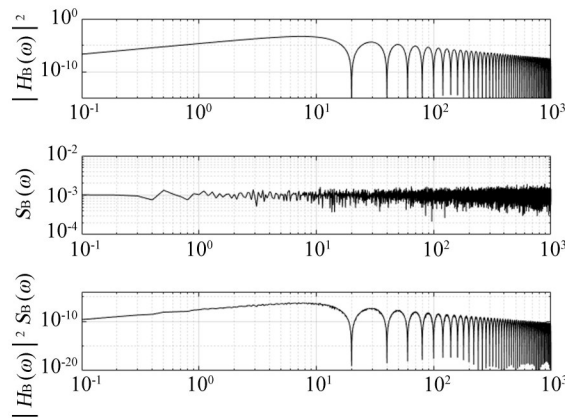


图 5 磁场噪声权重函数、功率谱密度函数及两者乘积

Fig. 5 Magnetic field noise weight function, power spectral density function and the product of the both

图 5 中模拟仿真的偏置磁场噪声功率谱  $S_B(\omega)$  达到了  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ G} / \sqrt{\text{Hz}}$  水平, 根据(14)式, 通过其与权重函数的乘积并积分得到偏置磁场噪声对原子干涉条纹相位贡献的标准差  $\sigma_B$  约为 2.10 mrad/shot, 从而对重力测量灵敏度贡献的标准差  $\sigma_g = \sigma_B / k_{\text{eff}} T^2$ , 约为  $5.21 \mu\text{Gal}/\text{shot}$ 。

在实际的重力测量过程中, 系统会受到各种磁场的干扰, 比如地磁场、周围铁磁物质产生的磁场以及仪器设备等产生的交变电磁场等。为降低磁场噪声对冷原子重力仪的影响, 一般采用坡莫合金作为磁屏蔽装置材料, 屏蔽后内部磁场可降至几个 mG, 甚至更低。

## 2.2 系统效应

冷原子重力仪在实验室内工作时, 通常都有稳定的工作环境, 而在室外环境进行动态重力测量时, 移动和运输是一个重要的环节, 从一个测量点搬运至另一测量点的过程中会带来一些系统效应, 比如地球自转对运动载体的影响和稳定平台水平修正角的影响。

### 2.2.1 科里奥利力

重力是万有引力与地球自转产生的离心力的合力。当进行动态重力测量时, 测量载体速度与地球自转速度合成使离心力发生变化, 导致观测重力与实际重力不符, 这就是科里奥利力效应导致的。

科里奥利力源于旋转坐标系中, 直线运动物体由于惯性产生的相对旋转坐标系的轨迹偏移, 而重力仪固定在地球这个旋转坐标系上, 于是载体在运动状态下, 重力仪受到科里奥利力的影响, 重力测量值需进行修正, 修正量  $\delta a_c$  可以表示为



$$\delta a_c = 2\Omega_E v \sin H \cos \varphi + \frac{v^2}{R_E}, \quad (15)$$

式中:  $\Omega_E$  为地球自转角速度,  $R_E$  为地球半径,  $\varphi$  为载体所在纬度,  $v$  是载体运动速度,  $H$  为载体航向。

对(15)式两边求微分, 可得

$$d\delta a_c = (2\Omega_E \sin H \cos \varphi + \frac{2v}{R_E})dv + 2\Omega_E v \cos H \cos \varphi dH - 2\Omega_E v \sin H \sin \varphi d\varphi, \quad (16)$$

可以看出, 对于运动状态中的原子重力仪, 航向、速度及纬度测量值的精度直接影响科里奥利力修正量的精度, 进而影响高精度重力测量。假设航向、速度及纬度的信息均由 GPS 给出, 下面通过仿真来进一步分析, 仿真的条件是载体初始速度约为 7.7m/s (15 节), 所处纬度为 30°。

图 6 为航向偏差对科里奥利力修正量的影响, 航向偏差分别取 0.5°、1°、1.5°, 目前 GPS 航向精度优于 1°, 由图可知航向角偏差引起的偏差最多为 1.7 mGal。

