

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.05.005

基于 IBM Qiskit 的 QRMW 模型及算法实现

朱尚超, 刘志飞, 魏战红*, 臧一鸣, 孙文韬

(北京石油化工学院信息工程学院, 北京 102600)

摘要: 为了进一步验证 QRMW (Quantum representation of multi-wavelength images) 模型的正确性, 在 IBM 量子计算框架 Qiskit 上分别制备了 2×2 大小与 32×32 大小的 QRMW 量子图像的量子态, 提出了一种 QRMW 图像的颜色通道交换算子和 QRMW 图像的颜色置乱算子, 并给出了它们实现的量子线路, 进而在 IBM Qiskit 环境下对新提出的算子进行了仿真实验。研究结果证实了 QRMW 模型的可行性以及所提出算子的可行性与正确性。

关键词: 图像处理; 量子图像; 量子算法; 量子图像处理

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1007-5461(2023)05-00666-11

QRMW model and algorithm implementation based on IBM Qiskit

ZHU Shangchao, LIU Zhifei, WEI Zhanhong*, ZANG Yiming, SUN Wentao

(School of Information Engineering, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102600, China)

Abstract: To further verify the validity of the quantum representation of multi-wavelength images (QRMW) model, the quantum states of the QRMW quantum images of with 2×2 sizes and 32×32 sizes respectively were prepared on Qiskit, IBM's quantum computing framework, and a color channel switching operator for QRMW images and a color disarray operator for QRMW images, as well as their implementation quantum lines, are proposed. Furthermore, simulation implementation of the newly proposed operator is carried out in the IBM Qiskit environment. The results confirm the feasibility of QRMW model and the feasibility and correctness of the proposed operators.

Key words: image processing; quantum image; quantum algorithm; quantum image processing

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金 (61702040); 北京市教委科研计划一般项目 (KM201810017006); 北京市自然科学基金青年项目 (4174089)

作者简介: 朱尚超 (1995 -), 浙江杭州人, 研究生, 主要从事量子图像处理方面的研究。E-mail: shangchaozhu@gmail.com

导师简介: 魏战红 (1985 -), 女, 山东临沂人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事图像处理、量子信息隐藏及工业控制网络信息安全方面的研究。E-mail: weizhanhong@bipt.edu.cn

收稿日期: 2021-09-22; **修改日期:** 2021-12-06

*通信作者。

0 引言

量子图像处理利用量子计算的特性来存储、分析、处理图像数据,其研究主要包括两个部分:量子图像表示和量子图像处理算法。目前,量子图像表示模型主要有 Qubit Lattice^[1]、Real Ket^[2]、Entangled Image^[3]、FRQI^[4]、NEQR^[5]、MCQI^[6]、QUALI^[7]、NAQSS^[8]、GQIR^[9]、NCQI^[10]。其中,FRQI 模型首次提出使用概率幅来存储颜色信息,但是有颜色信息难以提取的缺点;NEQR 模型首次使用量子比特的基础态来存储编码颜色信息,但是需要花费比 FRQI 模型更多的量子比特。此外,量子图像处理算法不断涌现,研究领域主要集中在图像分割^[11]、几何变换^[12]、图像插值^[13]、量子水印^[14]、特征提取^[15]、图像置乱^[16]和形态学图像处理^[17]。

在现存模型中,能够表示彩色图像的量子图像表示模型仍较少。Sun 等^[6]于 2013 年提出的 MCQI 模型在 FRQI 模型的基础上用三个量子比特的相位信息来表示图像的 RGB 三通道颜色信息,MCQI 模型在表示彩色图像时虽然花费的量子比特较少,但是颜色信息存储于概率幅之中,使得构建量子图像的时间开销较大且难以还原;Jiang 等^[10]于 2016 年提出的 NCQI 模型在 NEQR 模型的基础上用扩展 16 位量子比特 (NEQR 为 8 位,NCQI 为 24 位) 来表示彩色图像信息,NCQI 模型虽然将颜色信息存储于基础态中,但是花费的量子比特较多,空间复杂度高;ŞahİN 等^[18]于 2018 年提出的 QRMW 模型在 MCQI 和 NCQI 模型的基础上,通过增加颜色通道索引量子比特的方式减少了在表示彩色图像时所需的量子比特数量,保持了 NCQI 模型将颜色信息存储于基础态中的优点,同时极大地降低了空间复杂度。

本文在 IBM Qiskit 计算框架下搭建了量子计算仿真环境^[19],在搭建的环境下制备了 QRMW 图像的量子态,并对所提出的 QRMW 图像的颜色通道交换算子和图像置乱算子进行了实验,实验结果说明了 QRMW 模型和所提出算子的可行性和正确性。

1 QRMW 模型

QRMW 量子图像表示模型是基于 NCQI 模型的改进,能够在量子计算机上存储和处理彩色图像。QRMW 量子图像表示模型可表示为

$$|I\rangle = \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{M=0}^{2^q-1} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |M\rangle |C(M, Y, X)\rangle |YX\rangle, \quad (1)$$

