

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.04.017

非平衡环境下相干对量子电池存储能的影响

于文莉¹, 张允², 李海^{2*}

(1 山东工商学院计算机科学与技术学院, 山东 烟台 264005;

2 山东工商学院信息与电子工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 量子电池是一类储能量子器件, 在量子传感、分子马达等众多量子小系统中具有重要的应用前景。基于碰撞模型框架, 研究了单量子比特电池在非平衡相干环境下充电时, 环境相干对电池稳态存储能的影响。通过推导系统演化的量子主方程, 解析给出量子电池的稳态存储能, 进而分析了构成非平衡环境中的压缩相干与热交换相干对电池存储能的影响。研究表明: 环境辅助单元中的压缩相干对储能无贡献, 而热交换相干 (包括相干强度和相对相位) 则能够有效提升电池的存储能, 可视作一类有用的电池“燃料”资源。

关键词: 量子电池; 非平衡环境; 量子相干; 存储能

中图分类号: TM91; O413 文献标识码: A 文章编号: 1007-5461(2023)04-00582-06

Effects of coherence on storage energy of quantum battery in non-equilibrium environment

YU Wenli¹, ZHANG Yun², LI Hai^{2*}

(1 School of Computer Science and Technology, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China;
2 School of Information and Electronic Engineering, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China)

Abstract: Quantum battery is a kind of quantum devices of storage energy, which has wide potential applications in many quantum small systems, such as quantum sensors, molecular motors and so on. Based on the framework of collision model, the effects of coherence of non-equilibrium environment on the storage energy of quantum battery have been studied when the battery is being charged in a non-equilibrium coherent environment. By deriving the quantum master equation describing the dynamics of system, the analytical expression for storage energy of quantum battery at steady state is given, and then the effects of squeezing coherence and heat-exchange coherence on the storage energy of quantum battery are discussed. It demonstrates that the squeezing coherence of auxiliary unit has no contribution to the storage energy of battery, but the heat-exchange coherence (including coherence magnitude and relative phase) can improve the storage energy of battery efficiently, and can be regarded as a kind of useful "fuel" resource for battery.

Key words: quantum battery; non-equilibrium coherent environment; quantum coherence; stored energy

基金项目: 国家自然科学基金 (11547036), 山东省自然科学基金 (ZR2011FL009)

作者简介: 于文莉 (1978 -), 女, 山东人, 讲师, 主要从事量子物理、智能算法等方面的研究。E-mail: sdgsywl@126.com

收稿日期: 2021-05-06; 修改日期: 2021-08-13

*通信作者。E-mail: shenghuo2003@126.com

0 引言

电池作为一类可移动的为各类动力系统供给能量的重要器件,被广泛应用于电子、电气以及控制等众多领域。随着器件小型化的快速发展,探索纳米尺度甚至更小的分子、原子级系统能量存储的原理以及性能特征即量子电池理论^[1-3],已成为当前量子科技领域重要的研究课题之一。

量子电池的概念最先由 Alicki 和 Fannes 两位科学家于 2013 年提出^[1]。近年来,研究人员基于不同量子系统模型对量子电池展开研究。目前,常见的量子电池系统模型有:简谐振子^[4]、自旋链^[5]、单/多量子比特系统^[6-9]等。根据动力学特征可划分为:电池作为孤立系统进行充电和开放环境下的充电。但是,前期的多数研究工作主要考虑电池处于孤立状态下充电的情形。研究发现:该情形下,量子相干和纠缠这些量子效应可以改善电池的充电性能^[8],如储能、充电效率等。2019 年,Barra^[9]首次提出开放热耗散环境下量子电池充电方案,展示了基于单/双量子比特的量子电池在热环境下充电时,电池的稳态布局为初始热态的翻转分布,实现了在开放热环境下对量子电池的有效充电,该研究工作提供了开放环境下量子电池充电的一般框架。受此启发,研究人员相继探索了基于超导电路^[10]以及自旋比特^[11,12]等的不同系统在开放热环境下的电池充电动力学。然而,当开放环境为非热环境(如环境中携带量子相干或关联)时,环境量子效应会对电池的能量存储有怎样的影响?这是一个有趣的问题,同时也是本研究工作的出发点。

