

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.05.004

二值形态学边缘检测算法的量子实现及仿真

董跃华, 张先光*

(江西理工大学信息工程学院, 江西 赣州 341000)

摘要: 为进一步完善量子计算机图像边缘检测算法, 结合IBM Q平台上的量子计算操作, 提出了量子图像二值形态学边缘检测算法。在NEQR量子二值图像表示和量子二值腐蚀和膨胀操作的基础上, 设计并实现了相应的二值形态学去噪处理量子电路和边缘提取量子电路。通过Qiskit扩展在虚拟本地量子模拟器上实现了 8×8 和 128×128 大小的量子图像二值形态学边缘检测, 同时在IBM Q平台的真实云端量子模拟器上实现了 8×8 大小的量子图像对比仿真实验, 实验结果证明了量子图像二值形态学边缘检测算法的可行性与有效性。

关键词: 量子图像处理; 边缘检测; 二值形态学; NEQR模型; IBM Q平台

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2023)05-00654-12

Quantum realization and simulation of edge detection algorithm based on binary morphology

DONG Yuehua, ZHANG Xianguang*

(School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

Abstract: In order to further improve the research and development of image edge detection algorithm on quantum computer, a quantum image binary morphological edge detection algorithm is proposed combining with quantum computing operation on IBM Q platform. Based on the NEQR quantum binary image representation and quantum binary etching and expansion operations, the corresponding binary morphologic smoothing filtering quantum circuit and edge extraction quantum circuit are designed and implemented. And then through Qiskit extension, the binary morphological edge detection of quantum images with sizes of 8×8 and 128×128 is realized on the virtual local quantum simulator of IBM Q platform. Meanwhile, the comparative simulation experiment of quantum images with a size of 8×8 is also realized on the real cloud quantum simulator of IBM Q platform. The experimental results prove the feasibility and effectiveness of the binary morphological edge detection algorithm for quantum image.

Key words: quantum image processing; edge detection; binary morphology; NEQR model; IBM Q platform

作者简介: 董跃华 (1964 -), 女, 江西赣州人, 硕士, 副教授, 主要从事图像处理及量子计算方面的研究。E-mail: 4490367@qq.com

收稿日期: 2021-05-31; 修改日期: 2021-08-05

*通信作者。E-mail: 1440121384@qq.com

0 引言

量子图像处理将传统图像处理任务和操作扩展到量子计算框架的领域。现有量子图像处理的研究主要包括两个方面^[1]: 1) 设计量子图像表示模型。综述文献[2]中介绍了诸多量子图像表示模型, 其中包括两个较为经典的量子图像表示模型, 即文献[3]提出量子图像柔性表示(FRQI)模型和文献[4]提出新型增强量子图像表示(NEQR)模型。2) 基于这些量子图像表示模型实现各种量子图像的处理算法。基于上述量子表示模型, 目前的成果包括量子图像几何变换^[5,6], 量子图像分割算法^[7], 量子图像形态学运算^[8,9], 量子图像水印^[10]和量子图像加密算法^[11]等。

图像边缘检测技术是图像处理和计算机视觉中的基本问题, 边缘检测可以去除图像中大量的冗余信息, 提取图像的结构、纹理特征等信息, 保留了图像重要的结构属性。近年来, 已经提出了许多传统边缘检测算法的量子版本, 文献[12]基于 FRQI 模型和经典 Sobel 算子, 设计了一种新的量子图像边缘提取算法 QSobel, 但该算法由于 FRQI 模型的特点使得量子图像的像素信息难以精确恢复。基于 NEQR 模型, 文献[13]提出了经典 Sobel 算子的量子图像边缘检测方法。文献[14]提出了基于 NEQR 模型的量子图像 Canny 边缘检测算法, 并设计了完整的量子线路。文献[15]在 NEQR 模型量子表示基础上研究了经典 Marr-Hildreth 边缘检测的量子图像版本, 该算法包括两个核心过程: 高斯-拉普拉斯滤波和零交叉点提取。上述的量子图像边缘检测算法均是传统的边缘检测算法的量子版本实现, 相对传统边缘检测算法具有指数级加速效果, 在理论上是可行的。但这些量子版本算法需要的量子位数目较大, 在现有量子计算云平台中难以模拟, 并且这些算法也没有在真正的量子计算机系统或量子模拟器中实现, 其效果基本上是通过在经典计算机上的 MATLAB 软件中运行相应经典图像处理算法结果来证明的, 不是真正意义上的量子方式仿真。

基于上述问题, 本文提出了一种量子图像二值形态学边缘检测算法, 以量子腐蚀和膨胀操作为基础, 将量子图像二值形态学边缘检测算法分为两步: 去噪处理、边缘提取, 研究了算法在量子计算机中的具体实现。最后在 IBM Q 平台上的仿真结果验证了其边缘检测效果。

1 基础知识

1.1 二值图像的 NEQR 量子表示

NEQR 模型^[3]采用 $2n+q$ 个量子位存储一幅大小为 $2^n \times 2^n$ 、灰度值范围为 $[0, 2^q - 1]$ 的数字图像。在二值图像中, 像素值是 0 或 1, 即 q 的值是 1, 灰度值范围为 $[0, 1]$ 。所以一个大小为 $2^n \times 2^n$ 的二值图像需要 $2n+1$ 个量子位进行量子图像表示, 其 NEQR 模型表示为^[16]

$$|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{YX}\rangle |YX\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{YX}\rangle |Y\rangle |X\rangle, \quad (1)$$