任意 QRMW 量子图像都以 (1) 式所表示的形式存储于量子叠加态中。该量子态由三部分组成,其中 X、Y 表示图像像素的位置信息,值域范围分别为 $[0, 2^n - 1]$ 、 $[0, 2^n - 1]$; M 表示色彩通道,00 表示 R 通道,01 表示 G 通道,10 表示 B 通道; $C(M, Y, X)$ 表示对应像素和颜色通道的色彩信息,其表达式为

$$|C(M, Y, X)\rangle = \underbrace{|C_{q-1} C_{q-2} \cdots C_0\rangle}_{\text{ColorValue}}. \quad (2)$$

由此,计算得到任意 $2^n \times 2^n$ 尺寸、且 RGB 三通道色域范围为 $[0, 2^q - 1]$ 的彩色图像需要 $2n + q + 2$ 个量子比特,即 QRMW 模型所需的空间复杂度为 $O(n)$ 。以制备一个 $2 \text{ pixel} \times 2 \text{ pixel}$ 的彩色图像为例,其 QRMW 模型的表达方式如图 1 所示,与之对应的制备线路如图 2 所示。

表 1 说明 QRMW 模型与其他 7 种量子图像表示模型 (QIR) 在表示同等像素规模的灰度图像 (GI) 和彩色

图像 (CI) 时使用的像素编码方式和所需量子比特数量。如表 1 所示, 在表示 2^{2n} 像素规模的灰度图时 FRQI 需要 $2n+1$ 个量子比特, NASS 需要 $2n$ 个量子比特, NEQR、INEQR、GNEQR 和 QRMW 都需要 $2n+8$ 个量子比特; 在表示 2^{2n} 像素规模的彩色图像时 NASS 需要 $2n$ 个量子比特, MCQI 需要 $2n+3$ 个量子比特, QRMW 需要 $2n+10$ 个量子比特, GNEQR 和 NCQI 都需要 $2n+24$ 个量子比特。FRQI、NASS 和 MCQI 所需量子比特较少, 但是由于使用量子振幅信息来表征图像像素的色彩信息, 导致这三种表示模型中的图像色彩信息相对难以提取; NEQR、INEQR、NCQI、GNEQR 和 QRMW 则是将像素信息编码在叠加态中, 虽然空间复杂度较高, 但是在像素色彩信息的存储上有了极大的扩展, 能够做一些更为复杂的操作, 并且能够较为简单地从量子态中还原经典图像色彩信息, 其中 QRMW 模型在彩色图像的表达能力上是其他基于叠加态的表示模型的 2^{14} 倍。

