

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.05.008

锁定参数与光钟稳定度关系的研究

张宝林^{1,2}, 马子晓^{1,2}, 黄垚¹, 管桦^{1*}, 高克林¹

(1 中国科学院精密测量科学与技术创新研究院, 中国科学院原子频标重点实验室, 湖北 武汉 430071;
2 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 从量子力学原理出发, 结合光钟的锁定算法, 分析了光钟输出频率噪声的产生机制; 并以钙离子光钟为例, 用蒙特卡洛方法在计算机上模拟了光钟运行, 获得光钟的稳定度, 且在同样参数下, 与实验测得的稳定度进行了比较, 结果表明两者具有较好的一致性。同时, 通过修改光钟运行中的参数, 研究了反馈周期内每个频率点探测离子次数 N 、增益系数 g 及激光的线性漂移对光钟稳定度的影响。结果表明光钟的秒稳对每个反馈周期内探测离子的次数 N 不敏感; 且在 $g > 0.45$ 时, 稳定度开始变差; 此外, 相对于钟激光的线性漂移, 量子投影噪声对稳定度起主导作用。本研究提出的模拟光钟运行的方法能方便地应用到其他离子与原子光钟上, 可对不同实验参数下光钟的稳定度进行评估。

关键词: 量子光学; 稳定度; 蒙特卡洛方法; 光频比对

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2023)05-00694-06

Research on relationship between locking parameters and stability of optical clocks

ZHANG Baolin^{1,2,3}, MA Zixiao^{1,2,3}, HUANG Yao^{1,2}, GUAN Hua^{1*}, GAO Kelin^{1,2}

(1 Key Laboratory of Atomic Frequency Standards, Innovation Academy for Precision Measurement Science and Technology, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;
2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Based on the principles of quantum mechanics and the locking algorithm of optical clocks, the generation mechanism of the optical clock output frequency noise is analyzed. Stabilities of single-ion optical clocks was derived from the results of Monte-Carlo simulations and compared with the experimental results. The times of the single ion interrogated by clock laser in each frequency feedback cycle N , and the gain coefficient g , were scanned respectively in simulation to studying the relationship between these parameters and the stabilities of optical clocks. Results show that the 1s stability of the optical clocks is insensitive to N and will degrade when $g > 0.45$. In addition, compared to the quantum projection noise, stabilities caused by the clock laser's linear drift is negligible. The proposed simulation

基金项目: 国家重点研发计划 (2017YFA0304401, 2018YFA0307500), 国家自然科学基金 (11622434, 11774388, 11634013, 91736310), 中国科学院先导专项B类 (XDB21030100)

作者简介: 张宝林 (1990 -), 博士生, 主要从事钙离子光钟方面的研究。E-mail: blzhang@wipm.ac.cn

导师简介: 管桦 (1979 -), 博士, 研究员, 主要从事钙离子光钟及囚禁离子精密谱方面的研究。E-mail: guanhua@wipm.ac.cn

收稿日期: 2021-10-13; 修改日期: 2021-11-08

*通信作者。

method of single-ion optical clocks can be easily achieved and applied to evaluate the stability of optical clocks with custom parameters.

Key words: quantum optics; stability; Monte-Carlo method; optical frequency comparison

0 引言

光钟是提供时频基准的装置,其原理是将激光的频率锁定在原子的跃迁谱线上^[1]。相较于晶振或超稳腔等参考源,原子的跃迁谱线受外界环境影响更小且易于被评估,能提供更好的频率准确度与长期稳定度,故被用来做时间标准及验证基本物理理论等^[2-6]。不确定度与稳定度是光钟的重要指标,目前已报道的不确定度最好的光钟是NIST的²⁷Al⁺光钟,其不确定度为 9.4×10^{-19} 、稳定度为 $1.5 \times 10^{-15} / \sqrt{\tau}$ (τ 是平均时间)^[7];稳定度最好的光钟是JILA的⁸⁷Sr原子光钟,其稳定度为 $4.8 \times 10^{-17} / \sqrt{\tau}$ ^[8]。