本文研究了单量子比特电池系统在大量 X-型态二能级原子对系综构成的非平衡相干环境下充电的稳态储能。通过求解系统动力学量子主方程,解析地给出了电池的储能表达式,并分析了环境辅助单元中不同特征的量子相干(压缩相干和热交换相干)对电池储能的影响。

1 模型

考虑单个二能级原子为电池系统(标记为 S),其与 N 个二能级原子对(态为 ρ_{AB})构成的系综(非平衡相干环境)反复相互作用(每次仅与一个辅助单元对作用),模拟量子电池充电过程,如图 1 所示。假设各个辅助单元均由完全相同且无相互作用的两个二能级原子组成,则系统与单个辅助单元相互作用(单次充电)的复合系统哈密顿量可写为

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{H}_S + \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_B + \mathbf{V}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{H}_S = \hbar\omega_S\sigma^z/2$ 、 $\mathbf{H}_l = \hbar\omega_l\sigma_l^z/2$ ($l=A, B$) 分别代表系统与辅助单元中 l 原子的自由哈密顿量; $\mathbf{V} = g_l \sum_{l=A, B} (\sigma_l^+ \sigma_S^+ + \sigma_l^- \sigma_S^-)$ 为系统和辅助单元间的相互作用,其中 g_l 代表系统与 l 原子间的耦合强度, $\sigma^+ = |1\rangle\langle 0|$ 、 $\sigma^- = |0\rangle\langle 1|$ 分别为上升和下降操作算符,且 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别表示二能级原子的基态与激发态; ω_S 、 ω_l 分别表示系统和辅助单元中 l 原子的跃迁频率。

假设 $\omega_S = \omega_A = \omega_B = \omega$ 、 $g_A = g_B = g$, 并记 τ 为相互作用时长,则在相互作用绘景下电池与任意第 n 个辅助单元作用的么正算符可写为

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}(\tau) = \exp[-i\mathbf{H}_{\text{tot}}\tau]. \quad (2)$$

当 τ 为小量时, $\mathbf{U}(\tau)$ 可近似展开至 τ 的二阶,即

$$\mathbf{U}(\tau) \approx \mathbf{I} - i\tau\mathbf{H}_{\text{tot}} - \frac{\tau^2}{2}\mathbf{H}_{\text{tot}}^2. \quad (3)$$

可以检验系统与辅助单元构成的复合系统自由哈密顿量 $H_0 = H_S + H_A + H_B$ 与么正演化算符 $U(\tau)$ 并不互易, 即 $[U(\tau), H_0] \neq 0$, 这意味着系统与辅助单元每次相互作用的过程 [即 (3) 式描述的复合系统 (系统+辅助单元) 的么正演化过程] 中, 能量并不守恒。根据热力学第一定律 (能量守恒定律) 可判断在复合系统外部一定存在一个能量源来补偿复合体系能量的改变, 这里将这一外部的能量源视作"电源"。因此, 此动力学过程可被视作开放环境 (辅助单元库) 下量子电池充电的过程。