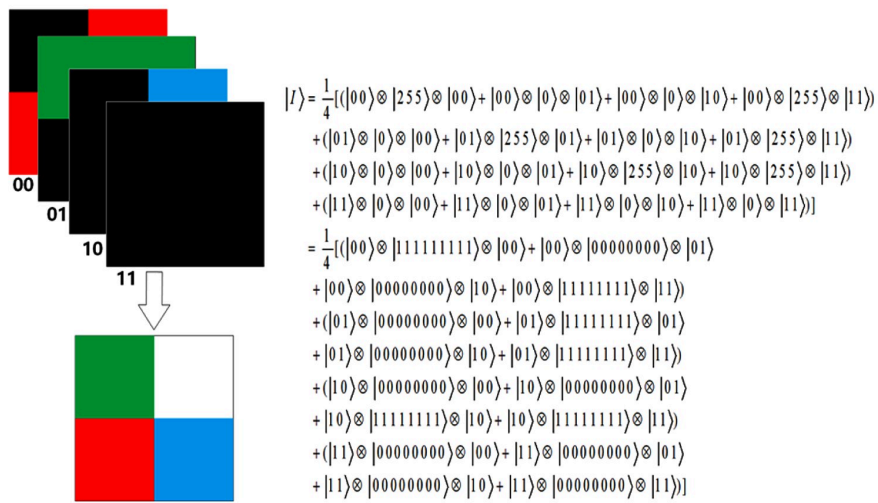


图1 2×2 大小的 QRMW 模型彩色图像示例与其量子表达式

Fig. 1 A 2×2 color image and its quantum representation expression of QRMW

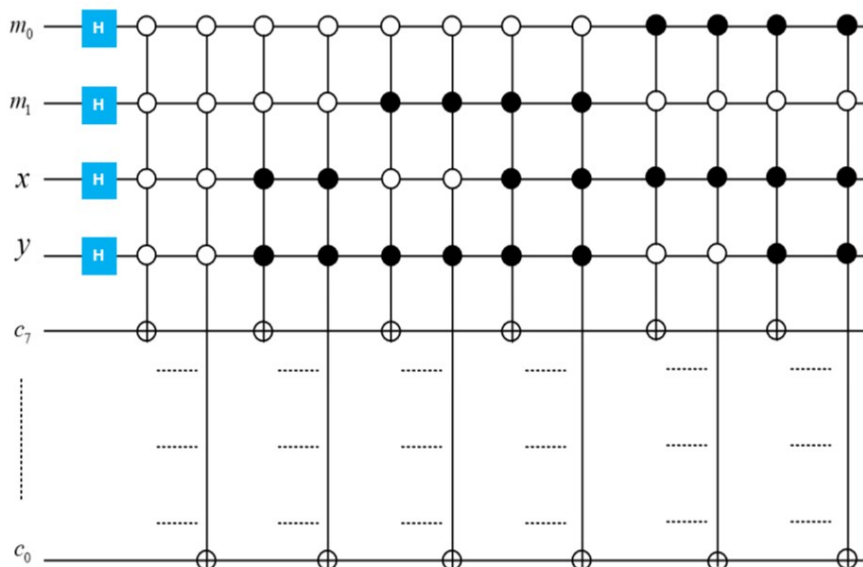


图2 2×2 QRMW 彩色量子图像制备线路

Fig. 2 A 2×2 color image quantum circuit of QRMW

表 1 2^{2n} 像素规模的图像在不同表示模型下的比较

Table 1 Comparison of QIRS for represent an 2^{2n} pixels image

QIR	Qubits(GI)	Qubits (CI)	Image size	Pixel encoding
FRQI	$2n+1$	-	$2^{2n-k} \times 2^k$	Amplitude
NASS	$2n$	$2n$	$2^{2n-k} \times 2^k$	Amplitude
MCQI	-	$2n+3$	$2^{2n-k} \times 2^k$	Amplitude
NEQR	$2n+8$	-	$2^n \times 2^n$	Basis states
INEQR	$2n+8$	-	$2^{2n-k} \times 2^k$	Basis states
NCQI	-	$2n+24$	$2^n \times 2^n$	Basis states
GNEQR	$2n+8$	$2n+24$	$2^{2n-k} \times 2^k$	Basis states
QRMW	$2n+8$	$2n+10$	$2^n \times 2^n$	Basis states

2 QRMW 图像的量子态制备

本研究所有实验均在安装有 IBM Qiskit 的普通计算机上进行。实验环境为 Linux 系统, 采用主频为 3.9 GHz、内存为 16 G 的四核八线程计算机。

本研究实验步骤主要为: 1) 使用 Qiskit 接口和 Python 语言构建制备 $2 \text{ pixel} \times 2 \text{ pixel}$ 的 QRMW 模型图像的量子线路, 并坍缩测量还原为经典图像; 2) 依照 1) 制备 $32 \text{ pixel} \times 32 \text{ pixel}$ 的 Lena 图像与医疗图像; 3) 在 Lena 图像量子线路的基础上构建颜色通道交换算子线路, 运行后坍缩测量还原为经典图像; 4) 在 Lena 图像与医疗图像的基础上构建置乱算子线路, 运行后坍缩测量还原为经典图像。本研究用代码已开源, 可从 <https://github.com/zscetty/Qiskit-For-QRMW-Model> 下载。

实际制备量子图像时需要对量子线路进行简化, 本研究采用了 Jiang 等^[20] 提出的基于 NEQR 模型的 JPEG 压缩算法中的量子线路简化思路。图 3 是简化后的量子线路, 制备线路由图 2 中的 96 个 4C-NOT 门降低为 16 个 4-CNOT 门和 16 个 3-CNOT 门, 明显降低了线路的复杂度。

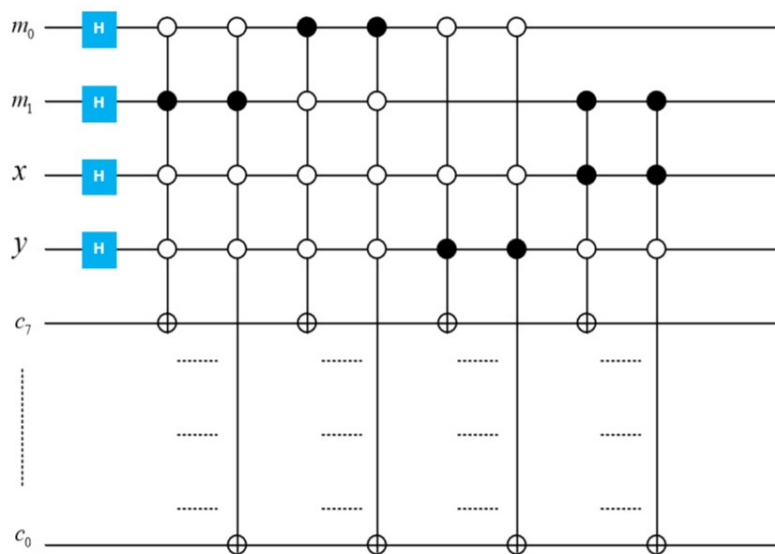


图 3 压缩后的 2×2 QRMW 彩色量子图像制备线路

Fig. 3 A compressed 2×2 color image quantum circuit of QRMW

用简化后的量子线路来制备图 1 中的 $2 \text{ pixel} \times 2 \text{ pixel}$ 大小的彩色 QRMW 量子图像, 其制备结果如图 4 所示。其中, 图 4(a) 是各个颜色通道像素信息的二进制编码与其测量概率 (在实验中对制备完的量子线路一共测量 1024 次); 图 4(b) 是依据测量结果还原 $2 \text{ pixel} \times 2 \text{ pixel}$ 的 RGB 三通道的彩色图像。下文实验中将以大小为 $32 \text{ pixel} \times 32 \text{ pixel}$ 的 Lena 图像作为实验图像。

