

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461.2023.04.011

玻色-爱因斯坦凝聚体中三体 and 四体相互作用 对自旋压缩和量子纠缠的影响研究

李嵩松

(南昌师范学院物理系, 江西 南昌 330032)

摘要: 自旋压缩和量子纠缠在量子信息处理中有着极为重要而广泛的应用, 因此利用玻色-爱因斯坦凝聚中的多体相互作用产生自旋压缩和量子纠缠具有重要意义。研究了玻色-爱因斯坦凝聚的密度较大时, 三体相互作用和四体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响, 利用短时近似解析计算了自旋压缩参数和两种不同的纠缠参数。结果表明: 在动力学过程中, 三体相互作用和四体相互作用能诱导产生自旋压缩和量子纠缠; 且四体相互作用比三体相互作用能产生更强的自旋压缩和更好的量子纠缠。

关键词: 量子光学; 量子纠缠; 自旋压缩; 短时近似; 玻色-爱因斯坦凝聚

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1007-5461(2023)04-00519-09

Effects of three-body and four-body interactions on spin squeezing and quantum entanglement in Bose-Einstein condensates

LI Songsong

(Department of Physics, Nanchang Normal University, Nanchang 330032, China)

Abstract: Spin squeezing and quantum entanglement are very important and widely used in quantum information processing. Therefore, it is meaningful to produce spin squeezing and quantum entanglement using the multi-body interaction in Bose-Einstein condensation. The effects of three-body and four-body interactions on spin squeezing and quantum entanglement at high density Bose-Einstein condensation are investigated, and the spin squeezing parameters and two entanglement parameters are analytically calculated using short time approximation. The results show that in the dynamic process, three- and four-body interactions can produce spin squeezing and quantum entanglement. Moreover, four-body interaction can produce stronger spin squeezing and better entanglement than the three-body interaction.

Key words: quantum optics; quantum entanglement; spin squeezing; short time approximation; Bose-Einstein condensates

基金项目: 江西省科技厅03专项(20212ABC03A23), 江西省教育厅科技项目(GJJ202613/GJJ212611), 南昌市重点实验室项目(2021-NCZDSY-015)

作者简介: 李嵩松(1971-), 江西丰城人, 博士, 教授, 主要从事量子信息方面的研究。E-mail: mphysics@163.com

收稿日期: 2022-03-12; 修改日期: 2022-06-01

0 引言

自旋压缩和量子纠缠在量子信息处理中有着极为重要而广泛的应用,因此,如何制备各种自旋压缩态^[1]和量子纠缠态^[2]就成为量子科技研究最重要的内容之一。玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 是一种宏观量子态,具有宏观相干、隧穿和量子超流性等奇特的量子性质^[3,4]。BEC 中的弹性碰撞能够引起凝聚原子间的量子关联,为此,研究人员提出了利用 BEC 产生自旋压缩和量子纠缠的方案。Li 等^[5]采用电磁诱导透明技术,通过调节经典探测光和经典控制光与凝聚三能级原子的耦合强度和双光子失谐量在 BEC 中产生了自旋压缩; Rosales 等^[6]研究了在 BEC 原子干涉仪中制备并检测两个不同原子群 (模式) 之间的纠缠和爱因斯坦-波多尔斯基-罗森 (EPR) 操控; Jing 等^[7]研究了如何在两个空间分离的 BEC 之间产生量子纠缠; Charalambous 等^[8]研究了 BEC 中两个非耦合杂质的纠缠和压缩; Li^[9]提出了一种利用激光脉冲制备旋量 BEC 的自旋压缩态的理论方案。