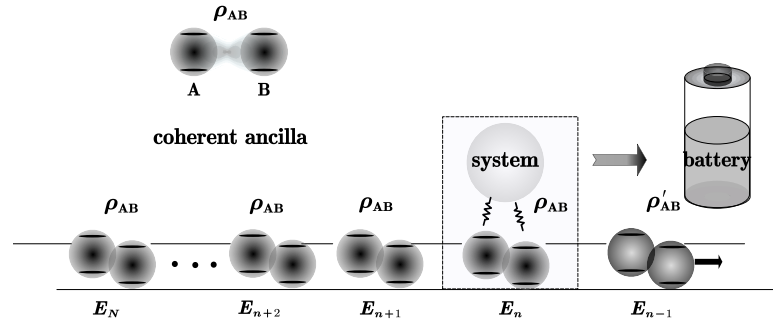


图 1 量子电池在非平衡环境下充电示意图

Fig. 1 Schematic of quantum battery charging in a non-equilibrium environment

2 非平衡相干环境下系统动力学

2.1 系统的量子主方程

假设系统与环境起始独立且无关联, 则系统和环境的总的初始态可表示为二者密度矩阵的直积形式 $\rho_{\text{tot}}(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_{AB}^{\otimes N}$ 。考虑系统初始处于热态, 其密度矩阵可表示为

$$\rho_S(0) = Z_S^{-1} \exp(-\beta H_S) = P_{00}^S |0\rangle\langle 0| + P_{11}^S |1\rangle\langle 1|, \quad (4)$$

式中: $\beta = 1/T_{\text{eff}}$ (T_{eff} 为系统的有效温度, 玻尔兹曼常数取 $k_B = 1$), $Z_S = \text{Tr}[\exp(-\beta H_S)]$ 为配分函数, P_{00}^S (P_{11}^S) 代表系统处于基态 (激发态) 上的布局数。双原子辅助单元的密度矩阵 (一般 X-型态) 可表示为

$$\rho_{AB} = \sum_{i=1}^4 b_{ii} |i\rangle\langle i| + \sum_{j=1, k=5-j}^2 (b_{jk} |j\rangle\langle k| + h.c.), \quad (5)$$

式中第一、第二项分别对应辅助单元的对角元和非对角元, 且分别反映布局 and 相干特征。而 b_{14} 和 b_{32} 分别对应压缩相干^[13]和热交换相干部分。

考虑到每个辅助单元仅与系统作用一次, 且环境对系统无记忆 (系统的动力学是马尔科夫的), 这样的电池充电过程满足标准的碰撞模型框架^[14-17]。为便于展示系统和各辅助单元依次作用的演化过程, 将库中任意第 i 个辅助单元 (E_i) 的密度矩阵记为 $\rho_{E_i}(\rho_{E_i} = \rho_{AB})$, 则电池从初始态出发依次与 n 个辅助单元相互作用后 (即充电至 $t_n = n\tau$ 时刻), 其密度矩阵可描述为

$$\begin{aligned} \rho_S(t_n) = & \text{Tr}_{E_n} \left[U_n \text{Tr}_{E_{n-1}} \left[\dots \text{Tr}_{E_2} \left[U_2 \text{Tr}_{E_1} \left[U_1 \rho_S(0) \otimes \rho_{E_1} U_1^\dagger \right] \otimes \rho_{E_2} U_2^\dagger \right] \dots \right] \otimes \rho_{E_n} U_n^\dagger \right] = \\ & \text{Tr}_{E_n} \left[U_n \rho_S(t_{n-1}) \otimes \rho_{E_n} U_n^\dagger \right], \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $U_i = U(\tau)$ ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) 是系统与第 i 个辅助单元相互作用的么正演化算符, $\text{Tr}_E[\bullet]$ 代表对第 i 个辅助单元自由度求迹。记 t 时刻系统的态为 $\rho_s(t)$, 则电池与下一个辅助单元作用后 (即 $t + \tau$ 时刻) 的态可表示为

$$\rho_s(t + \tau) = \sum_{i,j=1}^4 b_{ij} \sum_{m=1}^4 U_{mi}(\tau) \rho_s(t) U_{mj}^\dagger(\tau). \quad (7)$$

当时间间隔 τ 极短时, 有

$$\dot{\rho}_s = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\rho_s(t + \tau) - \rho_s(t)}{\tau} = \text{Tr}_E \left[\left(U(\tau) \rho(t) U(\tau)^\dagger - \rho(t) \right) / \tau \right], \quad (8)$$