式中: $|C_{YX}\rangle \in \{0, 1\}$, 编码二值图像的像素信息; $|YX\rangle$ 编码二值图像的位置信息, 包括垂直方向上的位置信息 $|Y\rangle = |Y_{n-1}Y_{n-2}\dots Y_1Y_0\rangle$ 和水平方向上的位置信息 $|X\rangle = |X_{n-1}X_{n-2}\dots X_1X_0\rangle$ 。

1.2 二值形态学边缘检测

二值形态学运算是数学形态学的基础, 是一种针对图像集合的处理过程, 实质是选取特定的结构元素与

被提取的图像进行对应,开展交或并运算,从而达到分析和识别图像的目的^[17]。在二值图像中,0表示黑色像素,1表示白色像素,假设 Z 是一个 $2^n \times 2^n$ 的二值图像, A 是 Z 中的区域目标点集,也就是二值图像中的白色像素点的集合。假设 S 是大小为 $(2k+1) \times (2k+1)$ 的结构元素,一般来说结构元素的大小要明显小于二值图像的大小,结构元素 S 为

$$S = \begin{bmatrix} h_{Y-k, X-k} & \cdots & h_{Y-k, X+k} \\ \vdots & h_{Y, X} & \vdots \\ h_{Y+k, X-k} & \cdots & h_{Y+k, X+k} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: $h_{i,j}$ 为0或1。 S 的原点位于中心点,即 $h_{Y,X}$ 点, S 在 Z 中到点 $z=(z_x, z_y)$ 的平移 $(S)_z$ 定义为

$$(S)_z = \{c | s+z, s \in S\}. \quad (3)$$

设 \oplus 和 \ominus 两种符号分别是二值形态学运算的膨胀运算符号和腐蚀运算符号, S 对 A 的腐蚀定义为

$$A \ominus S = \{z | (S)_z \cap A^c = \emptyset\}, \quad (4)$$

式中: A^c 是集合 A 的补集,且 A 是二值图像中的白色像素点的集合, A^c 即是二值图像中的黑色像素点的集合。 S 对 A 的膨胀定义为

$$A \oplus S = \{z | (\hat{S})_z \cap A \neq \emptyset\}, \quad (5)$$

式中: \hat{S} 表示 S 的反射,或者说是 S 的映像。当 S 关于原点对称时, $\hat{S}=S$ 。

设 \circ 和 \bullet 分别是二值形态学运算的开运算符号和闭运算符号。 S 对 A 的开运算定义为

$$A \circ S = (A \ominus S) \oplus S. \quad (6)$$

S 对 A 的闭运算定义为

$$A \bullet S = (A \oplus S) \ominus S. \quad (7)$$

在这些运算的基础上,就可以得到三种二值形态学的边缘检测算子:腐蚀型边缘检测算子,膨胀型边缘检测算子和形态学梯度型边缘检测算子。

腐蚀型边缘检测算子 E_c 定义为

$$E_c = A - (A \ominus S). \quad (8)$$

膨胀型边缘检测算子 E_d 定义为

$$E_d = (A \oplus S) - A. \quad (9)$$

形态学梯度型边缘检测算子 E_g 定义为

$$E_g = (A \oplus S) - (A \ominus S). \quad (10)$$

1.3 量子循环移位变换

在二值形态学运算中,使用量子循环移位变换移动量子图像的位置,可以获得由结构元素覆盖的邻域信息。量子循环移位变换^[18]可用于移动整个量子图像。对于二值量子图像垂直方向的位置信息 $|Y\rangle = |Y_{n-1}Y_{n-2}\dots Y_1Y_0\rangle$ 和水平方向的位置信息 $|X\rangle = |X_{n-1}X_{n-2}\dots X_1X_0\rangle$,量子循环移位变换可以实现相应的模 2^n 加1和模 2^n 减1运算,相应的运算表示为

$$|I_s\rangle_{Y\pm 1} = T(Y\pm 1)|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{YX}\rangle |X\rangle |(Y\pm 1) \bmod 2^n\rangle, \quad (11)$$

$$|I_s\rangle_{X\pm 1} = T(X\pm 1)|I\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_{YX}\rangle |Y\rangle |(X\pm 1) \bmod 2^n\rangle. \quad (12)$$

1.4 量子二值腐蚀与膨胀

量子二值腐蚀与膨胀^[9]采用了对称的结构元素之后,其形态变换本质上是对二值图像集合进行交并运算的过程。因此本文使用的结构元素均是对称的结构元素。

量子二值形态学腐蚀的结果可以定义为

$$|I\rangle_{Ac} = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} (|C_{YX}\rangle \cap |C_s\rangle_1 \cap |C_s\rangle_2 \cap \dots \cap |C_s\rangle_h) \otimes |Y\rangle |X\rangle, \quad (13)$$