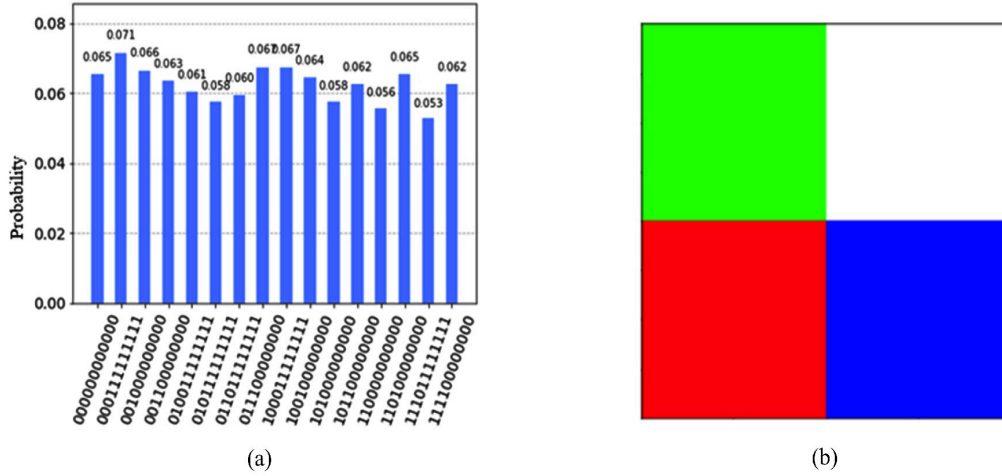


图 4 (a) QRMW 图像量子态的概率直方图; (b) 依据测量结果还原的 2×2 彩色图像

Fig. 4 (a) Probability histogram of quantum states in QRMW images; (b) 2×2 color images restored according to the measurement results

3 QRMW 彩色图像的量子算子

3.1 QRMW 彩色图像的颜色通道交换算子

QRMW 彩色图像的颜色信息由 $|M\rangle|C(M, Y, X)\rangle = |M_1 M_0\rangle|C_{q-1} \dots C_0\rangle$ 表示, 其中 $|M_1 M_0\rangle$ 表示不同的颜色通道, 可以通过颜色通道算子来改变量子图像中颜色表示的优先级。

定义 1: 将能够交换 R 通道和 G 通道的 CSO_{RG} 算子、能够交换 B 通道和 G 通道的 CSO_{BG} 算子和能够交换 R 通道和 B 通道的 CSO_{RB} 算子定义为 QRMW 彩色图像上的颜色通道交换算子。

颜色通道交换算子 CSO 作用于 QRMW 彩色图像上, 结果可表示为

$$CSO_{C_1, C_2}(|I\rangle) = CSO_{C_1, C_2} \left(\frac{1}{2^{n+1}} \sum_{M=0}^{2^2-1} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |M\rangle|C(M, Y, X)\rangle|YX\rangle \right) = \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{M=0}^{2^2-1} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} CSO_{C_1, C_2} |M_1 M_0\rangle |C_{q-1} \dots C_0\rangle |YX\rangle, \quad (3)$$

式中 $C_1, C_2 \in \{R, G, B\}$, $C_1 \neq C_2$, 其中 $|11\rangle$ 为冗余通道, 不存储任何信息, 因此 $|11\rangle$ 通道上像素值都为 0, 即

$$\begin{aligned} CSO_{BG}(|00\rangle|R_{q-1} \dots R_0\rangle + |01\rangle|G_{q-1} \dots G_0\rangle + |10\rangle|B_{q-1} \dots B_0\rangle + |11\rangle|0 \dots 0\rangle) &= \\ |00\rangle|R_{q-1} \dots R_0\rangle + |10\rangle|G_{q-1} \dots G_0\rangle + |01\rangle|B_{q-1} \dots B_0\rangle + |11\rangle|0 \dots 0\rangle, & \\ CSO_{RG}(|00\rangle|R_{q-1} \dots R_0\rangle + |01\rangle|G_{q-1} \dots G_0\rangle + |10\rangle|B_{q-1} \dots B_0\rangle + |11\rangle|0 \dots 0\rangle) &= \\ |01\rangle|R_{q-1} \dots R_0\rangle + |00\rangle|G_{q-1} \dots G_0\rangle + |10\rangle|B_{q-1} \dots B_0\rangle + |11\rangle|0 \dots 0\rangle, & \end{aligned}$$

$$CSO_{RB}(|00\rangle|R_{q-1}\dots R_0\rangle + |01\rangle|G_{q-1}\dots G_0\rangle + |10\rangle|B_{q-1}\dots B_0\rangle + |11\rangle|0\dots 0\rangle) = |10\rangle|R_{q-1}\dots R_0\rangle + |01\rangle|G_{q-1}\dots G_0\rangle + |00\rangle|B_{q-1}\dots B_0\rangle + |11\rangle|0\dots 0\rangle.$$

如图 5 所示, (a) 是 CSO_{BG} 算子, 其作用是交换 B、G 两个通道; (b) 是 CSO_{RG} 算子, 其作用是交换 R、G 两个通道; (c) 是 CSO_{RB} 算子, 其作用是交换 B、R 两个通道。