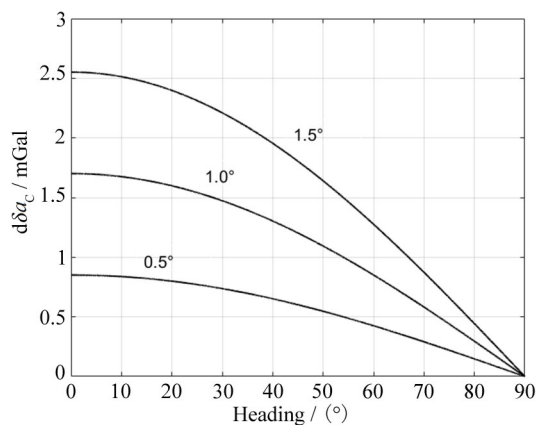


图 6 航向偏差对科里奥利力修正量的影响

Fig. 6 Influence of heading deviation on Coriolis force correction

图 7 为速度偏差对科里奥利力修正量的影响, 速度偏差分别取 0.05、0.1、0.15 m/s。目前 GPS 速度精度优于 0.1 m/s, 由图可知速度偏差引起的偏差最多为 1.3 mGal。

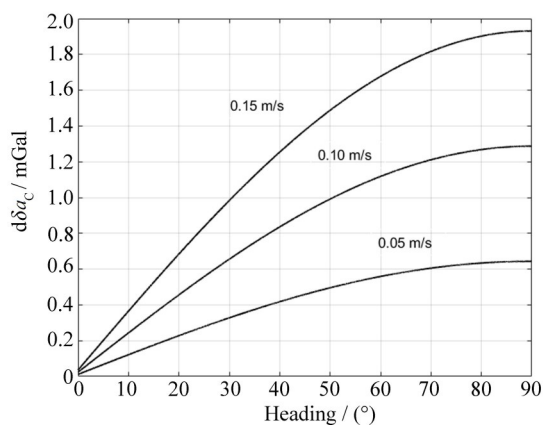


图 7 速度偏差对科里奥利力修正量的影响

Fig. 7 Influence of speed deviation on Coriolis force correction

图 8 为纬度偏差对科里奥利力修正量的影响, 纬度偏差分别取 0.5''、1''、1.5''。目前 GPS 纬度精度优于 1'', 由图可知纬度偏差引起的偏差最多为 0.27  $\mu$ Gal, 该值远小于另外两项产生的偏差值。

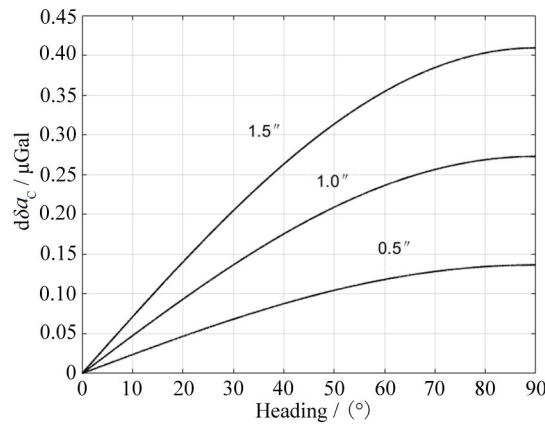


图 8 纬度偏差对科里奥利力修正量的影响

Fig. 8 Influence of Latitude Deviation on Coriolis Force Correction

### 2.2.2 稳定平台倾斜角

冷原子重力仪工作时往往搭载惯性稳定平台, 而平台的倾斜难以避免, 当考虑载体水平方向的加速度后, 平台的倾斜使得载体水平加速度在重力仪垂向敏感轴产生分量, 此时重力仪测量值并非真正重力垂线方向上的加速度, 故需进行稳定平台倾斜修正。

平台倾斜修正量  $\delta a_T$  可以表示为<sup>[21]</sup>

$$\delta a_T = [f_x^2 + f_y^2 - (a_e + C_e - \delta g_e)^2 - (a_n + C_n - \delta g_n)^2] / 2g_m, \quad (17)$$

式中:  $f_x$  和  $f_y$  分别为稳定平台的横向和纵向水平加速度,  $a_e$  和  $a_n$  分别为运动载体东向和北向水平加速度,  $\delta g_e$  和  $\delta g_n$  分别为扰动重力加速度的东向和北向分量,  $g_m$  为重力加速度测量值,  $C_e$  和  $C_n$  分别为科里奥利力加速度的东向和北向分量。  $C_e$  和  $C_n$  计算式分别为

$$C_e = \left( \frac{v_e}{R_E} + 2\Omega_E \cos \varphi \right) (-v_n) \tan \varphi, \quad (18)$$

$$C_n = \left( \frac{v_e}{R_E} + 2\Omega_E \cos \varphi \right) v_e \tan \varphi, \quad (19)$$