式中: $\{|C_s\rangle_1, |C_s\rangle_2, \dots, |C_s\rangle_h\}$ 是二值图像与结构元素 S 中除原点之外 $h_{i,j}=1$ 相对应的邻域像素信息。

量子二值形态学膨胀的结果可以定义为

$$|I\rangle_{Ad} = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} (|C_{YX}\rangle \cup |C_s\rangle_1 \cup |C_s\rangle_2 \cup \dots \cup |C_s\rangle_h) \otimes |Y\rangle |X\rangle. \quad (14)$$

二值形态学腐蚀与膨胀的量子电路实现如图 1 所示, $|C_{YX}\rangle_{Ac}$ 和 $|C_{YX}\rangle_{Ad}$ 分别是量子腐蚀和膨胀结果的像素信息。

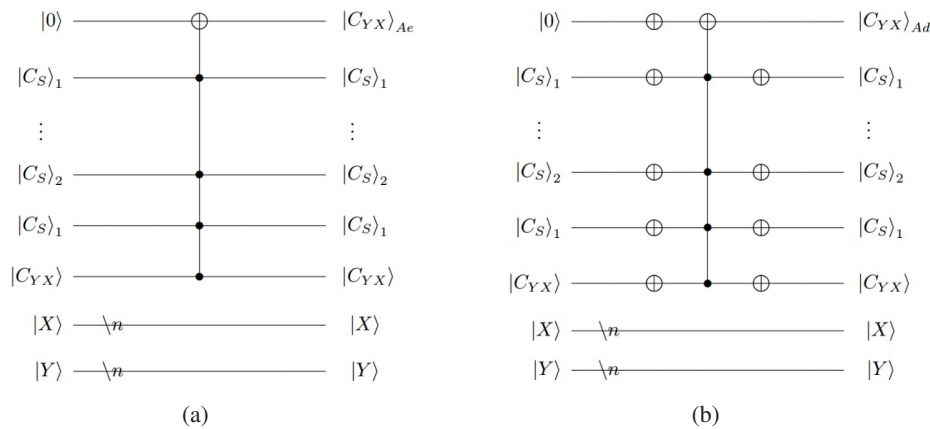


图 1 量子腐蚀和膨胀电路图。(a) 腐蚀; (b) 膨胀

Fig. 1 Quantum corrosion and expansion circuit diagrams. (a) Corrosion; (b) Expansion

2 二值形态学的量子边缘检测算法实现

二值形态学的量子图像边缘检测算法主要分为两个步骤: 图像去噪处理和图像边缘提取。此外就是为这两个步骤制备相应的量子图像表示。

2.1 量子二值形态学边缘检测算法工作流程

量子二值形态学边缘检测工作流程如图 2 所示。

首先将原始二值图像 I 通过二值图像的量子 NEQR 模型表示为 $|I\rangle$, 使用量子循环移位变换操作获取量子去噪处理操作所需要的邻域量子图像集 $\{|I_s\rangle_1, |I_s\rangle_2, \dots, |I_s\rangle_h\}$, 再将初始二值图像及其邻域图像集通过二

值图像的量子 NEQR 模型一起编码表示为 $|I_{AS}\rangle$ 。随后对 $|I_{AS}\rangle$ 执行二值形态学量子去噪处理操作,可以得到降低噪声后的二值图像 F ,然后将降低噪声后的二值图像 F 通过二值图像的量子 NEQR 模型表示为 $|F\rangle$,使用量子循环移位变换操作获取量子边缘提取操作所需的邻域量子图像集 $\{|F_s\rangle_1, |F_s\rangle_2, \dots, |F_s\rangle_h\}$,再将经典数字二值图像及其邻域图像集通过二值图像的量子 NEQR 模型一起编码表示为 $|F_{AS}\rangle$ 。随后对 $|F_{AS}\rangle$ 执行二值形态学量子边缘提取操作,得到二值边缘图像 E 。