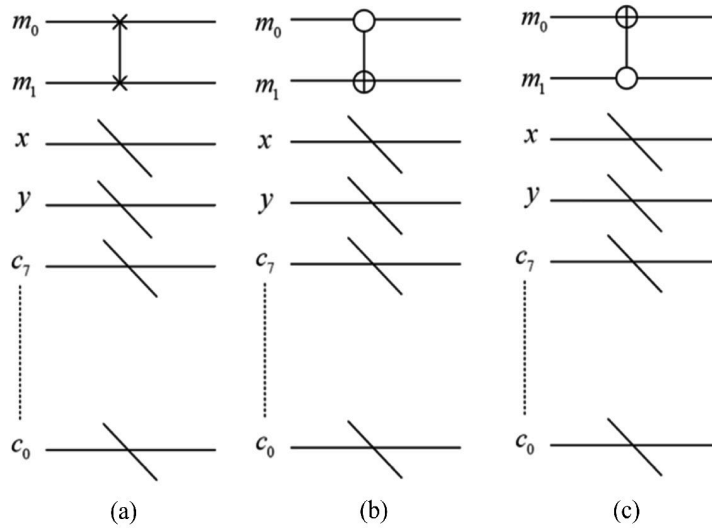


图 5 (a) CSO_{BG} , (b) CSO_{RG} 及 (c) CSO_{RB} 算子量子线路图

Fig. 5 Quantum circuit of (a) CSO_{BG} , (b) CSO_{RG} and (c) CSO_{RB} operation

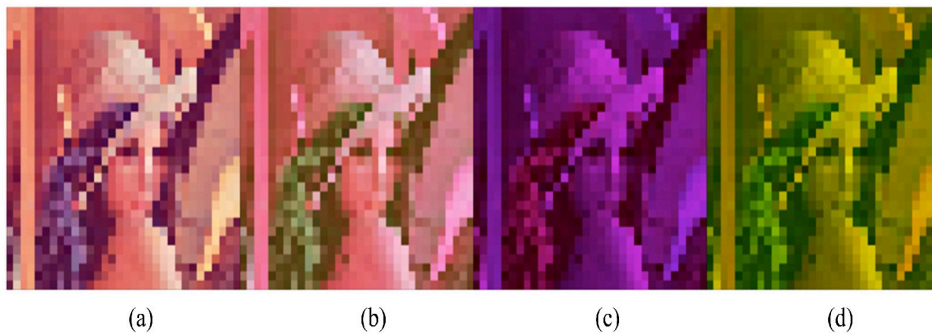


图 6 (a) Lena 原图; (b) 交换 G、B 通道后的图像; (c) 交换 R、G 通道后的图像; (d) 交换 B、R 通道后的图像

Fig. 6 (a) Original image of Lena; (b) Image after swapping G, B channel; (c) Image after swapping R, G channel; (d) Image after swapping B, R channel

图 6 为 CSO_{RG} 、 CSO_{BG} 和 CSO_{RB} 算子的实验仿真结果, 其中 (a) 是图像原图; (b) 是交换 G、B 两个通道后的结果; (c) 是交换 R、G 两个通道后的结果; (d) 是交换 B、R 两个通道后的结果。

3.2 QRMW 彩色图像的颜色置乱算子

颜色置乱算子 PCS 由 $PCSO_{ij}$ 、 $PCXO$ 和 $PCXO_{ij}$ 算子三部分构成, 分别定义为

$$PCSO_{ij} = \prod_{i=7, j=0}^{i=4, j=3} I^{\otimes 2n+2} \otimes SWAP_{ij} \otimes I^{\otimes 6}, \tag{4}$$

$$PCXO = I^{\otimes 2n+2} \otimes X^{\otimes 8}, \tag{5}$$

$$PCXO_{ij} = \prod_{i=7, j=6}^{i=1, j=0} I^{\otimes 2n+2} \otimes CNOT_{ij} \otimes I^{\otimes 6}. \quad (6)$$

$PCSO_{ij}$ 算子对存储颜色信息的量子比特序列中的低位量子比特与高位量子比特依次交换 (如 0 位和 7 位交换, 1 位和 6 位交换); $PCXO$ 算子对存储颜色信息的量子比特序列的每一位都施加了一个 X 门, 将所有原有信息置反; $PCXO_{ij}$ 算子对存储颜色信息的量子比特序列由高位向低位施加一个 CNOT 门 (7 位为控制位, 6 位为翻转位等)。

将 $PCSO_{ij}$ 、 $PCXO$ 和 $PCXO_{ij}$ 算子依次作用于彩色图像 $|I\rangle$ 即完成了图像的颜色置乱, 其量子线路如图 7 (a)~(c) 所示, (d) 为图像原图, (e) 为 $PCSO_{ij}$ 、 $PCXO$ 和 $PCXO_{ij}$ 算子作用后的结果, 其基本上被像素颜色置乱算子 PCS 均匀地置乱, 没有原图的特征与信息。