本文以钙离子光钟为例,分析了光钟的锁定原理及稳定度的产生机理。在只考虑量子投影噪声的情况下,用蒙特卡洛方法模拟了光钟的运行,由此得到了光钟的稳定度,并详细研究了锁定参数对光钟稳定度的影响。

1 光钟的锁定及其稳定度分析

光钟的运行是将钟激光的频率锁定在原子跃迁谱线上,这需要实时获取激光频率与跃迁谱线中心间的频率差,再通过声光调制器(AOM)将钟激光的频率补偿至跃迁谱线的中心^[9]。对Rabi跃迁,通过测量两个不同频率点的跃迁几率来获得误差信号,这两个频率测量点的间隔为跃迁谱线的线宽^[10]。由于只有单个离子被探测,为了得到某频率下对应的跃迁几率,需要在相同参数下重复探测多次。设总探测次数为 N ,在频率点 f_- 与 f_+ 处测得离子成功发生跃迁的次数分别为 n_- 与 n_+ ,频率补偿值表示为^[9,11]

$$e = g\Delta\nu \frac{p_+ - p_-}{p_+ + p_-} = g\Delta\nu \frac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-}, \quad (1)$$

式中: g 是增益系数,一般在 $0 \sim 1$ 之间; $\Delta\nu$ 是光钟锁定时谱线的线宽; $p_+ = n_+/N$ 与 $p_- = n_-/N$ 分别为在频率点 f_+ 和 f_- 处测得的跃迁几率。

由量子力学可知,跃迁几率的测量噪声为^[12]

$$n = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}, \quad (2)$$

式中 p 为跃迁几率。测量结果 p_+ 或 p_- 会在其期望值附近抖动,测量次数越多抖动越小,但需要更长的测量时间。光钟的输出频率靠误差信号修正,同样受量子投影噪声影响,用稳定度描述,一般通过Allan偏差得到^[3]。

2 光钟的模拟锁定及其稳定度

由于量子投影噪声的存在,光钟的输出频率在其绝对频率附近抖动^[10]。为了定量分析,本研究通过蒙特卡洛方法模拟了光钟的运行。基本思路如下:首先设误差信号为某个随机值,解布洛赫方程得到离子的跃迁谱线及两个频率探测点对应的跃迁几率,称之为跃迁几率的期望值。为了读取离子与激光作用后所处的能级,每次读取离子态看作生成一个0到1的随机数,若该随机数小于跃迁几率的期望值,则认为激光成功让离

子从基态跃迁至激发态,反之则认为离子未被激发。如此重复探测 N 次,分别记频率测量点 f_- 和 f_+ 处对应离子发生跃迁的次数 n_- 与 n_+ ;再由 (1) 式计算频率补偿值,将其补偿至激光频率。模拟两台独立光钟的运行,并根据它们的输出频率差得到 Allan 方差。由于两台光钟的稳定度一样,故单台光钟的稳定度为它们频率差稳定度的 $1/\sqrt{2}$ ^[12]。

图 1 是模拟得到的两台光钟的频率差,模拟中用 Rabi 探测,探测时间为 80 ms, $N=10$, $g=0.4$ 。为了验证模拟的正确性,进行了两台 Ca^+ 光钟的频率比对实验,并设置实验与模拟参数相同。实验中两台 Ca^+ 光钟的时序同步,但独立运行,且共用钟激光^[13,14]。根据模拟与实验得到的两台光钟的频率差求得单台光钟的 Allan 偏差,分别如图 2 中的黑色与红色圆点所示。模拟与实验得到的稳定度分别为 $2.4 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$ 与 $3.6 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$,实验得到的稳定度较模拟差的原因主要有两方面:1) 实验中态制备的效率仅有 90%,且考虑退相干等效应,共振时谱线的跃迁几率约为 0.85,而模拟中是 1;2) 实验中每次探测约有 20 ms 左右的死时间,Dict 效应会使光钟的稳定度变差。考虑上述因素后,可认为两者符合得较好^[9]。