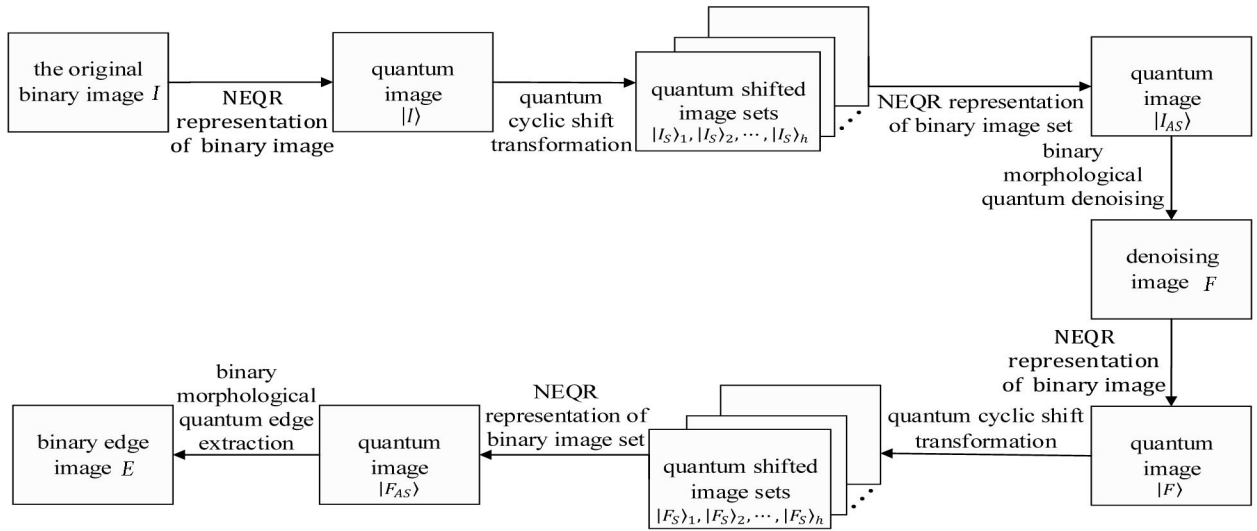


图2 量子二值形态学边缘检测算法工作流程图

Fig. 2 Flow chart of edge detection algorithm of quantum binary morphology

2.2 二值形态学去噪处理量子电路实现

开闭运算结合是常用的图像去噪方法,但开闭运算组合会影响目标的原始边界和形状,特别是当图像较小时,去噪过程很容易破坏边界细节。在 IBM Q 平台上目前能实现的量子图像处理算法均是基于小图像的,所以本文只使用二值形态学的开运算对量子二值图像进行去噪处理,在降低噪声的同时保留二值图像边缘细节。开运算所使用的结构元素如图3示。

0	1	0
0	1	0
0	1	0

图3 量子去噪处理结构元素图

Fig. 3 Structure element diagram of quantum denoising processing

在图3所示的结构元素中,可以看到结构元素中除原点之外 $h_{ij}=1$ 的数量 $h=2$,因此实现量子二值腐蚀和膨胀操作需要两个不同移位变换的量子图像信息,再加上结构元素原点的量子图像信息,即初始的量子图像 $|I\rangle$ 。二值腐蚀和膨胀操作所需的量子图像信息状态的集合是

$$\{|I_s\rangle_{Y-1}, |I\rangle, |I_s\rangle_{Y+1}\} \quad (15)$$

从(6)式可知,在二值形态学的开运算中,对二值图像进行腐蚀后,需要对腐蚀结果进行膨胀,(15)式中的量子图像集合只适用于初始二值图像的腐蚀或膨胀,要进行量子二值形态学开运算还需要额外两个不同移位变换的量子图像信息,即 $|I_s\rangle_{y-1}$ 往下移动一个像素的量子图像信息和 $|I_s\rangle_{y+1}$ 往上移动一个像素的量子图像信息。因此二值形态学开运算所需的量子图像信息状态的集合是

$$\{|I_s\rangle_{y-2}, |I_s\rangle_{y-1}, |I\rangle, |I_s\rangle_{y+1}, |I_s\rangle_{y+2}\} . \tag{16}$$

所以量子二值形态学开运算的量子图像基础 $|I_{AS}\rangle$ 表示为

$$|I_{AS}\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_s\rangle_{y-2} |C_s\rangle_{y-1} |C_{YX}\rangle |C_s\rangle_{y+1} |C_s\rangle_{y+2} |YX\rangle . \tag{17}$$

量子二值形态学开运算的量子电路实现如图 4 所示, $|C_{YX}\rangle_{Ae}$ 是二值图像量子腐蚀结果的像素信息, $|C_{y-1X}\rangle_{Ae}$ 和 $|C_{y+1X}\rangle_{Ae}$ 是对量子腐蚀结果进行量子膨胀所需的邻域像素信息, $|C_{YX}\rangle_{Ao}$ 是二值图像开运算结果的像素信息。在量子电路中,最后对 $|C_{YX}\rangle_{Ao}$ 和 $|YX\rangle$ 测量即可得到量子二值图像去噪处理结果图 F 。

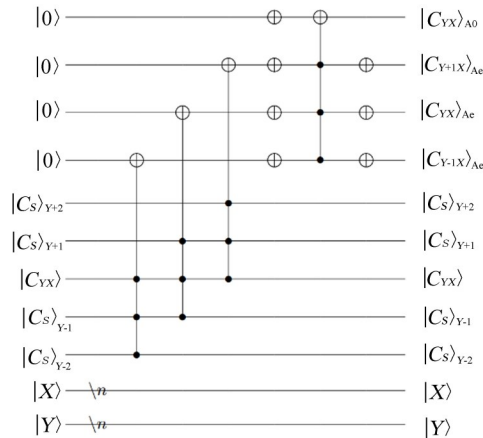


图 4 二值形态学去噪处理量子电路图

Fig. 4 Quantum circuit diagram of binary morphological denoising processing

2.3 二值形态学边缘提取量子电路实现

从(8)~(10)式可知,在二值形态学中有三种边缘提取算子,这三种边缘提取算子分别可以提取二值图像的内轮廓线、外轮廓线和实际的欧氏轮廓线。图 5 是二值形态学边缘提取采用的结构元素,可以较为充分的提取二值图像的边缘信息。