式中:  $v_e$ 、 $v_n$  分别为载体速度的东向、北向分量,  $R_E$  为地球半径,  $\Omega_E$  为地球自转角速度,  $\varphi$  为载体所在纬度。

下面针对平台倾斜角偏差对修正量的影响进行仿真, 仿真的条件为水平加速度约为  $0.1 \text{ m/s}^2$ , 平台倾斜角的变化范围在  $-3^\circ \sim 3^\circ$  之间, 当倾斜角偏差达到  $1'$  时, 平台倾斜重力修正量产生的影响如图 9 所示, 由图可得, 当倾斜角偏差达到  $1'$  时, 产生的倾斜角偏差量最大可以达到  $0.42 \text{ mGal}$ 。

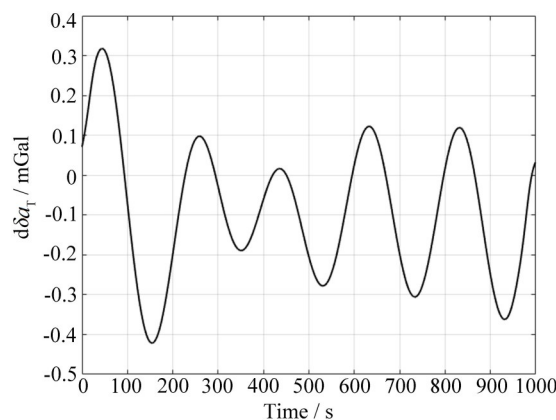


图 9 倾斜角偏差对稳定平台修正量的影响

Fig. 9 Influence of tilt angle deviation on stable platform correction

## 2.3 结果分析

按照完成一次重力测量的时间为 1 s 计算, 结合前文建立的噪声与系统效应模型与分析方法, 冷原子干涉重力测量噪声与系统效应定量分析结果如表 1 所示。分析结果表明:  $10^{-5} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$  水平的振动噪声的影响约 18.59  $\mu\text{Gal}$ ,  $-10^2 \text{ dB} / \sqrt{\text{Hz}}$  水平的拉曼光相位噪声的影响约 5.53  $\mu\text{Gal}$ ,  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ G} / \sqrt{\text{Hz}}$  水平的磁场噪声的影响约 5.21  $\mu\text{Gal}$ 。此外,  $1^\circ$  的航向角偏差或 0.1 m/s 的速度偏差对科里奥利力修正量的影响可达到 1 mGal 以上,  $1'$  的倾斜角偏差对稳定平台修正量的影响也可达 0.42 mGal。

表 1 冷原子干涉重力测量噪声与系统效应定量分析结果

Table 1 Quantitative analysis results of cold atom interferometric gravity measurement noise and system effect

Source of measurement noise, system effect	Level of noise, system effect	Influence on gravity measurement
Vibration noise	$10^{-5} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$	18.59 $\mu\text{Gal}$
	$10^{-3} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$	3.93 mGal
Raman optical phase noise	$-10^2 \text{ dB} / \sqrt{\text{Hz}}$	5.53 $\mu\text{Gal}$
Magnetic field noise	$10^{-4} - 10^{-3} \text{ G} / \sqrt{\text{Hz}}$	5.21 $\mu\text{Gal}$
Coriolis correction. heading	$1^\circ$	$\leq 1.7 \text{ mGal}$
Coriolis correction. velocity	0.1 m/s	$\leq 1.3 \text{ mGal}$
Coriolis correction. latitude	$1''$	$\leq 0.27 \mu\text{Gal}$
Tilt angle correction of stable platform	$1'$	$\leq 0.42 \text{ mGal}$

## 3 总 结

对冷原子重力仪测量中噪声与系统效应机理进行了定量分析, 建立了影响冷原子重力仪的主要噪声与系统效应的数学模型, 通过仿真评估了振动噪声、拉曼光相位噪声和磁场噪声对重力测量灵敏度的贡献。特别是动态应用条件下, 定量分析了航向角偏差、速度偏差和纬度偏差对科里奥利力修正量的影响, 以及倾斜角偏差对稳定平台倾斜角修正量的影响。仿真和部分实测数据表明, 各噪声被限制到特定时, 其对原子干涉灵敏度的影响可达  $\mu\text{Gal}$  级, 而系统效应带来的影响可达 mGal 级, 不容忽视。冷原子重力仪具备高灵敏度、高精度动态重力测量的优势, 动态条件下如何进一步减小噪声和系统效应带来的影响是后续值得深入研究的方向。