结合 (6)~(8) 式, 并经过计算整理可得到系统演化的量子主方程为

$$\dot{\rho}_s = -i[H, \rho_s] + L_s \rho_s + L_h \rho_s, \quad (9)$$

式中: $H = \frac{\tilde{\omega}}{2} \sigma_s^-$ 且 $\tilde{\omega} = \omega\tau$, 超算符 Lindblad 项分别为 $L_s \rho_s = 2\zeta^2 (\varepsilon \sigma_s^- \rho_s \sigma_s^- + \varepsilon^* \sigma_s^+ \rho_s \sigma_s^+)$ 和 $L_h \rho_s = \frac{r_d \zeta^2}{2} (2\sigma_s^+ \rho_s \sigma_s^- - \rho_s \sigma_s^- \sigma_s^+ - \sigma_s^- \sigma_s^+ \rho_s) + \frac{r_e \zeta^2}{2} (2\sigma_s^- \rho_s \sigma_s^+ - \rho_s \sigma_s^+ \sigma_s^- - \sigma_s^+ \sigma_s^- \rho_s)$ 且超算符表达式中的参量 $\zeta = g\tau$, $\varepsilon = b_{14}$ ($\varepsilon^* = b_{41}$), $r_d = 1 + b_{44} - b_{11} + 2\text{Re}[b_{23}]$ 和 $r_e = 1 - b_{44} + b_{11} + 2\text{Re}[b_{23}]$ 。主方程 (9) 式中, 第一项反映了系统的么正演部分, 第二、三项刻画了开放系统下的耗散部分。其中, 第二项对应系统与环境相互作用过程中的双激发过程, 与环境辅助单元中的压缩相干 $\varepsilon = b_{14}$ ($\varepsilon^* = b_{41}$) 相关, 且第二项中的第一和第二项分别对应双光子的耗散与吸收过程; 第三项则对应系统与环境相互作用过程中的单激发过程, 其与环境辅助单元中的热交换相干 (b_{23}) 和热布局 (b_{11} 与 b_{44}) 有关, 且第三项中的第一和第二项分别刻画了库中热交换相干 (b_{23}) 与热布局 (对角元 b_{11} 与 b_{44}) 诱导的吸收 (驱动) 与自发辐射 (耗散) 过程。

2.2 电池存储能分析

根据量子主方程 (9) 式并结合稳态条件 $\dot{\rho}_s = 0$, 可求得系统稳态解 (记 $\rho_{ss} = \sum_{i,j=0,1} P_{ij}^{ss} |i\rangle \langle j|$ 为系统稳态密度矩阵)

$$P_{11}^{ss} = 1 - P_{00}^{ss} = \frac{b_{22} + b_{44} + \text{Re}[b_{32}]}{1 + 2\text{Re}[b_{32}]}, \quad (10)$$

$$P_{10}^{ss} = P_{01}^{ss} = 0, \quad (11)$$

式中: $\text{Re}[b_{32}] = |b_{32}| \cos \phi$ 代表单激发空间相干元 b_{32} 的实部, ϕ ($0 \leq \phi \leq \pi$) 为相对相位。根据稳定存储能的定义^[14], 对于初始为惰性态的热态系统, 系统充电至稳态后所获能量可称为系统的稳态存储能。因此, 当前系统的存储能可表示为

$$E_{ss} = \text{Tr} [H_s (\rho_{ss} - \rho_s(0))] = \omega \left(\frac{b_{22} + b_{44} + |b_{32}| \cos \phi}{1 + |b_{32}| \cos \phi} - P_{11}^s \right). \quad (12)$$

由 (12) 式可以看出: X-型辅助单元中的双激发空间下的压缩相干 [即相干元 b_{14} (b_{41})] 并未出现在电池存储能中。这表明: 在 X-型态下, 双激发空间的压缩相干对电池的存储能没有贡献, 这与系统演化过程中双激发产生概率极小的事实相吻合。另外, 刻画单激发空间中的热交换相干的项 b_{32} 在系统存储能中仅展现出其实部的作用, 且该实部对存储能的影响特征与辅助单元布局对存储能的影响特征类似。根据 (12) 式, 通过简