0	1	0
1	1	1
0	1	0

图 5 量子边缘提取结构元素图

Fig. 5 Structure element diagram of quantum edge extraction

从图 5 所示的结构元素中,可以得到对量子图像 $|F\rangle$ 进行二值形态学边缘提取所需要的量子图像信息状

态的集合是

$$\left\{ |F_S\rangle_{x-1}, |F_S\rangle_{y-1}, |F\rangle, |F_S\rangle_{y+1}, |F_S\rangle_{x+1} \right\}. \quad (18)$$

所以量子二值形态学边缘提取的量子图像基础 $|F_{AS}\rangle$ 表示为

$$|F_{AS}\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{Y=0}^{2^n-1} \sum_{X=0}^{2^n-1} |C_S^F\rangle_{x-1} |C_S^F\rangle_{y-1} |C_{YX}^F\rangle |C_S^F\rangle_{y+1} |C_S^F\rangle_{x+1} |YX\rangle. \quad (19)$$

量子二值形态学边缘提取的量子电路实现如图6所示。 $|C_{YX}^F\rangle_{Ad}$ 和 $|C_{YX}^F\rangle_{Ac}$ 分别是去噪处理图 F 的量子膨胀和腐蚀结果的像素信息, $|E_{YX}^F\rangle_e$, $|E_{YX}^F\rangle_d$ 和 $|E_{YX}^F\rangle_g$ 分别是(9)~(11)式三种边缘检测算子结果的像素信息。在量子电路中,最后对 $|E_{YX}^F\rangle_e$, $|E_{YX}^F\rangle_d$, $|E_{YX}^F\rangle_g$ 和 $|YX\rangle$ 进行测量,将 $|E_{YX}^F\rangle_e$, $|E_{YX}^F\rangle_d$, $|E_{YX}^F\rangle_g$ 分别与 $|YX\rangle$ 数据组合即可得到三种边缘检测算子的三种边缘提取结果图:腐蚀型边缘提取图 E_c ,膨胀型边缘提取图 E_d 和形态学梯度型边缘提取图 E_g 。

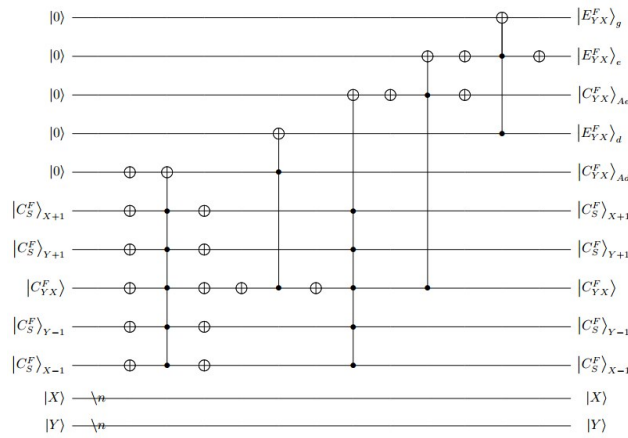


图6 二值形态学边缘提取量子电路图

Fig. 6 Binary morphological edge extraction quantum circuit diagram

3 IBM Q后端仿真及分析

目前在IBM量子云平台上的量子服务后端可供研究者免费使用的一共有13种:8种IBM Q 云端量子系统和5种IBM Q 云端量子模拟器。这13种量子服务后端允许的最大迭代测量次数均为8192次,因此二值形态学的量子图像边缘检测算法在IBM量子云平台上的仿真模拟中最合适的二值图像大小为 8×8 ,即 $|YX\rangle$ 需要6个量子位表示,如图7所示。采用图7作为IBM量子云平台上仿真实验的初始二值图像,中间的白色图案是要提取边缘的图案,周围四个白色点是噪声点。

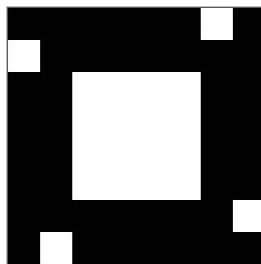


图7 初始二值图像示意图

Fig. 7 Schematic diagram of initial binary image

3.1 仿真测量结果

基于第 2 节的二值形态学平滑滤波量子电路和边缘提取量子电路, 分别在 IBM Q 云端量子模拟器和经典计算机本地虚拟量子模拟器中对这两个电路进行了 8192 次迭代测量的仿真实验。其中 IBM 量子云平台采用的后端名称为 `ibmq_qasm_simulator`, 可用量子位为 32; 经典计算机本地模拟采用的后端名称为 `qasm_simulator`, 可用量子位为 30。这两个后端均是通用类型的量子模拟器, 且经典计算机本地虚拟量子模拟器 `qasm_simulator` 允许的最大迭代测量次数为 1000000 次, 可用量子位与本地计算机实际 CPU 数量有关。