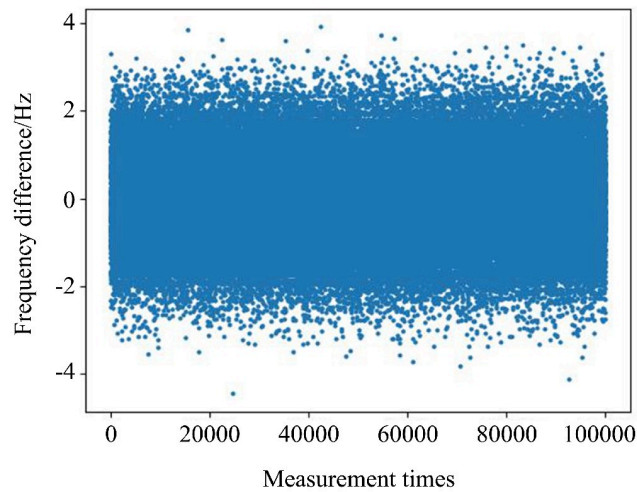


图 1 两台光钟的频率差

Fig. 1 Frequency difference between two optical clocks

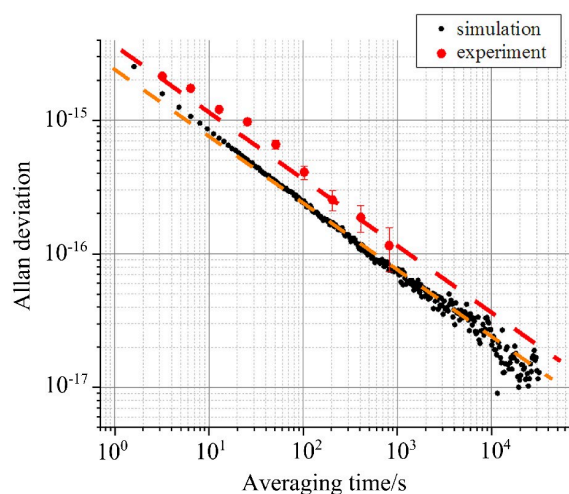


图 2 实验与模拟得到的稳定度

Fig. 2 Stability obtained by experiment and simulation

对钙离子光钟, 其钟跃迁为 $4s\ ^2S_{1/2} - 3d\ ^2D_{5/2}$, 共有 10 条 Zeeman 谱线^[11,15]。实验中一般锁定包含 $|m_J|=1/2, 3/2, 5/2$ 的三对 Zeeman 峰以消除一阶 Zeeman 频移与电四极频移, 光钟的输出频率为所有 Zeeman 峰的平均^[15,16]。光钟模拟锁定的数据显示, 锁定单个 Zeeman 峰与上述三对 Zeeman 峰得到的秒稳一样。为了节约模拟时间, 只选择单个 Zeeman 峰锁定。

3 锁定参数对稳定度的影响

光钟锁定过程中, 影响频率反馈的关键参数是每个频率点探测离子的次数 N 与增益系数 g , 同时钟激光的漂移也可能会影响钟激光输出频率的稳定度。通过在模拟中扫描 N 与 g 与激光线性漂移率 k (单位为 Hz/s), 得到了对应的稳定度曲线及其秒稳^[11]。

模拟锁定中均用 Rabi 激发, 探测时间为 80 ms, 得到 N 、 g 与 k 对光钟稳定度的影响, 如图 3、图 4 所示, 所有模拟结果均只考虑了量子投影噪声与钟激光的线型漂移, 且 $k < 0.16$ Hz/s, 实验中钟激光的线型漂移率 $k_e < 0.05$ Hz/s。结论如下: 1) 当光钟的秒稳在小系数 10^{-15} 量级时, 钟激光线型漂移对光钟稳定度的影响相对