以前的研究大多讨论 BEC 密度很小时的情况,此时两体相互作用对 BEC 的动力学性质起主要作用。因此,研究 BEC 的自旋压缩和量子纠缠时,只需要考虑两体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响。但是,当 BEC 的密度比较大时,三体相互作用和四体相互作用^[10,11]对系统起主要作用,相关研究表明:即使一个很小的三体相互作用,对 BEC 的动力学不稳定性、隧穿动力学以及非线性特性等都会产生极其重要的影响。因此,当 BEC 的密度比较大时,需要考虑三体相互作用、甚至四体相互作用对 BEC 的自旋压缩和量子纠缠的影响,目前此方面的研究较少,大多数研究主要集中在三体复合损失对自旋压缩的影响。Li 等^[12]研究了 BEC 中三体复合损失对自旋压缩的影响; Sinatra 等^[13]研究了 BEC 中单粒子损失、两体损失和三体复合损失对自旋压缩的影响。但是,通常三体相互作用系数是一个复数,其实部表示三体散射参数,而其虚部则表示三体复合损失,相关研究表明:三体复合损失远小于三体散射参数。以 ⁸⁵Rb 为例,其三体散射参数 $\text{Re}[G_3]=3.3 \times 10^{-27} \hbar \text{ cm}^6/\text{s}$,而三体复合损失为 $\text{Im}[G_3]=-6 \times 10^{-30} \hbar \text{ cm}^6/\text{s}$,即 $\text{Im}[G_3]/\text{Re}[G_3] \approx 1/100$ ^[14]。因此,单纯研究三体复合损失对自旋压缩的影响还不够,需要进一步深入研究三体散射参数和四体相互作用对 BEC 的自旋压缩和量子纠缠的影响。

本文研究了 BEC 的密度较大时,三体相互作用和四体相互作用对 BEC 的自旋压缩和量子纠缠的影响。考虑到三体复合损失远小于三体散射参数,本文忽略了三体复合损失和四体相互作用虚部对 BEC 的作用,着重研究三体散射参数和四体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响。利用短时近似^[15],计算了 BEC 的自旋压缩参数^[16]和量子纠缠参数^[17-19],结果表明三体相互作用和四体相互作用在自旋压缩和量子纠缠产生的过程中起重要作用,且与三体相互作用相比,四体相互作用能产生更强的自旋压缩和更好的量子纠缠。

1 物理模型

若 BEC 的密度较大,需要考虑三体相互作用和四体相互作用对 BEC 动力学的影响,这些高阶相互作用可以产生更好的压缩,为探索光学晶格中存在多体相互作用时的超冷物质物理提供足够的动因^[20]。根据二次量子化理论,含三体相互作用和四体相互作用的 BEC 系统的哈密顿量可以表示为^[11]

$$H = \omega(a^\dagger a + b^\dagger b) + g(b^\dagger a + H.c) + \lambda(a^{\dagger 2} a^2 + b^{\dagger 2} b^2) + u(a^{\dagger 3} a^3 + b^{\dagger 3} b^3) + \kappa(a^{\dagger 4} a^4 + b^{\dagger 4} b^4), \quad (1)$$

式中:算符 a 和 b 分别是两模的湮灭算符, ω 是两种模式的共振频率, λ 、 u 和 κ 分别是每个凝聚体中的两体相

相互作用、三体相互作用和四体相互作用强度, g 是两模 BEC 之间的耦合强度。此处主要关注三体相互作用和四体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响。

通过引进赝角动量算符 $J_+ = b^+ a$ 和 $J_- = (b^+ b - a^+ a)/2$, 可以将(1)式表示为

$$H = 2\kappa J_z^4 + f J_z^2 + 2g J_x, \quad (2)$$

式中 $f = (3N^2 - 18N + 22)\kappa + 3(N - 2)u + 2\lambda$ 。值得注意的是, 由于整个系统的总粒子数 N 守恒, 它对系统的动力学性质除了增加一个整体相位因子之外, 不会产生其他影响, 因此在(2)式中省略了与 N 有关的项 $N[\omega + \lambda(N/2 - 1) + u(N^2 - 6N + 8)/4 + \kappa(N^3 - 12N^2 + 22N - 48)/8]$ 。由(2)式可以看出, 非线性项 $2\kappa J_z^4$ 和 $f J_z^2$ 的出现使解析求解 BEC 的动力学特性变得很难, 这里利用短时近似^[15]研究系统的自旋压缩和量子纠缠特性。短时近似就是将算符用泰勒级数展开, 在很短的时间内这种近似是有效的。将角动量算符 J_- 和 J_+ 用泰勒级数展开, 保留到时间的二阶, 就可以得到 $J_-(t)$ 和 $J_+(t)$ 的含时近似解