图 8 展示了在两种后端中对二值形态学边缘提取量子电路的 $|E_{YX}^f\rangle_c$ 、 $|E_{YX}^f\rangle_d$ 、 $|E_{YX}^f\rangle_g$ 和 $|YX\rangle$ 进行了 8192 次迭代测量的结果, `ibmq` 是 `ibmq_qasm_simulator` 后端, `qasm` 是 `qasm_simulator` 后端。从图 8 可以看出, 边缘提取测量结果是 64 种长度为 9 的二进制字符, 这 64 种二进制字符储存了 8×8 大小的边缘提取二值图像的 64 个像素的位置和像素值信息。因为边缘提取电路最后对 $|E_{YX}^f\rangle_c$ 、 $|E_{YX}^f\rangle_d$ 、 $|E_{YX}^f\rangle_g$ 和 $|YX\rangle$ 进行测量, 即一共测量了 9 个量子位, 所以这 64 种二进制字符的长度为 9。图 8 中长度为 9 的二进制字符从下往上前 6 位储存边缘提取二值图像的位置信息, 第 7, 第 8 和第 9 位分别储存膨胀型, 腐蚀型和形态学梯度型边缘提取二值图像的像素值, 如 `100010011` 字符, 前 6 位“100010”表示 8×8 大小的二值图像第 5 行第 3 列的位置, 后 3 位“011”表示其膨胀型, 腐蚀型和形态学梯度型边缘提取图像的像素值分别为 0、1 和 1。从后文 3.2 和 3.3 内容可知, 去噪处理量子电路的测量结果和边缘提取测量结果是类似的, 均是 64 种二进制字符, 只是去噪处理测量结果的二进制字符长度为 7。

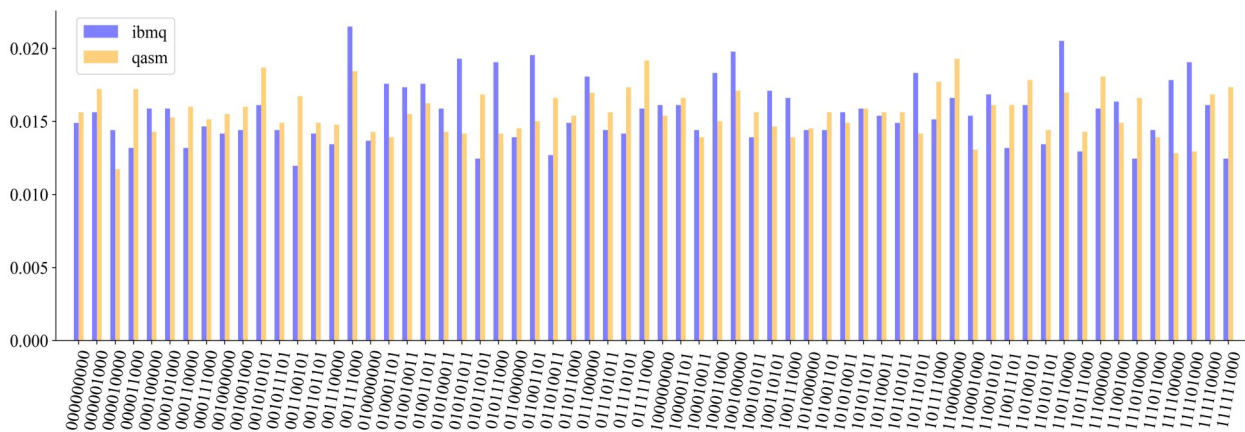


图 8 边缘提取测量结果概率直方图

Fig. 8 Probability histogram of edge extraction measurement results

在两个后端中, 同一量子电路的测量结果是一致的, 说明两种后端的等效性, 只是每种测量结果的数目或者概率幅度不一样, 这也是量子系统不确定性的体现。在 IBM Q 云端量子模拟器中, 由于最大迭代测量次数限制, 所以量子图像处理算法仿真实现均是基于小图像的, 而在经典计算机本地虚拟量子模拟器中能仿真实现大图像的量子图像处理算法, 可以等效验证大图像量子图像处理算法在 IBM 量子云平台上的可行性。

3.2 仿真实验结果

对二值形态学去噪处理量子电路和边缘提取量子电路的测量结果进行简单数据处理即可得到相应的量子电路仿真结果图: 去噪处理结果图 F , 腐蚀型边缘提取图 E_c , 膨胀型边缘提取图 E_d 和形态学梯度型边缘提取图 E_g , 如图 9 所示。

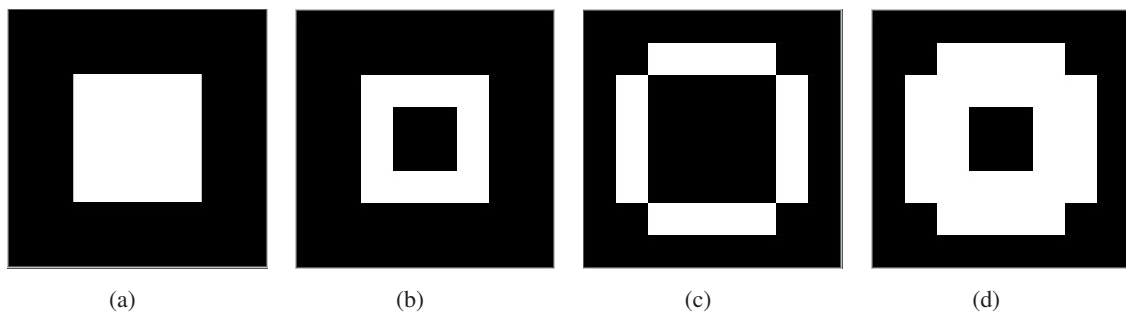


图9 量子电路仿真结果图。(a)去噪处理结果图 F ; (b)腐蚀型边缘提取图 E_c ; (c)膨胀型边缘提取图 E_d ;
(d)形态学梯度型边缘提取图 E_g