## 参考文献:

- [1] Hu Z K, Sun B L, Duan X C, *et al.* Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter [J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043610.
- [2] Geiger R, Landragin A, Merlet S, *et al.* High-accuracy inertial measurements with cold-atom sensors [J]. *AVS Quantum Science*, 2020, 2(2): 024702.
- [3] Peters A, Chung K Y, Chu S. High-precision gravity measurements using atom interferometry [J]. *Metrologia*, 2001, 38(1): 25-61.

- [4] Schmidt M, Prevedelli M, Giorgini A, *et al.* A portable laser system for high-precision atom interferometry experiments [J]. *Applied Physics B-Lasers and Optics*, 2011, 102(1): 11-18.
- [5] Bidel Y, Carraz O, Charriere R, *et al.* Compact cold atom gravimeter for field applications [J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(14): 144107.
- [6] Wu X A. *Gravity Gradient Survey with a Mobile Atom Interferometer* [D]. California: Stanford University, 2009.
- [7] Wu X J, Pagel Z, Malek B S, *et al.* Gravity surveys using a mobile atom interferometer [J]. *Science advances*, 2019, 5(9): eaax0800.
- [8] Bidel Y, Zahzam N, Blanchard C, *et al.* Absolute marine gravimetry with matter-wave interferometry [J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 627.
- [9] Bidel Y, Zahzam N, Bresson A, *et al.* Absolute airborne gravimetry with a cold atom sensor [J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(2): 20.
- [10] Wang S K, Zhao Y, Zhuang W, *et al.* Shift evaluation of the atomic gravimeter NIM-AGRb-1 and its comparison with FG5X [J]. *Metrologia*, 2018, 55(3): 360-365.
- [11] Huang P W, Tang B, Chen X, *et al.* Accuracy and stability evaluation of the  $^{85}\text{Rb}$  atom gravimeter WAG-H5-1 at the 2017 international comparison of absolute gravimeters [J]. *Metrologia*, 2019, 56(4): 045012.
- [12] Fu Z J, Wu B, Cheng B, *et al.* A new type of compact gravimeter for long-term absolute gravity monitoring [J]. *Metrologia*, 2019, 56(2): 025001.
- [13] Cheng B, Zhou Y, Chen P J, *et al.* Absolute gravity measurement based on atomic gravimeter under mooring state of a ship [J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(4):1-16.  
程 冰, 周 寅, 陈佩军, 等. 船载系泊状态下基于原子重力仪的绝对重力测量 [J]. 物理学报, 2021, 70(4): 040304.
- [14] Le Gouet J, Mehlstaubler T E, Kim J, *et al.* Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter [J]. *Applied Physics B-Lasers and Optics*, 2008, 92(2): 133-144.
- [15] Takase K. *Precision Rotation Rate Measurements with a Mobile Atom Interferometer* [D]. California: Stanford University, 2008.
- [16] Tang B, Zhou L, Xiong Z Y, *et al.* A programmable broadband low frequency active vibration isolation system for atom interferometry [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2014, 85(9):093109.
- [17] Cheinet P, Canuel B, Dos Santos F P, *et al.* Measurement of the sensitivity function in a time-domain atomic interferometer [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2008, 57(6):1141-1148.
- [18] Che H, Li A, Fang J, *et al.* Ship-borne dynamic absolute gravity measurement based on cold atom gravimeter [J]. *Acta Physica Sinica*, 2022, 71(11): 148-156.  
车 浩, 李 安, 方 杰, 等. 基于冷原子重力仪的船载动态绝对重力测量实验研究 [J]. 物理学报, 2022, 71(11): 148-156.
- [19] Yver-Leduc F, Cheinet P, Fils J, *et al.* Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor [J]. *Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics*, 2003, 5(2): S136-S142.
- [20] Petelski T. *Atom Interferometers for Precision Gravity Measurements* [D]. Firenze: Firenze University, 2005.
- [21] Liu M, Huang M T, MA Y Y, *et al.* A modified correction model for platform tilt in air-sea-borne gravimetry [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(4): 586-591.  
刘 敏, 黄谟涛, 马越原, 等. 海空重力测量平台倾斜改正修正模型 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(4): 586-591.