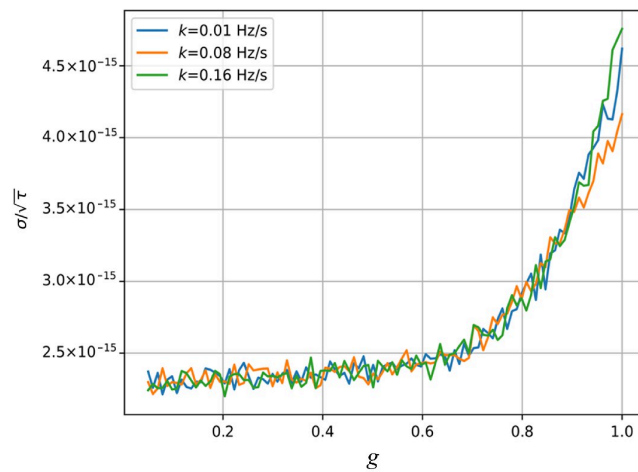


图 3 秒稳与系数 g 、 k 的关系

Fig. 3 Stability versus parameters g and k

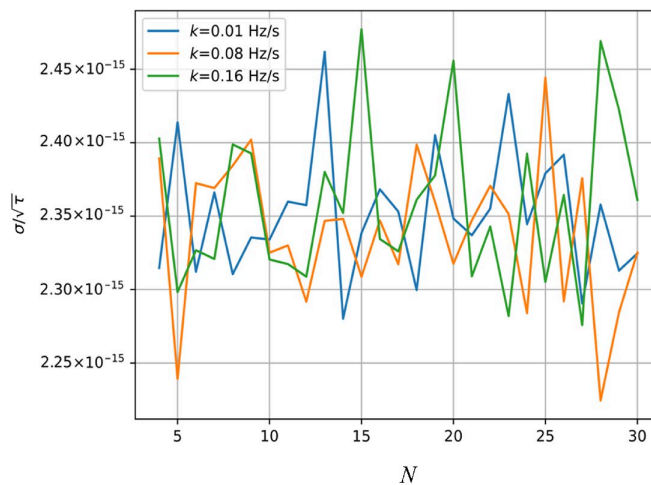


图 4 稳定度与系数 N 与 k 的关系

Fig. 4 Stability versus parameters N and k

于量子投影噪声可忽略; 2) 增益系数 $g > 0.45$ 时, 稳定度较开始变差, 原因是误差信号大于激光与跃迁谱线中心差值, 钟激光的频率被过量补偿; 3) 光钟的稳定度对每个频率点的探测次数 N 不敏感, 因为 N 大时虽然可以得到更小的跃迁几率噪声 (跃迁几率的测量噪声正比于 $1/\sqrt{N}$), 但反馈周期更长, 对应的秒稳不变。

考虑到实验条件, 当前报道的较好的单离子光钟的秒稳在小系数 10^{-15} 量级^[7, 10, 15, 17], 经过线漂补偿后, 钟激光的线性漂移率小于 50 mHz/s ; 且光钟锁定时每个频率点的探测次数一般小于 20 ^[11]。模拟中用到的参数完全包含了实验参数, 故上述模拟对实验有较好的指导作用, 实验中增益系数 g 的取值应小于 0.45 , 且不用去优化每个频率点的探测次数 N , 因为其不影响稳定度。

4 结 论

分析了由量子投影噪声转化为光钟输出频率噪声的内部机制, 并根据钟跃迁谱线及锁定算法实现了光钟的模拟运行, 从而得到了单台光钟的稳定度, 并将模拟结果与相同实验条件下的结果进行了对比, 两者符合较好。此外, 还研究了光钟锁定中每个频率点的探测次数 N 、增益系数 g 及钟激光的线性漂移对光钟稳定度的影响。结果显示当钟激光的线型漂移率 $k < 0.16 \text{ Hz/s}$ 时, 光钟的秒稳受钟激光的线性漂移影响较小。实验上, 补偿后钟激光的线型漂移率 $k_e < 0.05 \text{ Hz/s}$, 故实验条件下, 只从稳定度出发, 没有必要经常优化甚至实时优化钟激光的线型漂移率。且当 $N < 30$ 时, 光钟的稳定度不随 N 而变化, 但若激光噪声较大时, N 的最佳取值可能会受激光噪声的影响; 若光钟的频率按 1) 式修正, 且激光频率漂移率 $k < 0.16 \text{ Hz/s}$ 、 $g > 0.45$ 时, 由于频率被过度补偿, 稳定度开始变差, 但若激光频率变化较快, 则需要更大的增益系数 g 。本研究用到的模拟锁定方法也可方便地用于其他的原子或离子光钟, 以评估不同实验参数下光钟的稳定度。