Fig. 9 Simulation results of quantum circuit. (a) Denoising processing result diagram F ; (b) Etched edge extraction diagram E_c ;
(c) Expansive edge extraction diagram E_d ; (d) Morphological gradient edge extraction map E_g

同时经典计算机本地后端 `qasm_simulator` 允许的最大迭代测量次数为 1000000 次, 且由于本地经典计算机内存大小限制, 本地计算机后端 `qasm_simulator` 目前可以对 128×128 大小的摄影师的二值图像进行二值形态学边缘检测算法的量子仿真, 摄影师二值图像如图 10 所示, 仿真结果如图 11 所示。



图 10 摄影师二值图像

Fig. 10 Photographer binary image



图 11 摄影师二值图像仿真结果图。(a)去噪处理结果图 F ; (b)腐蚀型边缘提取图 E_c ; (c)膨胀型边缘提取图 E_d ;
(d)形态学梯度型边缘提取图 E_g

Fig. 11 Simulation results of the photographer's binary image. (a) Denoising processing result diagram F ; (b) Etched edge extraction diagram E_c ; (c) Expansive edge extraction diagram E_d ; (d) Morphological gradient edge extraction map E_g

从图 9 和图 11 可以看出, 本研究提出的量子图像二值形态学边缘检测算法可以有效去除二值图像噪声, 提取图像边缘, 边缘定位精度高、连接性好。其中初始二值图像的二值形态学量子边缘检测算法在 `ibmq_qasm_simulator` 后端仿真耗时 3.75 s, 在 `qasm_simulator` 后端仿真耗时 1.56 s, 摄影师二值图像的二值形态学量子边缘检测算法在 `qasm_simulator` 后端仿真耗时 8297.43 s, 耗费的时间包括图像及图像集制备时间、

平滑滤波后端运行时间和边缘提取后端运行时间, 其中在 IBM 量子实验室官网可以查询到量子电路在 `ibmq_qasm_simulator` 后端系统的运行时间, 量子电路在本地计算机后端 `qasm_simulator` 的运行时间可以通过 Python 语言的时间函数获取。

同一二值图像的不同后端仿真对比说明了二值形态学量子边缘检测算法在真实的云端量子模拟器和虚拟的本地量子模拟器仿真模拟的结果是一致的。不同大小的二值图像在同一后端的仿真对比证明了本文所提算法的真实有效性, 同时随着量子位数增加, 在经典计算机的虚拟量子模拟器中实现量子算法的时间花费也将大幅增加。

3.3 复杂度分析

以 $2^n \times 2^n$ 大小的二值图像为例。将单量子比特和双量子比特的量子门复杂度视为单位 1 时, Toffoli 门(3 量子比特的受控非门, 控制位为 2 量子比特)的复杂度为 5, 一个 n 量子比特的受控非门 $C_{n-1}(X)$ ($n > 3$) 的复杂度为 $10n - 9$, 量子循环移位的复杂度为 $O(n^2)$ ^[14]。NEQR 量子图像表示的复杂度为 $O(qn2^{2n})$ ^[14]。从图 4 和图 6 可知, 去噪处理量子电路有 4 个 4 量子比特受控非门和 7 个非门(NOT 门), 可以得到去噪处理量子电路复杂度为 $O(131)$; 边缘提取量子电路有 2 个 5 量子比特受控非门, 3 个 Toffoli 门和 17 个非门, 可以得到边缘提取量子电路复杂度为 $O(114)$ 。设计的去噪处理和边缘提取两个量子电路的复杂度是对二值图像像素值进行操作, 并且其复杂度是不依赖于图像大小的常数, 这个常数取决于去噪处理和边缘提取所用的结构元素, 通常去噪处理和边缘提取所用的结构元素不同, 假设 q_1 为去噪处理的结构元素常数, q_2 为边缘提取的结构元素常数, 设计的算法复杂度为 $O(q_1 + q_2)$ 。

在量子图像处理中, 量子图像的制备并不被认为是量子图像处理算法的一部分。因此文献[13~15]所讨论的算法复杂度均不包含量子图像制备的复杂度。表 1 展示了本工作所提出的算法与其他三种现有的不同仿真的量子边缘检测算法的性能比较。

表 1 不同量子仿真算法之间的比较

Table 1 Comparison between different quantum simulation algorithms

Algorithm	Quantum image model	Number of qubits	Complexity of quantum image construction	Complexity of algorithm operation
Ref.[13]	NEQR	$2n+73$	$O(qn2^{2n})$	$O(n^2 + 2^{q+4})$
Ref.[14]	NEQR	$18n+72$	$O(qn2^{2n})$	$O(n^2 + q^2)$
Ref.[15]	NEQR	$2n+115$	$O(qn2^{2n})$	$O(n^2 + q^2)$
Algorithm proposed by the work	NEQR	$2n+10$	$O(qn2^{2n})+O(n^2)$	$O(q_1 + q_2)$