$$J_-(t) = g\kappa t^2 (J_z^3 J_+ + J_z^2 J_+ J_z + J_z J_+ J_z^2 + J_+ J_z^3 + J_z^3 J_- + J_z^2 J_- J_z + J_z J_- J_z^2 + J_- J_z^3) + (1 - 2g^2 t^2) J_- + g f \frac{t^2}{2} (J_+ J_z + J_z J_+ + J_- J_z + J_z J_-) - i g t (J_+ - J_-), \quad (3)$$

$$J_+(t) = (1 - g^2 t^2 + f^2 t^2/2) J_+ + 2i\kappa t (J_z^3 J_+ + J_z^2 J_+ J_z + J_z J_+ J_z^2 + J_+ J_z^3) + i f t (J_+ J_z + J_z J_+) - 2i g t J_- - 2\kappa^2 t^2 (J_z^6 J_+ + 2J_z^5 J_+ J_z + 3J_z^4 J_+ J_z^2 + 4J_z^3 J_+ J_z^3 + 3J_z^2 J_+ J_z^4 + 2J_z J_+ J_z^5 + J_+ J_z^6) - \kappa f t^2 (2J_z^4 J_+ + 4J_z^3 J_+ J_z + 5J_z^2 J_+ J_z^2 + 4J_z J_+ J_z^3 + 2J_+ J_z^4) + \kappa g t^2 (8J_z^4 + 2J_z^2 J_+^2 + 2J_+^2 J_z^2 + 4J_+ J_z^2 J_+ + 4J_z J_+^2 J_z + 2J_+^2 - J_- J_z^2 J_+ - J_+ J_z^2 J_- - 2J_z^2 J_- J_+ - 2J_+ J_- J_z^2 + J_+ J_- J_z - J_z J_- J_+ - 2J_z J_- J_+ J_z - 2J_z J_+ J_- J_z - J_- J_z J_+ J_z - J_z J_+ J_z J_-) + g^2 t^2 J_- - f^2 t^2 (J_+ J_z^2 + J_z^2 J_+) + \frac{f g}{2} t^2 (4J_z^3 + 2J_+^2 - J_+ J_- - J_- J_+). \quad (4)$$

简便起见, 在(3)、(4)式中将 $J_j(0)$ 简记为 J_j , $j = +, -, z$ 。利用赝角动量算符 J_- 和 J_+ 的含时表达式 $J_-(t)$ 和 $J_+(t)$, 就可以进一步研究具有三体相互作用和四体相互作用的玻色-爱因斯坦凝聚体的自旋压缩和量子纠缠。

2 自旋压缩

自旋压缩可以用来刻画量子纠缠, 但是自旋压缩的定义却不是唯一的, 此处采用 Kitagawa 和 Ueda 定义的自旋压缩参数^[16]

$$\xi^2 = \frac{4}{N} (\Delta J_{n_\perp})_{\min}^2 \quad (5)$$

判断玻色-爱因斯坦凝聚体是否处于自旋压缩态。如果 $\xi^2 < 1$, 则意味着玻色-爱因斯坦凝聚体处于自旋压缩态, 并且 ξ^2 的值越小, 压缩程度越高。(5) 式中 $(\Delta J_{n_\perp})_{\min}^2$ 表示在垂直于平均自旋方向的平面上的最小自旋涨落, 因此, 要判断玻色-爱因斯坦凝聚体是否处于自旋压缩态, 首先要确定平均自旋方向^[21]。平均自旋方向在

球坐标系中可以表示成

$$\mathbf{n}_1 = \sin \theta \cos \phi \mathbf{x} + \sin \theta \sin \phi \mathbf{y} + \cos \theta \mathbf{z}, \quad (6)$$