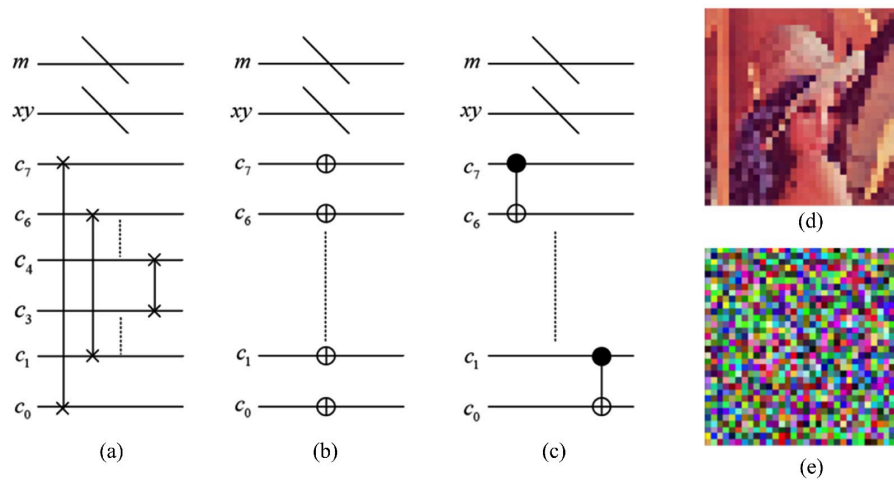


图 7 (a) $PCSO_{ij}$ 、(b) $PCXO$ 及 (c) $PCXO_{ij}$ 算子的量子线路; (d) Lena 原图; (e) 置乱后的图像

Fig. 7 Quantum circuit of (a) $PCSO_{ij}$, (b) $PCXO$ and (c) $PCXO_{ij}$ operation; (d) Original image of Lena; (e) Image after the disarray

3.3 PCS 算子性能分析

图 7 中, PCS 算子由 4 个 SWAP 门、7 个 CNOT 门和 8 个非门组成, 其中每个 SWAP 门由 3 个 CNOT 门构成, 整个像素颜色置乱算子 PCS 可以看作由 19 个 CNOT 门和 8 个非门组成, 因此 PCS 的时间复杂度为 $O(1)$, 空间复杂度为 $O(1)$, 均为常数复杂度。

对 Lena 原始图像和经过 PCS 算子置乱后的 Lena 图像进行三通道直方图分析, 结果如图 8 所示。图 8(a) 为 Lena 原始图像的直方图, RGB 三通道的像素分布并不均匀, 有明显的分布特征; 图 8(b) 为置乱后的图像直方图, 可以看出置乱后的直方图像素分布比较均匀, 能够较好地隐藏原始图像的像素分布信息。

相邻像素的相关性是衡量加密算法安全性能的重要指标, 其相关性越小则安全性越强。相关系数可表示为

$$R_{xy} = \frac{E[(x - E(x))(y - E(y))]}{\sqrt{D(x)D(y)}}. \quad (7)$$

在 Lena 原始图像及相对应的置乱图像中, 在水平、竖直、对角 3 个方向上随机选取 625 对相邻像素, 然后计算相关系数。为验证所提置乱方法的优势, 与文献 [21] 提出的量子图像的格雷码和比特序列置乱方法

进行了对比, 其中 I_{ori} 表示 Lena 原始图像的相邻像素相关性, I_{pcs} 表示 PCS 算子置乱后的 Lena 图像的相邻像素相关性, I_{fastgb} 表示采用文献 [21] 方法的置乱后 Lena 图像的相邻像素相关性。

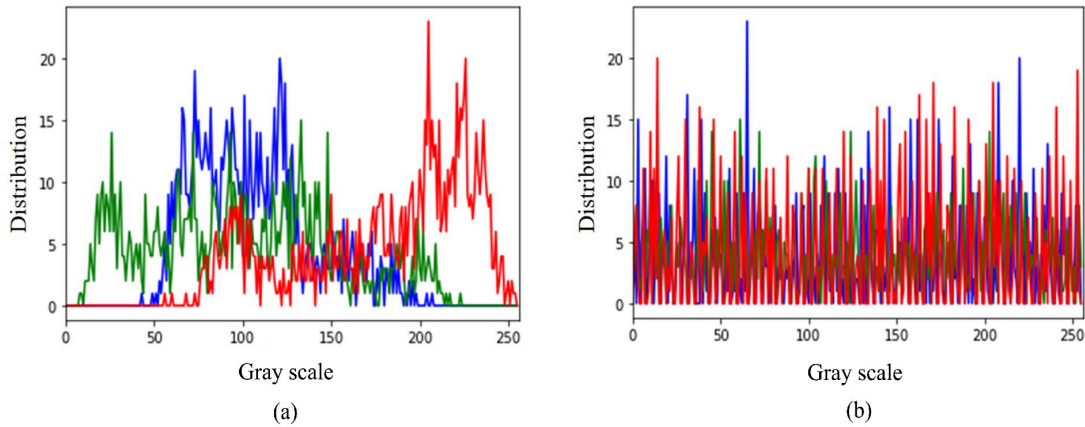


图 8 (a) Lena 原图及 (b) 置乱后图像的直方图

Fig. 8 Histogram of (a) Lena's original image and (b) the disarrayed image

表 2 不同置乱方法的相邻像素相关性

Table 2 Adjacent pixel correlations for different scramble methods

Image index	Horizontal			Vertical			Diagonal			Absolute average
	R_R	R_G	R_B	R_R	R_G	R_B	R_R	R_G	R_B	
I_{ori}	0.4779	0.4942	0.5284	0.6609	0.7422	0.8034	0.3688	0.4531	0.4623	0.5545
I_{pcs}	0.0027	0.0121	0.0105	0.0584	0.0103	-0.0132	-0.0134	0.0002	-0.0343	0.0344
I_{fastgb}	-0.0319	-0.0208	0.0383	0.0378	0.0943	-0.0906	0.1094	0.0547	-0.0084	0.0972