本工作的量子图像处理是采用 NEQR 量子图像表示和量子循环移位两种操作分节制备的方法, 所以算法的量子图像复杂度为 $O(qn2^{2n}) + O(n^2)$, 这种图像制备方法降低了算法所需要的量子位数目, 使得算法具有更低的复杂度, 以真正的量子形式仿真验证了该算法的可行性与有效性。

4 结 论

针对现有的量子图像边缘检测算法在量子仿真方面的不足, 研究了基于 NEQR 表示二值量子图像的形态学边缘检测算法的实现以及相应的量子电路设计, 在 IBM 量子云平台上实现了 8×8 大小二值量子图像在

不同后端下对量子图像二值形态学边缘检测算法的仿真,证明了量子图像二值形态学边缘检测算法的真实可行性与有效性,也验证了 IBM 量子云平台上真实的云端量子模拟器和虚拟的本地量子模拟器仿真效果的一致性。最后还在虚拟的本地量子模拟器中实现了 128×128 大小的二值量子图像的二值形态学边缘检测算法仿真,在一定程度上也验证了在 IBM 量子云平台上的量子云模拟器中模拟大规模量子图像处理算法的可行性。

在二值形态学边缘检测中,结构元素的选择对边缘检测算法的性能有着极大影响,量子二值形态学边缘检测算法是较为基础的二值形态学边缘检测算法的量子实现,所选择的量子去噪处理结构元素和量子边缘提取结构元素比较简单,因此量子二值形态学边缘检测算法的边缘检测性能存在进一步提升的空间。

参考文献:

- [1] Cai Y Q, Lu X W, Jiang N. A survey on quantum image processing [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2018, 27(4): 718-727.
- [2] Yan F, Iliyasa A M, Venegas-Andraca S E. A survey of quantum image representations [J]. *Quantum Information Processing*, 2016, 15(1): 1-35.
- [3] Le P Q, Dong F Y, Hirota K. A flexible representation of quantum images for polynomial preparation, image compression, and processing operations [J]. *Quantum Information Processing*, 2011, 10(1): 63-84.
- [4] Zhang Y, Lu K, Gao Y H, et al. NEQR: A novel enhanced quantum representation of digital images [J]. *Quantum Information Processing*, 2013, 12(8): 2833-2860.
- [5] Le P Q, Iliyasa A M, Dong F Y, et al. Fast geometric transformations on quantum images [J]. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 2010, 40(3).
- [6] Wang J, Jiang N, Wang L. Quantum image translation [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14(5): 1589-1604.
- [7] Yuan S Z, Wen C, Hang B, et al. The dual-threshold quantum image segmentation algorithm and its simulation [J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(12): 1-21.
- [8] Li P C, Shi T, Lu A P, et al. Quantum circuit design for several morphological image processing methods [J]. *Quantum Information Processing*, 2019, 18(12): 1-35.
- [9] Yuan S Z, Mao X, Li T, et al. Quantum morphology operations based on quantum representation model [J]. *Quantum Information Processing*, 2015, 14(5): 1625-1645.
- [10] Li P C, Xiao H, Li B X. Quantum representation and watermark strategy for color images based on the controlled rotation of qubits [J]. *Quantum Information Processing*, 2016, 15(11): 4415-4440.
- [11] Tan R C, Lei T, Zhao Q M, et al. Quantum color image encryption algorithm based on A hyper-chaotic system and quantum Fourier transform [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, 55(12): 5368-5384.
- [12] Zhang Y, Lu K, Gao Y H. QSobel: A novel quantum image edge extraction algorithm [J]. *Science China Information Sciences*, 2015, 58(1): 1-13.
- [13] Fan P, Zhou R G, Hu W W, et al. Quantum image edge extraction based on classical Sobel operator for NEQR [J]. *Quantum Information Processing*, 2019, 18(1): 24.
- [14] Hu W W, Zhou R G, Fan P, et al. Quantum image edge detection based on canny algorithm [J]. *Journal of Zhengzhou University (Natural Science Edition)*, 2020, 52(4): 37-52.
胡文文, 周日贵, 范萍, 等. 基于 Canny 算法的量子图像边缘检测 [J]. 郑州大学学报(理学版), 2020, 52(4): 37-52.

- [15] Li P C, Shi T, Lu A P, *et al.* Quantum implementation of classical Marr-Hildreth edge detection [J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(2): 64.
- [16] Yuan S Z, Mao X, Chen L J, *et al.* Improved quantum dilation and erosion operations [J]. *International Journal of Quantum Information*, 2016, 14(7): 1650036.
- [17] Luo Z Y, Zhang P C, Yao J J, *et al.* An edge detection algorithm based on morphology [J]. *Computer Applications and Software*, 2020, 37(2): 177-181, 247.
罗朝阳, 张鹏超, 姚晋晋, 等. 一种基于形态学的边缘检测算法 [J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(2): 177-181, 247.
- [18] Le P Q, Iliyasu A M, Dong F, *et al.* Strategies for designing geometric transformations on quantum images [J]. *Theoretical Computer Science*, 2011, 412(15): 1406-1418.
- [19] Ma S Y, Khalil A, Hajjiab H, *et al.* Quantum dilation and erosion [J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(11): 4040.