与平均自旋方向相垂直的两个方向则可以表示成

$$\mathbf{n}_2 = -\sin \phi \mathbf{x} + \cos \phi \mathbf{y}, \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_3 = -\cos \theta \cos \phi \mathbf{x} - \cos \theta \sin \phi \mathbf{y} + \sin \theta \mathbf{z}. \quad (8)$$

在(6)~(8)式中,方位角为

$$\phi = \arctan \left(\frac{\langle J_y(t) \rangle}{\langle J_x(t) \rangle} \right), \quad (9)$$

极化角为

$$\theta = \arctan \left[\frac{\langle J_z(t) \rangle}{\sqrt{\langle J_x(t) \rangle^2 + \langle J_y(t) \rangle^2 + \langle J_z(t) \rangle^2}} \right]. \quad (10)$$

因此,要求出平均自旋方向,就要先求出三个平均值 $\langle J_x(t) \rangle$ 、 $\langle J_y(t) \rangle$ 和 $\langle J_z(t) \rangle$ 。假设玻色-爱因斯坦凝聚体的初态是 J_z 的最低能量本征态 $|j, -j\rangle$ ($j=N/2$),经过简单计算可以得到

$$\langle J_x(t) \rangle = -\frac{fg}{4} t^2 N(N^2+2) + \kappa g t^2 N \left(\frac{N^3}{2} - 3N^2 + 2N - 1 \right), \quad (11)$$

$$\langle J_y(t) \rangle = gNt, \quad (12)$$

$$\langle J_z(t) \rangle = -(1-2g^2t^2) \frac{N}{2}. \quad (13)$$

将(11)~(13)式代入(9)、(10)式,再代入(6)式,就可以求出平均自旋方向。

为了求出 ξ^2 ,还需要进一步求出在垂直于平均自旋方向的平面 $(\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3)$ 上的最小自旋涨落 $(\Delta J_{n_1})_{\min}^2$ 。在 $(\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3)$ 平面引入一个任意自旋分量

$$J_\gamma = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_\gamma = J_{n_2} \cos \gamma + J_{n_3} \sin \gamma, \quad (14)$$

式中:单位矢量 $\mathbf{n}_\gamma = \mathbf{n}_2 \cos \gamma + \mathbf{n}_3 \sin \gamma$, γ 是 \mathbf{n}_2 和 \mathbf{n}_3 方向之间的任意夹角。对夹角 γ 求 $(\Delta J_\gamma)^2$ 的最小值,就可以得到最小压缩角

$$\gamma_{\min} = \frac{1}{2} \left[\pi + \arctan \left(\frac{\langle J_{n_2} J_{n_3} + J_{n_3} J_{n_2} \rangle}{\langle J_{n_2}^2 - J_{n_3}^2 \rangle} \right) \right], \quad (15)$$

而与平均自旋方向和最小压缩角相垂直的反压缩角 $\gamma_{\max} = \gamma_{\min} + \pi/2$ 。将最小压缩角 γ_{\min} 分别代入(14)式和(5)式,就可以得到自旋压缩参数

$$\xi^2 = \frac{2}{N} \left[\langle J_{n_2}^2 + J_{n_3}^2 \rangle - \sqrt{\langle J_{n_2}^2 - J_{n_3}^2 \rangle^2 + \langle J_{n_2} J_{n_3} + J_{n_3} J_{n_2} \rangle^2} \right], \quad (16)$$