表 2 为不同置乱方法的相邻像素相关性, 由表 2 可知, 原始图像的各颜色通道在各方向的相关性都较高, 其中竖直方向上的相关性接近 1, 置乱后图像的各颜色通道在各方向上的相关性都趋于 0, 且在各方向上的相关性及其绝对值平均都小于采用了文献 [21] 中置乱算法的结果。

图 9(a) 表示原始图像和置乱后图像各颜色通道在水平方向上的相关性; 图 9(b) 表示原始图像和置乱后图像各颜色通道在竖直方向上的相关性; 图 9(c) 表示原始图像和置乱后图像各颜色通道在对角方向上的相关性。由图可见本研究所提出 PCS 算子置乱后的图像在水平、竖直、对角这三个方向上的相关性显著降低, 有较好的信息隐藏效果。

3.4 PCS 算子在医疗图像上的应用

将 PCS 算子在实际的医疗图像上进行应用仿真。由于使用 IBM Qiskit 来模拟真实量子计算的并行性, 对于内存和处理器的算力要求都很高 (16 G 内存, 4 核心 8 线程的台式机仅能模拟 28 位量子比特进行计算且耗时过长), 因此在仿真实验中先将医疗图像缩放为 32 pixel × 32 pixel 的大小后再进行置乱操作, 具体如图 10 所示。图 10(a) 为原始医疗图像, 包含彩色图像和灰度图像, 这进一步说明了 PCS 算子的通用性; 图 10(b) 为置乱后图像, 从视觉效果来说, 置乱后的图像较好地隐藏了原有信息, 具有较好的加密作用。

在图 10 中, 上方 4 图为原始医疗图像, 包含彩色图像和灰度图像, 这进一步说明了 PCS 算子的通用性。下方 4 图为置乱后图像, 从视觉效果来说, 置乱后图像较好的隐藏了原有信息, 具有较好的加密作用。

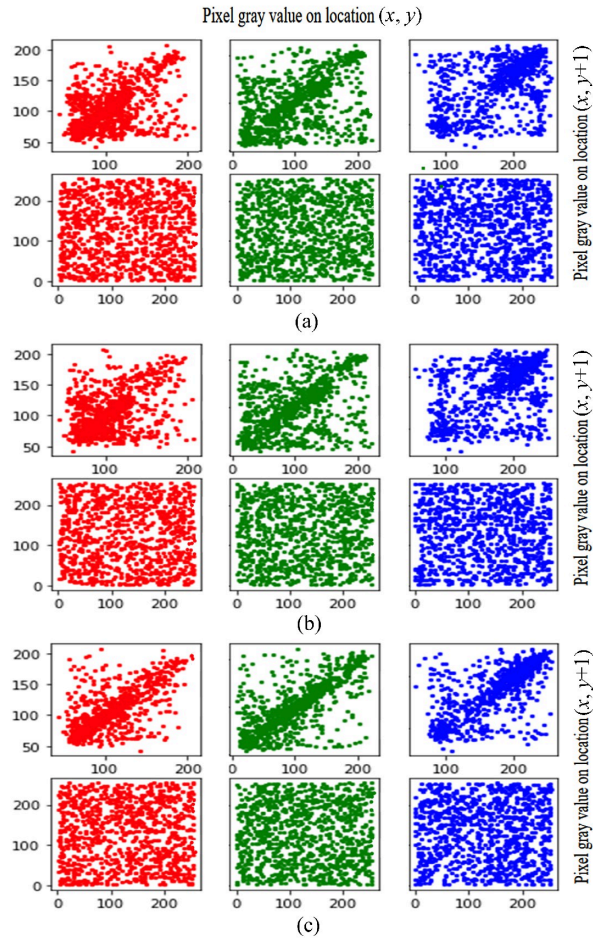


图 9 (a) 水平方向, (b) 竖直方向及 (c) 对角方向上相邻像素相关性

Fig. 9 Adjacent pixel correlations in (a) horizontal direction, (b) vertical direction and (c) diagonal direction