参考文献:

- [1] Hong F L. Optical frequency standards for time and length applications [J]. *Measurement Science and Technology*, 2017, 28(1): 012002.
- [2] Riehle F, Gill P, Arias F, *et al.* The CIPM list of recommended frequency standard values: Guidelines and procedures [J]. *Metrologia*, 2018, 55(2): 188-200.
- [3] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, *et al.* Optical atomic clocks [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 637-701.
- [4] McGrew W F, Zhang X, Fasano R J, *et al.* Atomic clock performance enabling geodesy below the centimetre level [J]. *Nature*, 2018, 564(7734): 87-90.
- [5] Huang Y, Zhang H Q, Zhang B L, *et al.* Geopotential measurement with a robust, transportable Ca^+ optical clock [J]. *Physical Review A*, 2020, 102(5): 050802.
- [6] Sanner C, Huntemann N, Lange R, *et al.* Optical clock comparison for Lorentz symmetry testing [J]. *Nature*, 2019, 567(7747): 204-208.
- [7] Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, *et al.* $^{27}\text{Al}^+$ quantum-logic clock with a systematic uncertainty below 10^{-18} [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(3): 033201.
- [8] Oelker E, Hutson R B, Kennedy C J, *et al.* Demonstration of 4.8×10^{-17} stability at 1 s for two independent optical clocks [J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(10): 714-719.
- [9] Peik E, Schneider T, Tamm C. Laser frequency stabilization to a single ion [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2006, 39(1): 145-158.

- [10] Dubé P, Madej A A, Shiner A, *et al.* $^{88}\text{Sr}^+$ single-ion optical clock with a stability approaching the quantum projection noise limit [J]. *Physical Review A*, 2015, 92(4): 042119.
- [11] Zhang B L, Huang Y, Zhang H Q, *et al.* Progress on the $^{40}\text{Ca}^+$ ion optical clock [J]. *Chinese Physics B*, 2020, 29(7): 074209.
- [12] Barwood G P, Huang G, King S A, *et al.* Frequency noise processes in a strontium ion optical clock [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2015, 48(3): 035401.
- [13] Song H F, Zeng M Y, Huang Y, *et al.* Optimization of polarization matching in fiber coupling [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2018, 35(3): 374-378.
宋红芳, 曾孟彦, 黄 垚, 等. 光纤耦合中的偏振匹配优化 [J]. 量子电子学报, 2018, 35(3): 374-378.
- [14] Shao H, Huang Y, Xie Y, *et al.* Pulse sequence generation with high-performance for $^{40}\text{Ca}^+$ optical frequency standard [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2015, 32(6): 668-672.
邵 虎, 黄 垚, 谢 艺, 等. 用于钙离子光频标的高性能脉冲时序产生方法 [J]. 量子电子学报, 2015, 32(6): 668-672.
- [15] Zhang B L, Huang Y, Hao Y M, *et al.* Improvement in the stability of a $^{40}\text{Ca}^+$ ion optical clock using the Ramsey method [J]. *Journal of Applied Physics*, 2020, 128(14): 143105.
- [16] Dubé P, Madej A A, Zhou Z C, *et al.* Evaluation of systematic shifts of the $^{88}\text{Sr}^+$ single-ion optical frequency standard at the 10^{-17} level [J]. *Physical Review A*, 2013, 87(2): 023806.
- [17] Dörscher S, Huntemann N, Schwarz R, *et al.* Optical frequency ratio of a $^{171}\text{Yb}^+$ single-ion clock and a ^{87}Sr lattice clock [J]. *Metrologia*, 2021, 58(1): 015005.