式中

$$\langle J_{n_2}^2 \rangle = \frac{1}{2} \left[j(j+1) - \langle J_z^2(t) \rangle - \cos(2\phi) \operatorname{Re} \langle J_+^2(t) \rangle - \sin(2\phi) \operatorname{Im} \langle J_+^2(t) \rangle \right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle J_{n_3}^2 \rangle = & \frac{1}{2} \cos^2 \theta [j(j+1) - \langle J_z^2(t) \rangle + \cos(2\phi) \operatorname{Re} \langle J_+^2(t) \rangle + \sin(2\phi) \operatorname{Im} \langle J_z^2(t) \rangle] - \\ & \frac{1}{2} \sin(2\phi) \left\{ \cos \phi \operatorname{Re} \langle J_+(t) [2 \langle J_z(t) \rangle + 1] \rangle + \sin \phi \operatorname{Im} \langle J_+(t) [2 \langle J_z(t) \rangle + 1] \rangle \right\} + \\ & \sin^2 \theta \langle J_z^2(t) \rangle, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \langle J_{n_2} J_{n_3} + J_{n_3} J_{n_2} \rangle = & \sin(2\phi) \cos \theta \operatorname{Re} \langle J_+^2(t) \rangle - \cos(2\phi) \cos \theta \operatorname{Im} \langle J_+^2(t) \rangle - \\ & \sin \theta \left\{ \sin \phi \operatorname{Re} \langle J_+(t) [2J_z(t) + 1] \rangle - \cos \phi \operatorname{Im} \langle J_+(t) [2J_z(t) + 1] \rangle \right\}. \end{aligned} \tag{19}$$

从上面的讨论可以看出, 只要求出 $\langle J_+^2(t) \rangle$ 、 $\langle J_z^2(t) \rangle$ 和 $\langle J_+(t) [2J_z(t) + 1] \rangle$ 三个平均值, 就可以求出自旋压缩参数。经过繁琐的计算可以得到

$$\begin{aligned} \langle J_+^2(t) \rangle = & (1 - 2g^2 t^2) \frac{N^2}{4} + g^2 t^2 N + f^2 g^2 \frac{t^4}{4} N(N-1)^2 + \\ & g^2 \kappa^2 N t^4 (16j^6 - 48j^5 + 68j^4 - 56j^3 + 28j^2 - 8j + 1) + \\ & f \kappa g^2 N t^4 (6j^4 - 16j^3 + 14j^2 - 6j + 1), \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \langle J_z^2(t) \rangle = & (1 - g^2 t^2) g^2 t^2 N - \frac{f^2}{2} g^2 t^4 N(N-1)^2 - g^2 t^2 N^2 + \frac{f^2 g^2}{16} t^4 N^2 (N^2 + 2)^2 + \\ & f \kappa g^2 t^4 N (8j^6 + 12j^5 - 29j^4 + 42j^3 - 33j^2 + 13j - 2) - i f g^2 t^3 \frac{N^2}{2} (N^2 - 2) + \\ & \kappa^2 g^2 t^4 (32j^8 - 96j^7 + 120j^6 - 68j^5 - 6j^4 + 37j^3 - 17j^2 + 8j - 1) - \\ & 2i \kappa g^2 t^3 N (4j^3 - 6j^2 + 4j - 1) - i f g^2 t^3 N(N-1) - i \kappa g^2 t^3 N^2 (N^3 - 4N + 2), \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \langle J_+(t) [2J_z(t) + 1] \rangle = & -2\kappa g^3 t^4 N [(j-1)^3 + j(j-1)^2 + j^2(j-1) + j^3] + \\ & f g t^2 (1 - 2g^2 t^2) j^2 (N^2 + 2) - f g^3 t^4 N(N-1) - i g t (1 - 2g^2 t^2) N^2 + \\ & \kappa g t^2 (1 - 2g^2 t^2) N^2 (4j^3 + 6j^2 - 4j + 1) - 2i g^3 t^3 N + \langle J_+(t) \rangle. \end{aligned} \tag{22}$$

将这些平均值代入 (16) 式, 就可以求出 ξ^2 的大小。这里仅关注三体相互作用和四体相互作用对 ξ^2 的影响。从图 1 可以看出: BEC 最初处在 J_z 的最低能量本征态 $|j, -j\rangle$, 这是一个直积态, 因此 $\xi^2 = 1$ 。随着时间的演化, ξ^2 开始单调随 λt 减小, 表示在动力学过程中能够产生自旋压缩。对比图 1 中的曲线可以看出: 三体相互作用和四体相互作用越强, ξ^2 越小, 意味着产生的自旋压缩程度越高; $\kappa = 0.2 \lambda$ 时 ξ^2 的值要明显小于 $\kappa = 0.1 \lambda$ 时 ξ^2 的值, 即四体相互作用能比三体相互作用产生更强的自旋压缩。因此, 要在 BEC 的演化过程中产生更强的自旋压缩, 可以增加四体相互作用和三体相互作用的强度, 尤其是四体相互作用的强度。