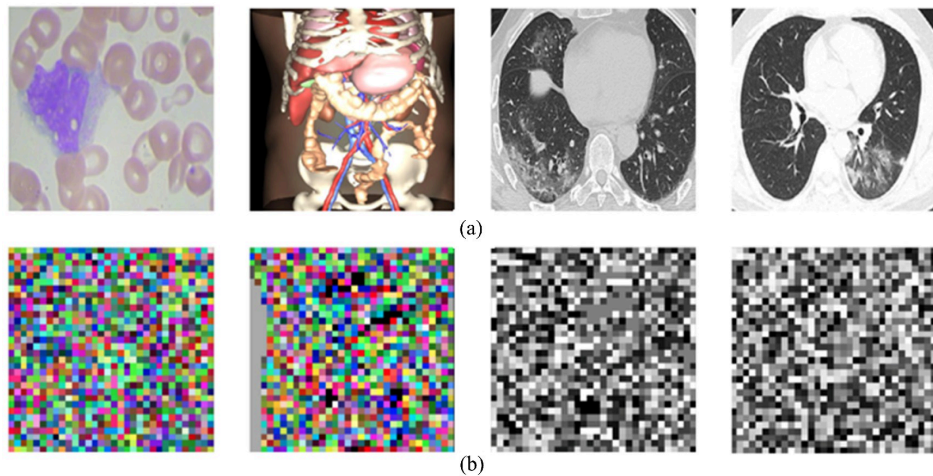


图 10 医疗图像置乱实验结果。(a) 原始医疗图像; (b) 置乱后图像

Fig. 10 Medical images messed up the results of the experiment. (a) Original medical images; (b) Images after scrambling

4 结 论

本研究一方面在 IBM Qiskit 上验证了 QRMW 模型的正确性与切实可行性, 首次在 IBM Qiskit 上实现了 QRMW 图像的量子态制备以及经典-量子-经典的三步转换; 另一方面针对 QRMW 模型提出了相应颜色通道交换算子 *CSO* 和像素颜色置乱算子 *PCS*, 给出了相应的量子线路, 并在 IBM Qiskit 上实现了相应量子图像的颜色通道交换和置乱。

参考文献:

- [1] Venegas-Andraca S E, Bose S. Storing, processing, and retrieving an image using quantum mechanics [C]. *Quantum Information and Computation. SPIE*, 2003, 5105: 137-147.
- [2] Latorre J I. Image compression and entanglement [OL]. 2005, *arXiv: quant-ph/0510031v1*.
- [3] Venegas-Andraca S E, Ball J L. Processing images in entangled quantum systems [J]. *Quantum Information Processing*, 2010, 9 (1): 1-11.
- [4] Le P Q, Dong F, Hirota K. A flexible representation of quantum images for polynomial preparation, image compression, and processing operations [J]. *Quantum Information Processing*, 2011, 10(1): 63-84.
- [5] Zhang Y, Lu K, Gao Y H, *et al.* NEQR: A novel enhanced quantum representation of digital images [J]. *Quantum Information Processing*, 2013, 12(8): 2833-2860.
- [6] Sun B, Iliyasu A M, Yan F, *et al.* An RGB multi-channel representation for images on quantum computers [J]. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 2013, 17(3): 404-415.
- [7] Zhang Y, Lu K, Gao Y H, *et al.* A novel quantum representation for log-polar images [J]. *Quantum Information Processing*, 2013, 12(9): 3103-3126.
- [8] Li H S, Zhu Q X, Zhou R G, *et al.* Multi-dimensional color image storage and retrieval for a normal arbitrary quantum superposition state [J]. *Quantum Information Processing*, 2014, 13(4): 991-1011.
- [9] Jiang N, Wu W Y, Wang L, *et al.* Quantum image pseudocolor coding based on the density-stratified method [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14(5): 1735-1755.
- [10] Sang J, Wang S, Li Q. A novel quantum representation of color digital images [J]. *Quantum Information Processing*, 2017, 16: 1-14.
- [11] Yao X W, Wang H, Liao Z, *et al.* Quantum image processing and its application to edge detection: Theory and experiment [J]. *Physical Review X*, 2017, 7(3): 031041.
- [12] Le P Q, Iliyasu A M, Dong F, *et al.* Fast geometric transformations on quantum images [J]. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 2010, 40(3): 113-123.
- [13] Zhou R G, Hu W, Fan P, *et al.* Quantum realization of the bilinear interpolation method for NEQR [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 2511.
- [14] Zhang W W, Gao F, Liu B, *et al.* A watermark strategy for quantum images based on quantum Fourier transform [J]. *Quantum Information Processing*, 2013, 12(2): 793-803.

- [15] Zhang Y, Lu K, Xu K, *et al.* Local feature point extraction for quantum images [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14 (5): 1573-1588.
- [16] Guo H R, Xu Q, Du Y Y. Quantum image encryption based on pixel color scrambling [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(1) :1-5.
郭海儒, 许权, 杜娅颖. 基于像素颜色置乱的彩色量子图像加密方法 [J]. 量子电子学报, 2019, 36(1): 1-5.
- [17] Ma S Y, Khalil A, Hajjdiab H, *et al.* Quantum dilation and erosion [J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(11): 4040.
- [18] Şahin E, Yilmaz İ. QRMW: Quantum representation of multi wavelength images [J]. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 2018, 26(2): 768-779.
- [19] Dai J, Li Z Q, Pan S H, *et al.* Deutsch-Jozsa algorithm realization based on IBM Q [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2020, 37(2): 202-209.
戴娟, 李志强, 潘苏含, 等. 基于 IBM Q 的 Deutsch-Jozsa 算法实现 [J]. 量子电子学报, 2020, 37(2): 202-209.
- [20] Jiang N, Lu X, Hu H, *et al.* A novel quantum image compression method based on JPEG [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2018, 57(3): 611-636.
- [21] Zhou R G, Sun Y J, Fan P. Quantum image gray-code and bit-plane scrambling [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14 (5): 1717-1734.