单计算可以发现: 相对相位在区间 $\pi/2 < \phi \leq \pi$ 取值时, 相干强度不为0, 热交换相干对存储能有正的贡献, 即电池的存储能增加; 同时, 相干强度 $|b_{32}|$ 越大电池的存储能越高。因此, 环境热交换相干 (包括相干强度和相对相位) 可视为一类有用的电池“燃料”资源, 能有效提升电池的能量存储。

3 结 论

基于碰撞模型框架, 推导了单比特量子电池在非平衡相干环境下充电系统的动力学主方程, 对电池稳态存储能进行了分析, 展示了辅助单元中不同特征的量子相干 (压缩相干和热交换相干) 对电池存储能的不同影响; 揭示了热交换相干可以扮演电池“燃料”的角色, 其能够增加量子电池的稳态存储能。研究发现: 环境中的压缩相干对电池存储能无贡献, 而热交换相干 (包括相干强度与相对相位) 能够有效提高电池的存储能, 展示了热交换相干与能量之间的关联。

参考文献:

- [1] Alicki R, Fannes M. Entanglement boost for extractable work from ensembles of quantum batteries [J]. *Physical Review E*, 2013, 87(4): 042123.
- [2] Campaioli F, Pollock F A, Binder F C, *et al.* Enhancing the charging power of quantum batteries [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(15): 150601.
- [3] Carrega M, Crescente A, Ferraro D, *et al.* Dissipative dynamics of an open quantum battery [J]. *New Journal of Physics*, 2020, 22(8): 083085.
- [4] Zhang Y Y, Yang T R, Fu L B, *et al.* Powerful harmonic charging in a quantum battery [J]. *Physical Review E*, 2019, 99(5): 052106.
- [5] Le T P, Levinsen J, Modi K, *et al.* Spin-chain model of a many-body quantum battery [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(2): 022106.
- [6] Delmonte A, Crescente A, Carrega M, *et al.* Characterization of a two-photon quantum battery: Initial conditions, stability and work extraction [J]. *Entropy*, 2021, 23(5): 612.
- [7] Ferraro D, Campisi M, Andolina G M, *et al.* High-power collective charging of a solid-state quantum battery [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(11): 117702.
- [8] Andolina G M, Farina D, Mari A, *et al.* Charger-mediated energy transfer in exactly solvable models for quantum batteries [J]. *Physical Review B*, 2018, 98(20): 205423.
- [9] Barra F. Dissipative charging of a quantum battery [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(21): 210601.
- [10] Farina D, Andolina G M, Mari A, *et al.* Charger-mediated energy transfer for quantum batteries: An open-system approach [J]. *Physical Review B*, 2019, 99(3): 035421.
- [11] Gumberidze M, Kolář M, Filip R. Measurement induced synthesis of coherent quantum batteries [J]. *Scientific Reports*, 2019, 9: 19628.
- [12] Zhao F, Dou F Q, Zhao Q. Quantum battery of interacting spins with environmental noise [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 033715.

-
- [13] Man Z X, Xia Y J, An N B. Heat fluxes in a two-qubit cascaded system due to coherences of a non-thermal bath [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2020, 53(20): 205505.
- [14] Karevski D, Platini T. Quantum nonequilibrium steady states induced by repeated interactions [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(20): 207207.
- [15] Strasberg P, Schaller G, Brandes T, *et al.* Quantum and information thermodynamics: A unifying framework based on repeated interactions [J]. *Physical Review X*, 2017, 7(2): 021003.
- [16] Rodrigues F L S, De Chiara G, Paternostro M, *et al.* Thermodynamics of weakly coherent collisional models [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(14): 140601.
- [17] Campbell S, Vacchini B. Collision models in open system dynamics: A versatile tool for deeper insights? [J]. *Europhysics Letters*, 2021, 133(6): 60001.