3 量子纠缠

刻画量子纠缠的方式很多, 这里采用两种纠缠参数来刻画 BEC 的纠缠程度。第一种纠缠参数是^[17-19]

$$\eta = (N-1) \left[(\Delta J_k)^2 + (\Delta J_l)^2 \right] - \langle J_m^2 \rangle - \frac{N}{4} (N-2), \tag{23}$$

式中角标 k, l, m 分别表示三个相互垂直的方向。如果 $\eta < 0$ 就表示量子系统处于纠缠态。第二种纠缠参

数是^[17-19]

$$\zeta = \langle a^+ ab^+ b \rangle - |\langle b^+ a \rangle|^2, \quad (24)$$

如果 $\zeta < 0$ 也表示量子系统处于纠缠态。

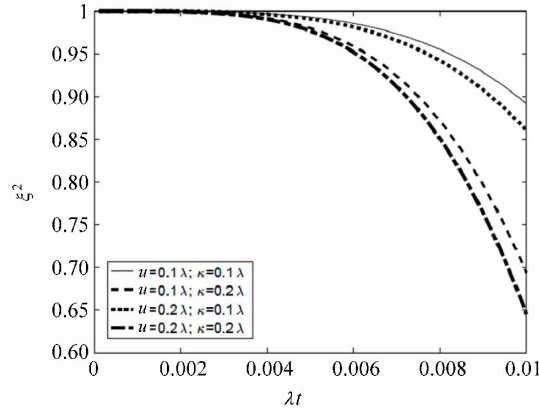


图1 不同 u 和 κ 时, ζ^2 随 λt 的演化关系, 其中 $N=8, g=4\lambda$

Fig.1 ζ^2 as a function of λt for various u and κ with $N=8$ and $g=4\lambda$

3.1 纠缠参数 η

根据 η 的定义, 可以将 k 选为最小压缩方向、 l 为反压缩方向、 m 为平均自旋方向, 这样就可以得到表达式

$$\eta = (N-1) \left\{ \frac{1}{2} \left[\langle J_{n_2}^2 + J_{n_3}^2 \rangle - \sqrt{\langle J_{n_2}^2 - J_{n_3}^2 \rangle^2 + \langle J_{n_2} J_{n_3} + J_{n_3} J_{n_2} \rangle^2} \right] + \langle J_{n_1}^2 \rangle - \langle J_{n_1} \rangle^2 \right\} - \frac{1}{2} \left[\langle J_{n_2}^2 + J_{n_3}^2 \rangle + \sqrt{\langle J_{n_2}^2 - J_{n_3}^2 \rangle^2 + \langle J_{n_2} J_{n_3} + J_{n_3} J_{n_2} \rangle^2} \right] - \frac{N}{4} (N-2), \quad (25)$$

式中

$$\langle J_{n_1} \rangle = \sqrt{\langle J_x(t) \rangle^2 + \langle J_y(t) \rangle^2 + \langle J_z(t) \rangle^2}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \langle J_{n_1}^2 \rangle &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left[j(j+1) - \langle J_z^2(t) \rangle + \cos(2\phi) \operatorname{Re} \langle J_+^2(t) \rangle + \sin(2\phi) \operatorname{Im} \langle J_z^2(t) \rangle \right] + \\ &\frac{1}{2} \sin(2\phi) \left\{ \cos \phi \operatorname{Re} \langle J_+(t) \rangle [2\langle J_z(t) \rangle + 1] + \sin \phi \operatorname{Im} \langle J_+(t) \rangle [2\langle J_z(t) \rangle + 1] \right\} + \\ &\cos^2 \theta \langle J_z^2(t) \rangle. \end{aligned} \quad (27)$$

图2为 η 随 λt 演化的关系, 由图可见, 在 BEC 的演化过程中能够很快地产生量子纠缠。与三体相互作用和四体相互作用对自旋压缩的影响一样, 三体相互作用和四体相互作用越强, 量子纠缠参数越小, 即 BEC 的量子纠缠越好; 此外, 四体相互作用能比三体相互作用产生更好的量子纠缠。

3.2 纠缠参数 ζ

由于 $a^+ab^+b=N^2/4-J_z^2$ 、 $b^+a=J_+$, 因此

$$\zeta=N^2/4-\langle J_z^2(t)\rangle-|\langle J_+(t)\rangle|^2. \tag{28}$$

将 $\langle J_+(t)\rangle$ 和 $\langle J_z^2(t)\rangle$ 代入 (28) 式, 就可以计算 ζ 。图 3 为 ζ 随 λt 演化的关系, 由图可见 ζ 与 η 的结果一致。

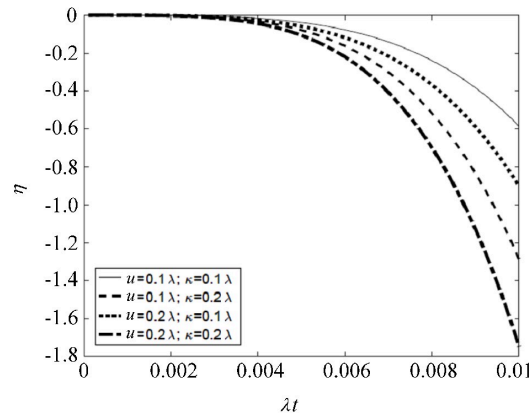


图 2 不同 u 和 κ 时, η 随 λt 的演化关系, 其中 $N=8, g=4\lambda$

Fig. 2 η as a function of λt for various u and κ with $N=8$ and $g=4\lambda$

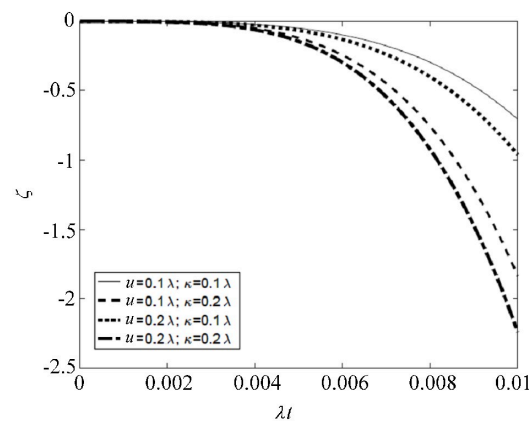


图 3 不同 u 和 κ 时, ζ 随 λt 的演化关系, 其中 $N=8, g=4\lambda$

Fig. 3 ζ as a function of λt for various u and κ with $N=8$ and $g=4\lambda$

4 结 论

研究了 BEC 的密度较大时, 三体相互作用和四体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响。由于三体复合损失远小于三体散射参数, 本研究忽略了三体复合损失和四体相互作用虚部对 BEC 的作用, 着重研究了三体散射参数和四体相互作用对自旋压缩和量子纠缠的影响。利用短时近似, 计算了由 Kitagawa 和 Ueda 定义的自旋压缩参数和两种不同的量子纠缠参数。结果表明: 在动力学过程中, 随着三体散射参数和四体相互作用对 BEC 的作用, 能够很快产生自旋压缩和量子纠缠, 并且更强的三体相互作用和四体相互作用, 能够产生更强的自旋压缩和更好的量子纠缠; 此外, 与三体相互作用相比, 四体相互作用能产生更强的自旋压缩和更好的量子纠缠。研究结果为制备更强的自旋压缩态和更好的量子纠缠提供了理论依据。

参考文献:

- [1] Bai L, Li J Q, Liang J Q. The dynamics of spin squeezing under multiple Bosonic reservoirs [J]. *Journal of Quantum Optics*, 2018, 24(3): 251-258.
白磊, 李军奇, 梁九卿. 多个玻色库下的自旋压缩动力学[J]. 量子光学学报, 2018, 24(3): 251-258.
- [2] Peng J Y. Optional remote state preparation of four-quantum entangled state [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(6): 719-726.
彭家寅. 四量子纠缠态的可选远程态制备 [J]. 量子电子学报, 2019, 36(6): 719-726.
- [3] Wang Y. Control of Bose-Einstein condensate soliton in double potentials[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2021, 38(6): 823-829.
王艳. 双势作用下玻色-爱因斯坦凝聚孤子的操控[J]. 量子电子学报, 2021, 38(6): 823-829.
- [4] Zhang A X, Jiang Y F, Xue J K. Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice [J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(20): 200302.
张爱霞, 姜艳芳, 薛具奎. 光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性 [J]. 物理学报, 2021, 70(20): 200302.
- [5] Li S S, Yuan J B, Kuang L M. Coherent manipulation of spin squeezing in atomic Bose-Einstein condensate via electromagnetically induced transparency [J]. *Frontiers of Physics*, 2013, 8(1): 27-33.
- [6] Rosales-Zárate L, Dalton B J, Reid M D. Einstein-Podolsky-Rosen steering, depth of steering, and planar spin squeezing in two-mode Bose-Einstein condensates [J]. *Physical Review A*, 2018, 98(2): 022120.
- [7] Jing Y, Fadel M, Ivannikov V, et al. Split spin-squeezed Bose-Einstein condensates[J]. *New Journal of Physics*, 2019, 21: 093038.
- [8] Charalambous C, Garcia-March M A, Lampo A, et al. Two distinguishable impurities in BEC: Squeezing and entanglement of two Bose polarons [J]. *SciPost Physics*, 2019, 6: 10.
- [9] Li S S. Spin squeezing in spinor Bose-Einstein condensate [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2015, 32(5): 568-572.
李嵩松. 旋量玻色-爱因斯坦凝聚体中的自旋压缩 [J]. 量子电子学报, 2015, 32(5): 568-572.
- [10] Tang N, Yang X Y, Song L, et al. Gap solitons and their stabilities in a quasi one-dimensional Bose-Einstein condensate under three-body interaction [J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(1): 010301.
唐娜, 杨雪滢, 宋琳, 等. 三体相互作用下准一维玻色-爱因斯坦凝聚体中的带隙孤子及其稳定性 [J]. 物理学报, 2020, 69(1): 010301.
- [11] Johnson P R, Tiesinga E, Porto J V, et al. Effective three-body interactions of neutral bosons in optical lattices [J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(9): 093022.
- [12] Li Y, Castin Y, Sinatra A. Optimum spin squeezing in Bose-Einstein condensates with particle losses [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(21): 210401.
- [13] Sinatra A, Dornstetter J C, Castin Y. Spin squeezing in Bose-Einstein condensates: Limits imposed by decoherence and non-zero temperature [J]. *Frontiers of Physics*, 2012, 7(1): 86-97.
- [14] Xi K T, Saito H. Droplet formation in a Bose-Einstein condensate with strong dipole-dipole interaction [J]. *Physical Review A*, 2016, 93: 011604.

-
- [15] Gupta P, Pandey P N, Pathak A. Higher order antibunching is not a rare phenomenon [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2006, 39(5): 1137-1143.
- [16] Kitagawa M, Ueda M. Squeezed spin states [J]. *Physical Review A*, 1993, 47(6): 5138-5143.
- [17] Tóth G, Knapp C, Gühne O, *et al.* Optimal spin squeezing inequalities detect bound entanglement in spin models [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(25): 250405.
- [18] Hardal A Ü C, Müstecaplıoğlu Ö E. Spin squeezing, entanglement, and coherence in two driven, dissipative, nonlinear cavities coupled with single- and two-photon exchange [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2014, 31(6): 1402.
- [19] Hillery M, Zubairy M S. Entanglement conditions for two-mode states [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(5): 050503.
- [20] Mondal S, Kshetrimayum A, Mishra T. Two-body repulsive bound pairs in a multibody interacting Bose-Hubbard model [J]. *Physical Review A*, 2020, 102(2): 023312.
- [21] Jin G R, Liu Y C, Liu W M. Spin squeezing in a generalized one-axis twisting model [J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(7): 073049.